الرابعة متوسط

$e = mc^2$

الرياضيات

دروس وملخصات

الأستاذ عباسي للرياضيات

عباسي عبد الوهاب
أستاذ الرياضيات

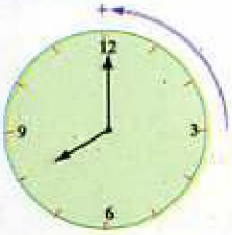
1 الدوران

تحويل شكل بالدوران الذي مركزه O هو إدارتُه حول النقطة O.
بالحفاظ على نفس المسافة بين الشكل والنقطة O، في إتجاه معيّن، وبزاوية محدّدة.

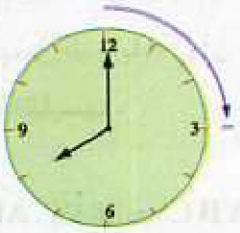
نميّز الدوران بمركز وزاوية واتجاه.

اصطلاح

الاتجاه الموجب هو الاتجاه المعاكس لحركة عقارب الساعة.
الاتجاه السالب هو الاتجاه الموافق لحركة عقارب الساعة.



الاتجاه الموجب



الاتجاه السالب

ملاحظة

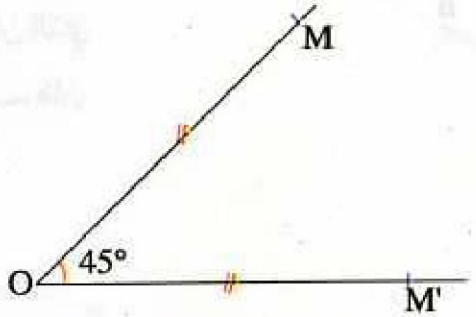
نأخذ، عامة، الاتجاه الموجب كاتجاه للدوران، ما لم يذكر عكس ذلك.

نقول إنّ M هي صورة M' بالدوران الذي مركزه O وزاويته α
إذا كان : $OM = OM'$ و $\widehat{MOM'} = \alpha$.

مثال : النقطة M' هي صورة M بالدوران الذي مركزه O، وزاويته 45°، واتجاهه هو الاتجاه السالب.

$OM = OM'$

$\widehat{MOM'} = 45°$



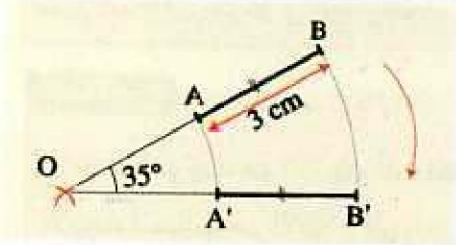
حالة خاصة

الدوران ذو المركز O والزاوية 180° هو تناظر مركزي مركزه O .

2 خواص الدوران

خاصة 1

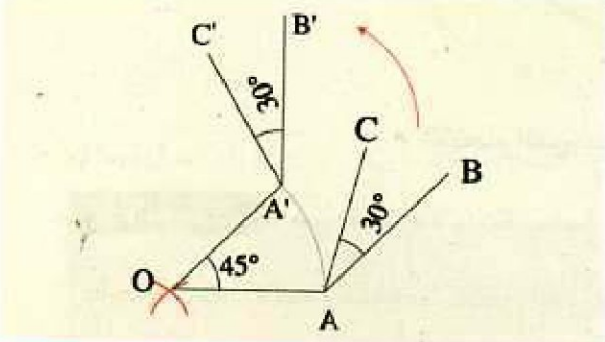
الدوران يحافظ على المسافات، أي أن المسافة الفاصلة بين نقطتين، تبقى ثابتة بين صورتيهما بالدوران.



مثال : لتكن A' صورة A، و B' صورة B بالدوران الذي مركزه O، وزاويته 35°، في الإتجاه السالب، إذا كان AB = 3 cm، فإن A'B' = 3cm.

خاصة 2

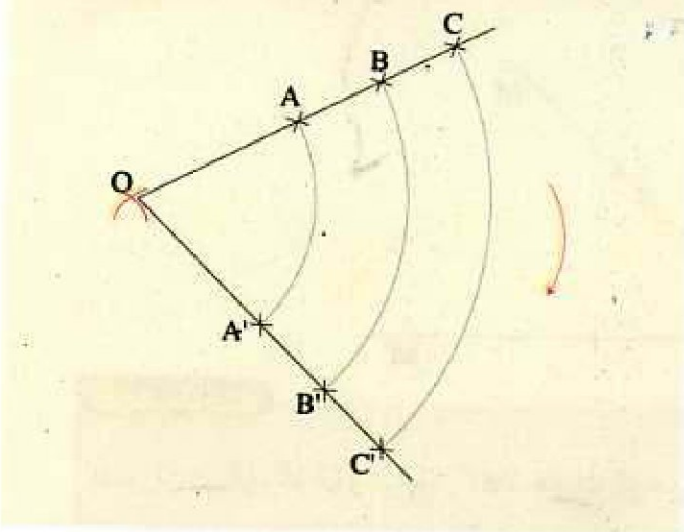
الدوران يحافظ على أقياس الزوايا، أي أنّ صورة زاوية بدوران، هي زاوية تقايسها.



مثال : ليكن $\widehat{ABC} = 30°$. إذا كانت A'B'C' هي صورة ABC بالدوران الذي مركزه O، وزاويته 45° في الإتجاه الموجب، فإن $\widehat{A'B'C'} = 30°$.

خاصة 3

الدوران يحافظ على استقامية النقاط، أي أنّه إذا كانت نقاط في استقامية، فإنّ صورها، بأي دوران كان، تبقى في استقامية.



مثال : لتكن النقاط A، B، C في استقامية، ولتكن A'، B'، C' صورها على الترتيب، بالدوران الذي مركزه O، وزاويته 72° في الإتجاه السالب، فإن النقاط A'، B'، C' في استقامية.

معارف

عباسي عبد الوهاب
أستاذ التعليم الثانوي التأهيلي

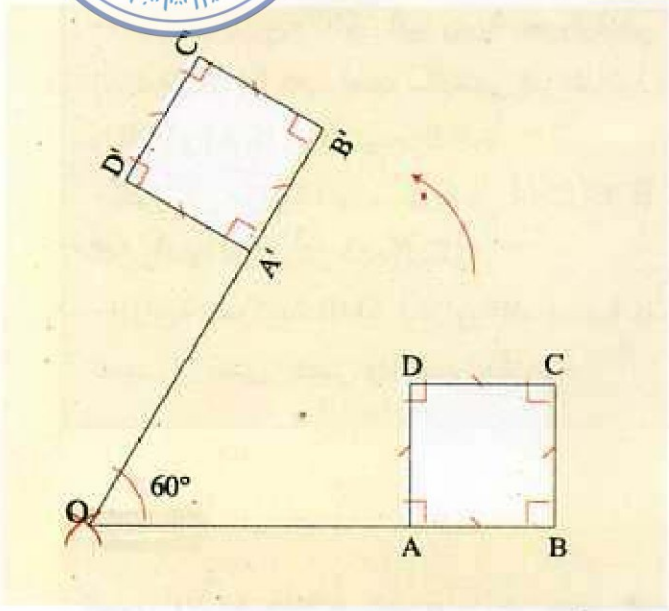
خاصة :

الدوران يحافظ على طبيعة الأشكال، أي أن صورة شكل بدوران، مطابقة لهذا الشكل، ولها نفس الخصائص.

مثال :

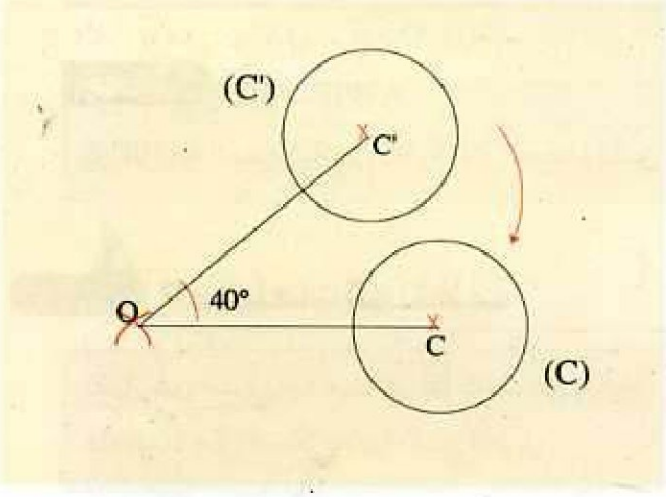
1) صورة مربع بدوران، هي مربع يقايسه.

صورة المربع ABCD هي المربع A'B'C'D' يقايسه، بالدوران الذي مركزه O، وزاويته 60°، في الإتجاه الموجب.



2) صورة دائرة بدوران، هي دائرة تقايسها.

صورة الدائرة (C)، هي الدائرة (C') تقايسها، بالدوران الذي مركزه O، وزاويته 40°، في الإتجاه السالب.



صور بعض الأشكال المألوفة بدوران:

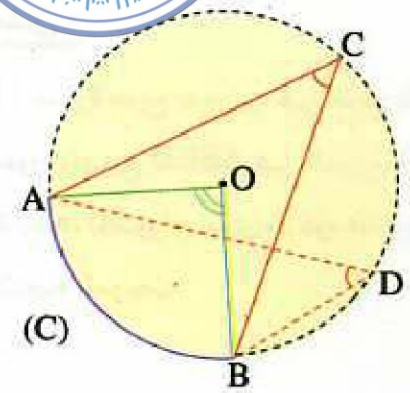
- صورة قطعة مستقيم، هي قطعة مستقيم تقايسها.
- صورة نصف مستقيم، هي نصف مستقيم.
- صورة مستقيم هي مستقيم.
- صورة زاوية هي زاوية تقايسها.
- صورة دائرة هي دائرة تقايسها.

عباسي عبد الوهاب

3 الزاوية المركزية والزاوية المحيطية في دائرة

لتكن (C) الدائرة ذات المركز O.

- نقول عن الزاوية $\widehat{ACB}$ أنها زاوية محيطية في الدائرة(C)، إذا كان رأسها C ينتمي إلى الدائرة (C)، و[CB] و [CA] وتران لهذه الدائرة.
- نقول عن الزاوية أنها مركزية في الدائرة (C)، إذا كان رأسها هو مركز هذه الدائرة.
- الزاوية المركزية $\widehat{AOB}$ والزاوية المحيطية $\widehat{ACB}$ تحصران نفس القوس $\overset{\frown}{AB}$ من الدائرة.



خاصة 1

قيس زاوية محيطية في دائرة (C) هو نصف قيس الزاوية المركزية التي تحصر نفس القوس معها.

$$\widehat{ACB} = \widehat{ADB} = \frac{1}{2}\widehat{AOB}$$

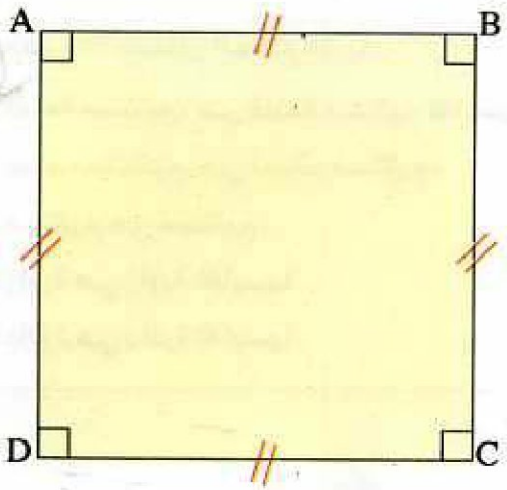
خاصة 2

كل الزوايا المحيطية في دائرة التي تحصر نفس القوس متقايسة.

4 المضلعات المنتظمة

نقول عن مضلّع أنه منتظم، إذا كانت كل زواياه متقايسة وكل أضلاعه لها نفس الطول.

مثال : المربع هو مضلع منتظم.



معارف

خاصة 1

توجد دائرة تشمل كل رؤوس المضلّع.

- نقول عن هذه الدائرة أنها دائرة محيطة بالمضلّع المنتظم.
- مركز هذه الدائرة هو مركز المضلّع المنتظم.

خاصة 2

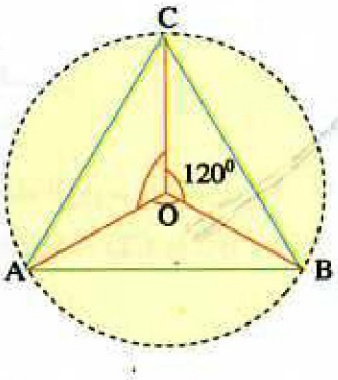
يبقى المضلّع المنتظم ثابتا، بالدّوران الذي مركزه O مركز المضلّع، والذي زاويته $\widehat{AOB}$ (في أي اتجاه كان)، حيث A و B هما رأسان متتاليان للمضلّع المنتظم.

عباسي عبد الوهاب
أستاذ الرياضيات بالمدرسة الوطنية للتعليم التقني

خاصة 3

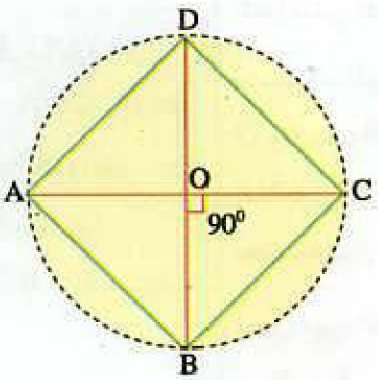
الزوايا المركزية في مضلّع منتظم متقايسة.

أمثلة



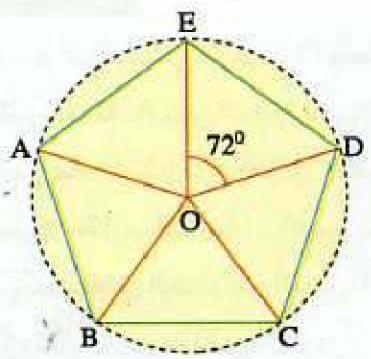
$\widehat{AOB} = \widehat{BOC} = \widehat{COA} = \frac{360°}{3} = 120°$

المثلث متقايس الأضلاع



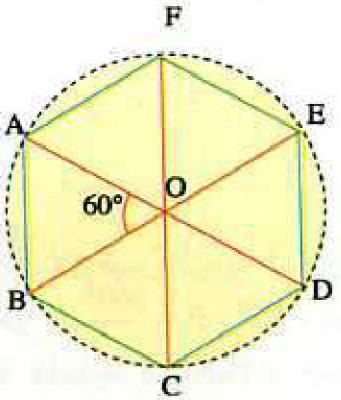
$\widehat{AOB} = \ldots = \frac{360°}{4} = 90°$

المربع



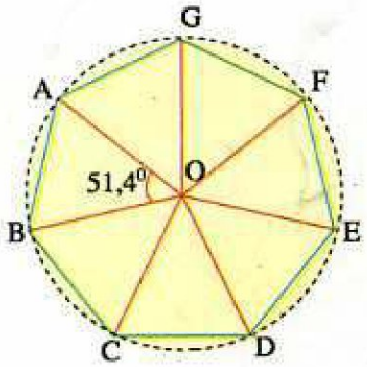
$\widehat{AOB} = \widehat{BOC} = \ldots = \frac{360°}{5} = 72°$

الخماسي المنتظم



$\widehat{AOB} = \widehat{BOC} = \cdots = \frac{360°}{6} = 60°$

السداسي المنتظم



$\widehat{AOB} = \widehat{BOC} = \cdots = \frac{360°}{7} \approx 51,4°$

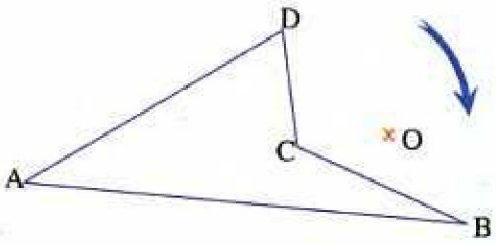
السباعي المنتظم

طرائق وتمارين محلولة

إنشاء صورة شكل بدوران

لإنشاء صورة شكل بدوران، ننشىء صور نقاط الشكل، ثم نصل بينها مع مراعاة خواص الدوران.

مثال أنشىء صورة الشكل الموالي بالدوران الذي مركزه O، وزاويته 70°، في الاتجاه السالب.



الطريقة

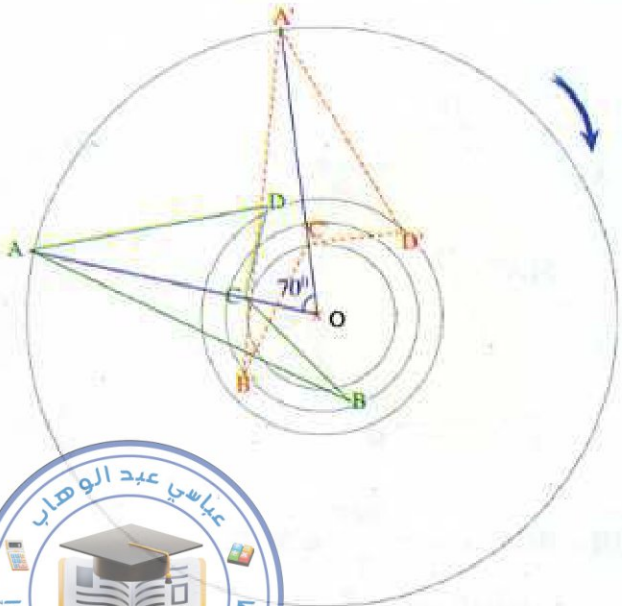
نرسم الدائرة التي مركزها O ونصف قطرها OA.

نعلّم النقطة A' على الدائرة بحيث يكون : $\widehat{AOA'} = 70°$

(بمراعاة الانتقال من A إلى A' في الاتجاه الموافق لحركة عقارب الساعة). A' هي صورة A بالدوران.

2) نعيد نفس الخطوات، لتعيين B' صورة B ، C' صورة C وكذا D' صورة D بهذا الدوران.

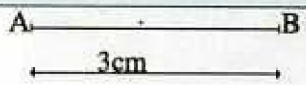
3) الشكل A'B'C'D' هو صورة ABCD بالدوران الذي مركزه O، وزاويته 70° وفي الاتجاه السالب.



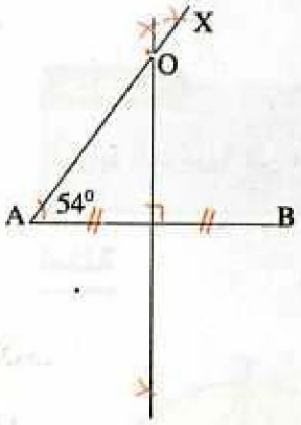
إنشاء مضلع منتظم انطلاقا من أحد أضلاعه

انطلاقا من القطعة المستقيمة [AB] حيث AB = 3 cm، أنشىء الخماسي المنتظم الذي مركزه O وضلعه [AB].

الطريقة ننشىء القطعة [AB] بحيث AB = 3 cm.



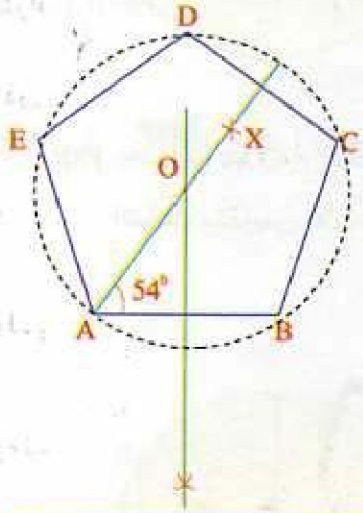
ننشىء محور القطعة [AB] ونصف المستقيم [AX) بحيث $\widehat{XAB} = 54°$ (لماذا؟)



نسمي O نقطة تقاطع محور القطعة [AB] و [AX). O هي مركز الخماسي المنتظم.

نرسم الدائرة ذات المركز O ونصف القطر OA.

نستعمل المدور لانشاء الرؤوس الأخرى C ، D و E بحيث يكون : AB = BC = CD = DE = EA



نصل بين النقاط A ، B ، C ، D و E فنحصل على الخماسي المنتظم ABCDE الذي ضلعه [AB] .

ملاحظة

أخذ $\widehat{XAB} = 54°$، لأن قيس الزاوية المركزية في خماسي منتظم هو : $\frac{360°}{5}$ ، أي 72° ، وبما أن $\widehat{XAB}$ هي زاوية قاعدية في المثلث المتقايس الساقين OAB، فإنه لدينا :

$$\widehat{XAB} = \frac{180° - \widehat{AOB}}{2} = \frac{180° - 72°}{2} = \frac{108°}{2} = 54°$$

عباسي عبد الوهاب

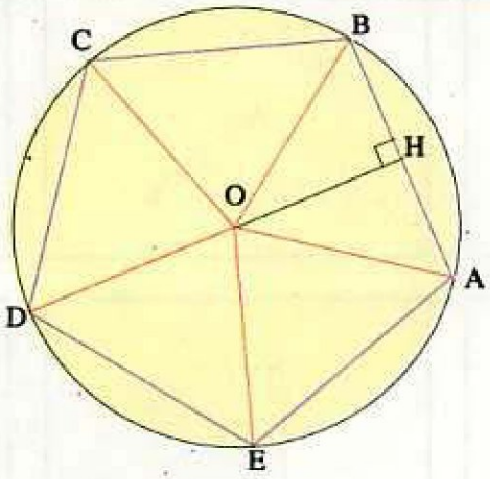
طرائق وتمارين محلولة

عباسي عبد الوهاب
أستاذ التعليم الثانوي التأهيلي

تمرين

ليكن الخماسي المنتظم ABCDE ذو المركز O.

أوجد العلاقة بين طول الضلع [AB] وارتفاع المثلث OAB (OH في الشكل).



الحل

ABCDE خماسي منتظم، وهذا يعني أنّ زواياه المركزية : $\widehat{AOB}$ ، $\widehat{COB}$ متساوية وقيسها المشترك هو : $\frac{360°}{5} = 72°$.

لدينا : OH هو ارتفاع المثلث OAB المتقايس الساقين، وهذا يعني أنّ (OH) هو محور للقطعة [AB] ومنصف للزاوية $\widehat{AOB}$.

إذن : $AH = \frac{AB}{2}$. (1)

و $\widehat{AOH} = \frac{\widehat{AOB}}{2}$. (2)

ولدينا في المثلث AOH القائم في H : $\tan \widehat{AOH} = \frac{AH}{OH}$.

ومنه : $OH = \frac{AH}{\tan \widehat{AOH}}$.

وحسب العلاقتين (1) و (2) نجد :

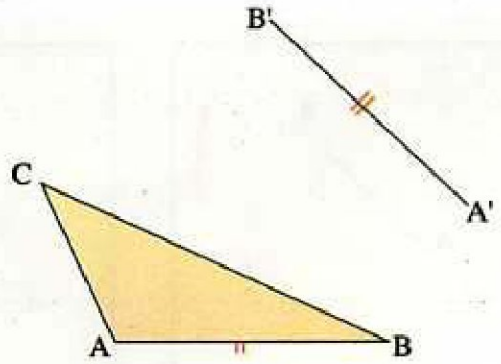
$$OH = \frac{AB}{2\tan\left(\frac{\widehat{AOB}}{2}\right)} = \frac{AB}{2\tan\left(\frac{72°}{2}\right)} = \frac{AB}{2\tan\left(36°\right)}$$

إذن العلاقة بين AB و OH هي :

$$OH = \frac{AB}{2\tan\left(36°\right)} .$$

تمارين للتطبيق المباشر

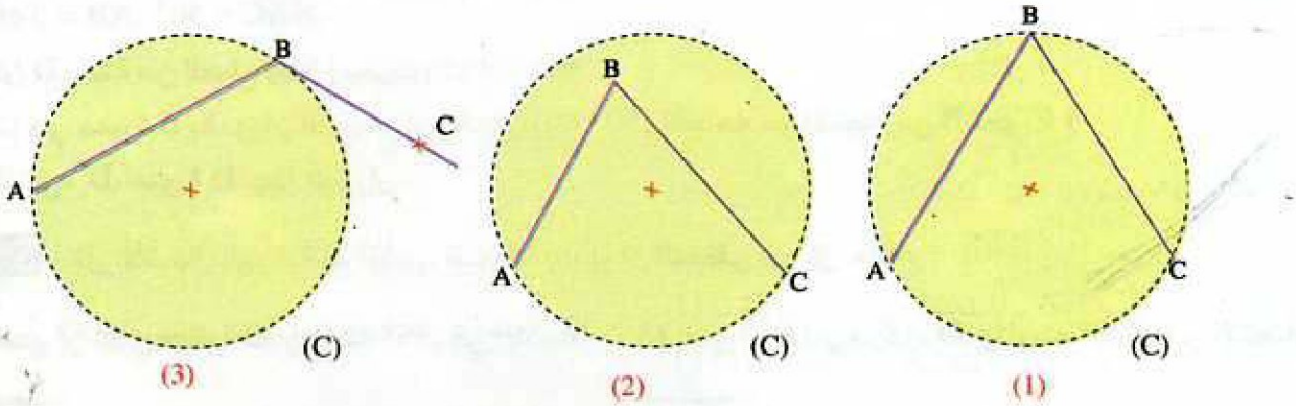
6 انقل الشكل الموالي :



[A'B'] هي صورة [AB] بدوران. دون البحث عن مركزه، أنشىء C' صورة C بهذا الدوران.

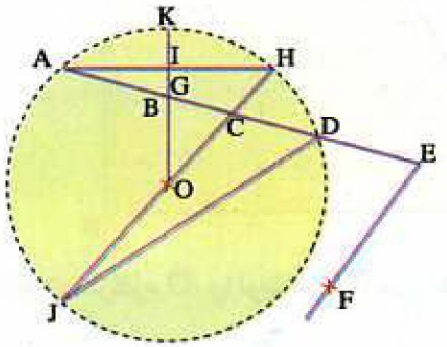
عباسي عبد الوهاب

7 هل الزاوية $\widehat{ABC}$ محيطية في الدائرة (C) في كل حالة مما يلي؟ اشرح.



- اشرح

8 تمعّن في الشكل الموالي :



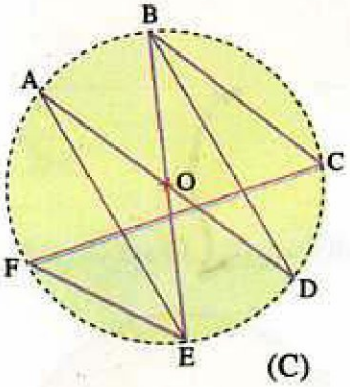
1) اذكر زاويتين مركزيتين.

2) اذكر ثلاث زوايا محيطية.

3) اذكر الزاويتين اللتين تحصران نفس القوس $\overset{\frown}{HD}$.

4) هل الزاوية $\widehat{AEF}$ محيطية؟ مركزية؟ برّر.

9 تمعّن في الشكل الموالي حيث (C)، هي الدائرة ذات المركز O.



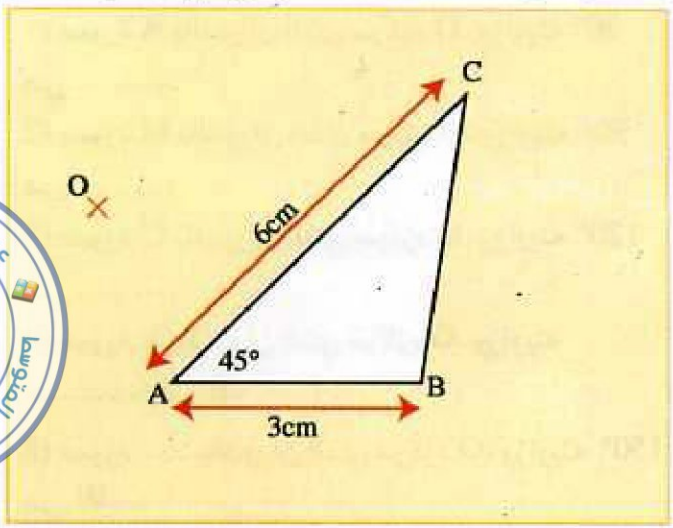
1) ما هي الزوايا المحيطية التي تحصر القوس $\overset{\frown}{CE}$ ؟

2) ما هي الزوايا المحيطية التي تحصر القوس $\overset{\frown}{AB}$؟

3) أذكر أربع زوايا مركزية.

تمارين

4 انقل المثلث ABC الموضح في الشكل :



1) أنشىء 'A'، 'B'، 'C صور A، B، C، على الترتيب، بالدوران الذي مركزه O، وزاويته 50° في الإتجاه الموجب.

2) ما هو قيس الزاوية $\widehat{B'A'C'}$ ؟

3) ما هما طولا القطعتين ['A'B] و ['A'C] ؟

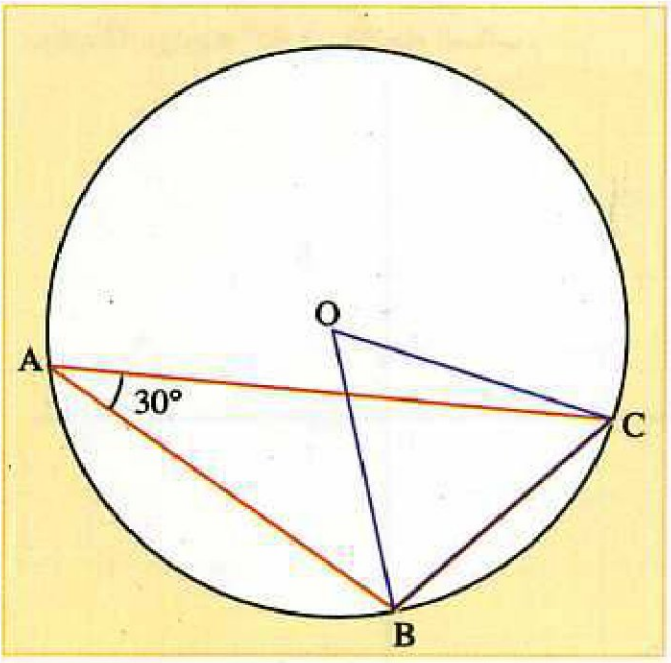
4) هل القطعتان [CB] و ['C'B] لهما نفس الطول ؟

5 لتكن الدائرة ذات المركز O.

ولتكن A، B، C نقاطا من هذه الدائرة بحيث :

$\widehat{BAC} = 30°$.

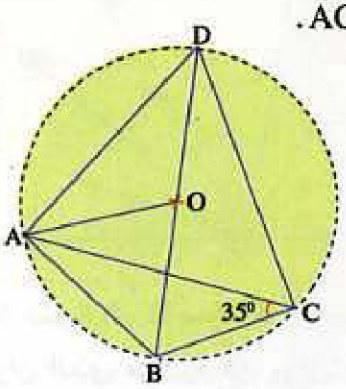
- برهن أن المثلث OBC متقايس الأضلاع.



6 لتكن الدائرة التي مركزها O وقطرها DB.

احسب : $\widehat{AOB}$ ، $\widehat{ADB}$ ، $\widehat{DCA}$ ، $\widehat{AOD}$.

علما أنّ : $\widehat{ACB} = 35°$.

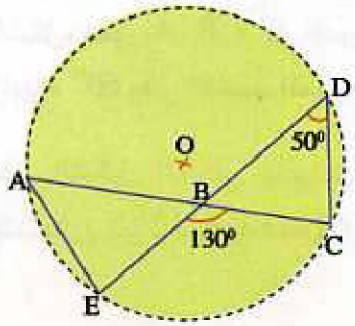


عباسي عبد الوهاب

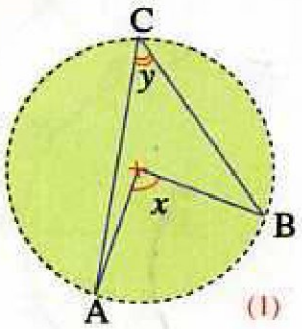
7 لتكن الدائرة التي مركزها O حيث :

[DE] و [AC] وتران لها و $\widehat{EDC} = 50°$ ، $\widehat{EBC} = 130°$.

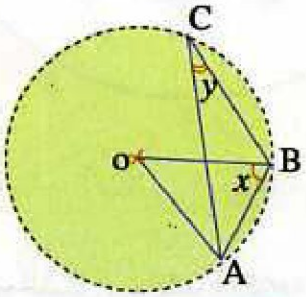
احسب $\widehat{AEB}$.



8 عبّر عن y بدلالة x في كل من الحالتين الآتيتين :



(1)



(2)

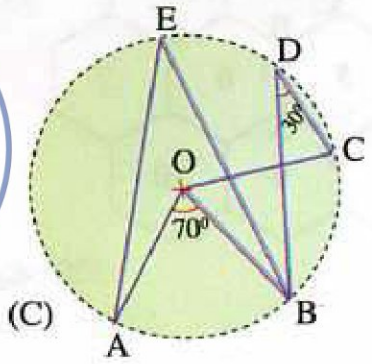
تمارين

10 (C) دائرة مركزها O. A ، B ، C ، D ، E نقاط من الدائرة. $\widehat{BDC} = 30°$ و $\widehat{AOB} = 70°$.

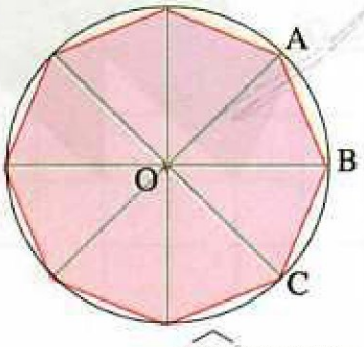
1) احسب قيس الزاوية $\widehat{AEB}$.

2) احسب أقياس زوايا المثلث BOC.

3) ما هو قيس الزاوية $\widehat{ADC}$؟

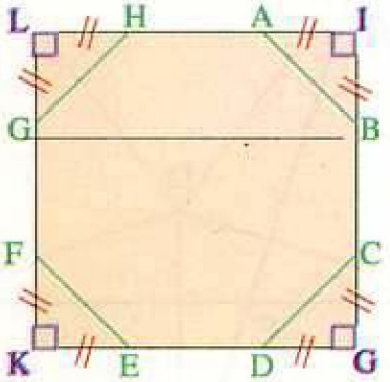


11 A ، B ، C ثلاث رؤوس متتابعة من الثماني المنتظم الذي مركزه O. (انظر الشكل الموالي).



ما هو قيس الزاوية $\widehat{ABC}$.

12 LIGK مربّع. ABCDEFGH مضلع ثماني. (انظر الشكل الموالي).

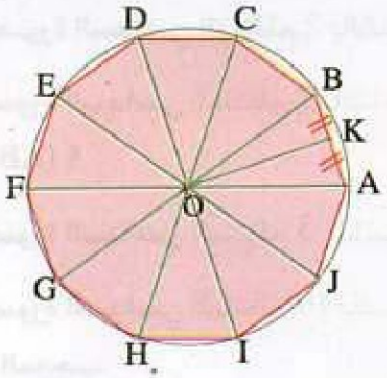


- أعط أقياس الزوايا الداخلية للمضلع الثماني.
- هل هذا المضلع الثماني منتظم ؟ علّل.

13 أنشىء سباعيا منتظما مركزه O وطول ضلعه 3 cm.

14 يمثل الشكل الموالي، عشاريا منتظمًا مركزه O. نصف قطر الدائرة المحيطة بهذا العشاري المنتظم هو: $AO = 2,5$ cm، K هو منتصف [AB].

احسب AB بالتقريب إلى 10^{-1} من السنتيمتر.



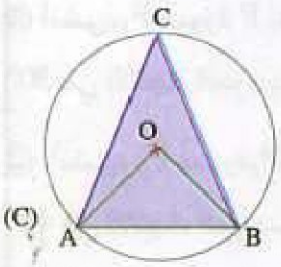
15 (C) دائرة مركزها O. (انظر الشكل الموالي).

ما هو قيس الزاويتين $\widehat{ACB}$ و $\widehat{AOB}$ علما أنّ :

$\widehat{AOB} = (2x + 34)°$،

$\widehat{CAB} = (x + 2)°$،

$\widehat{ABC} = (3x + 6)°$.



16 ABCDEF سداسي منتظم مركزه O.

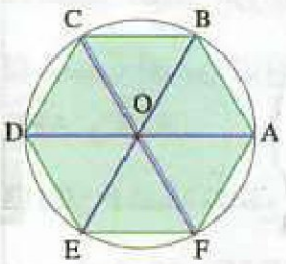
ما هي صورة المثلث OAB بـ :

1) التناظر المحوري بالنسبة إلى (DA).

2) التناظر المركزي ذي المركز O.

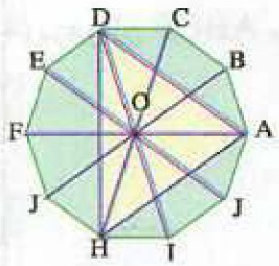
3) الانسحاب بالشعاع $\overrightarrow{FE}$.

4) الدوران ذي المركز B، والزاوية $60°$ في الاتجاه السالب.



17 ABCDEFGHIJ عشاري منتظم مركزه O. (انظر الشكل الموالي).

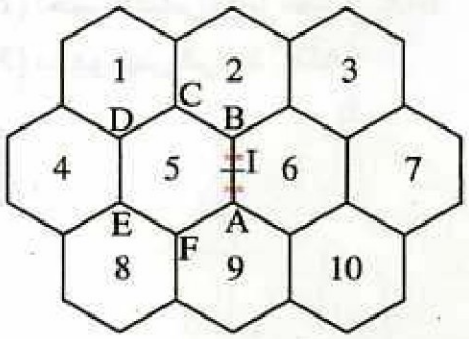
أعط أقياس زوايا المثلث ADH.



عباسي عبد الوهاب

مسائل

1 يمثل الشكل المقابل عشرة سداسيات منتظمة مرقمة من 1 إلى 10. نسمي السداسي المنتظم الخامس ABCDEF، ونرمز بـ I لمنتصف القطعة [AB].



- أجب عن الأسئلة التالية (بدون تبرير) :

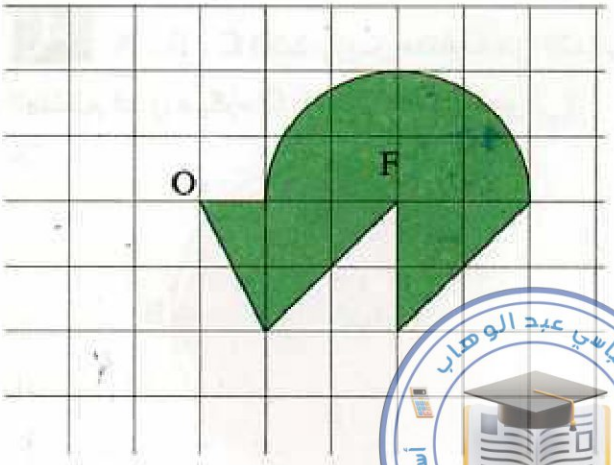
1) ما هي صورة السداسي المنتظم 2 بالتناظر المركزي الذي مركزه I ؟

2) ما هي صورة السداسي المنتظم 7 بالتناظر المحوري الذي محوره المستقيم (AB) ؟

3) ما هي صورة السداسي المنتظم 3 بالانسحاب الذي شعاعه $\overrightarrow{BF}$ ؟

4) ما هي صورة السداسي المنتظم 10 بالدوران الذي مركزه A، وزاويته 120° في الإتجاه الموجب.

2 انقل على ورقة مرصوفة مثيلا للشكل المقابل :

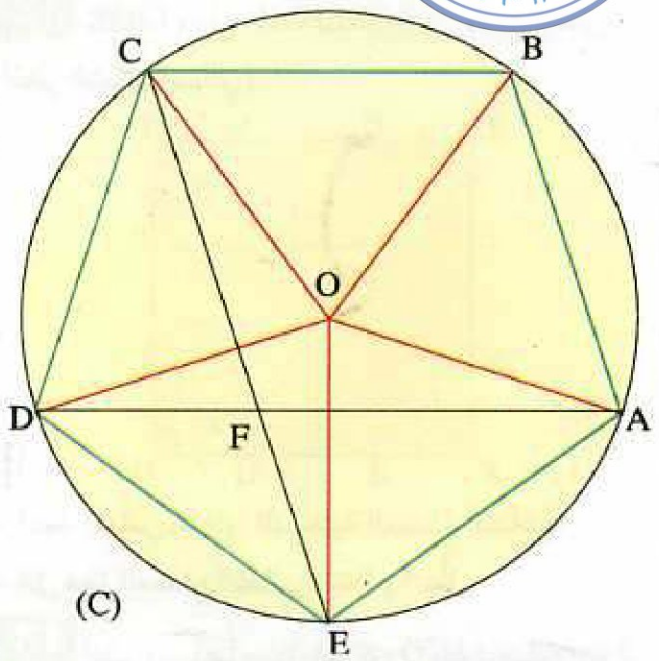


1) أنشىء F_1 صورة F بالدوران الذي مركزه O، وزاويته 30° في الاتجاه الموجب.

2) أنشىء F_2 صورة F_1 بالدوران الذي مركزه O، وزاويته 45° في الاتجاه الموجب.

3) F_2 هو صورة F بدوران. أعط مميزاته.

3 ABCDE خماسي منتظم. (C) الدائرة المحيطة بهذا الخماسي المنتظم والتي مركزها O.



1) احسب أقياس الزوايا المركزية $\widehat{DOE}$ و$\widehat{AOC}$.

2) احسب أقياس الزوايا المحيطية $\widehat{DAE}$ ، $\widehat{DCE}$، $\widehat{AEC}$، و$\widehat{ADC}$.

3) لتكن F نقطة تقاطع المستقيمين (AD) و(EC).

برهن أن المثلثين EAF و DCF متقايسا الساقين.

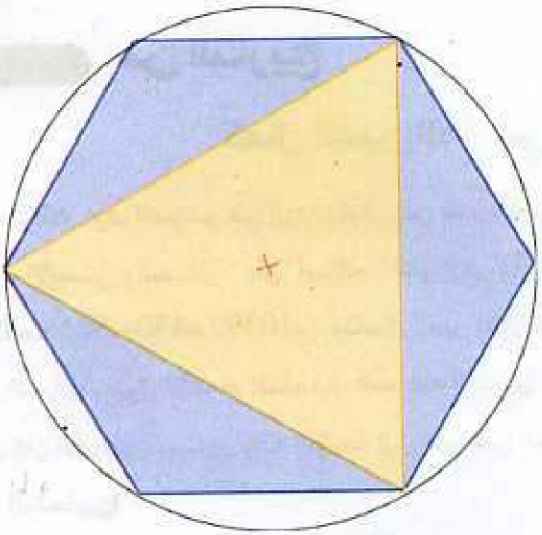
4) برهن أن ABCF معين.

عباسي عبد الوهاب
أستاذ مادة الرياضيات

مسائل

4 ننشىء مثلثًا متقايس الأضلاع وسداسيًا منتظمًا في نفس الدائرة المحيطة.

ما هي نسبة مساحة المثلث إلى مساحة السداسي المنتظم ؟



عباسي عبد الوهاب

5 يمثل الشكل المقابل عشاريا منتظما مركزه O.

مركز الدائرة المحيطية (C).

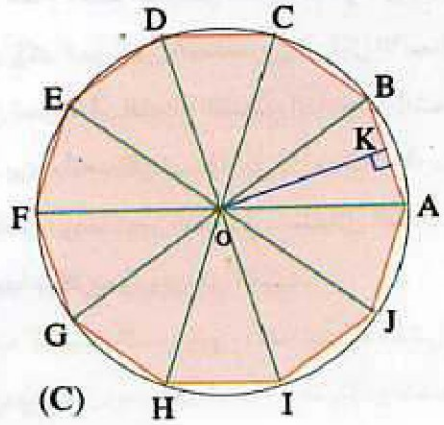
[OK] هو ارتفاع المثلث المتقايس الساقين OAB. إذا علمت أن محيط العشاري المنتظم ABCDEFGHIJ هو 150 m:

) احسب طول الضلع [AB].

) أعط قيس الزاوية $\widehat{AOB}$ وكذا $\widehat{OAB}$.

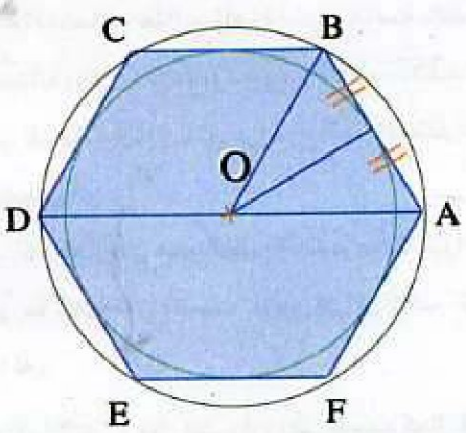
) أعط القيمة المضبوطة ثم المقربة إلى 10^{-2} لطول قطعة [OK].

) احسب مساحة المثلث OAB. استنتج مساحة العشاري المنتظم ABCDEFGHIJ.



6 لتكن S مساحة الدائرة الداخلية في السداسي المنتظم الذي مركزه O. ولتكن S' مساحة الدائرة المحيطة بهذا السداسي المنتظم.

احسب النسبة $\frac{S}{S'}$.



7 احسب نسبة مساحة مضلع منتظم ذي n رأسا ومساحة الدائرة المحيطة به (n عدد طبيعي أكبر من أو يساوي 3).

احسب هذه النسبة من أجل : $n = 5$ ، $n = 10$ ، $n = 20$ ، $n = 30$.

فكّر في طريقة لحساب المساحة التقريبية لدائرة.

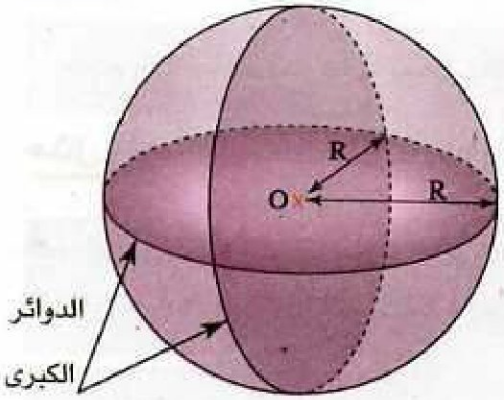
معارف

عباسي عبد الوهاب
أستاذ التعليم الثانوي التأهيلي

1 الكرة والجُلّة

تعريف

- الكرة التي مركزها O ونصف قطرها R هي مجموعة من النقط M من الفضاء بحيث :
$OM = R$.



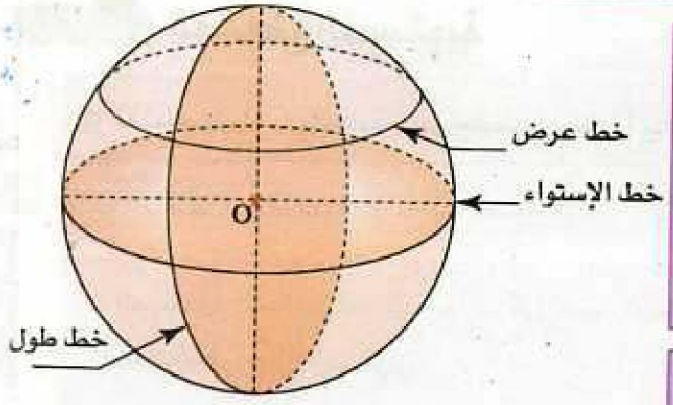
تعريف

الجُلّة التي مركزها O ونصف قطرها R هي مجموعة من النقط M من الفضاء بحيث :
$OM \leq R$.

تمثل كرة (جُلّة) كما في الشكل المقابل .

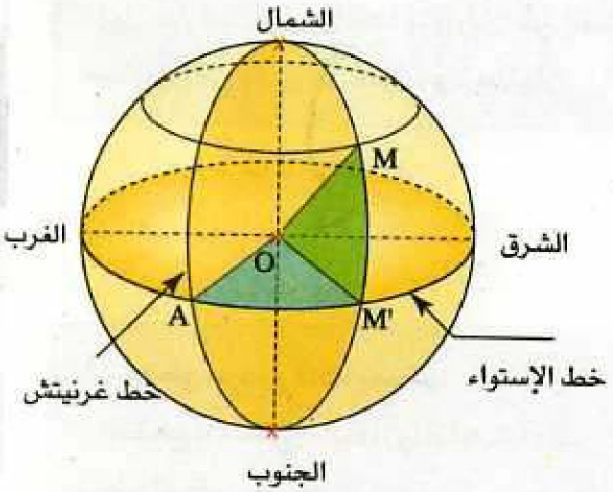
2 الاحداثيات الجغرافية

- الأرض عبارة عن كرة نصف قطرها 6400 km
- خط الاستواء هو دائرة كبرى محتواة في المستوي المعامد لمحور دوران الكرة الأرضية.
- خطوط الطول هي أنصاف دوائر كبرى تمر بالقطبين : الشمالي والجنوبي.



لتحديد المكان M على الكرة الأرضية :

- نعطي قيس الزاوية $\widehat{AOM'}$ بالدرجات، حيث M' تمثل نقطة تقاطع خطّ الطول المار بالنقطة M وخط الإستواء. متبوعة بشرق أو غرب خط غرينتش حسب موضع النقطة M' بالنسبة لهذا الخط.
- ونعطي قيس الزاوية $\widehat{M'OM}$ بالدرجات متبوعة بشمال أو جنوب خط الاستواء، حسب موقع النقطة M بالنسبة لهذا الخط.



ملاحظة

قيسا الزاويتين $\widehat{AOM}$ و$\widehat{MOM'}$، يقرآن مباشرة على مجسم الكرة الأرضية.

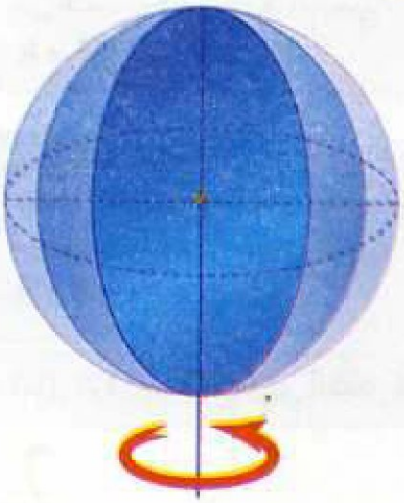
مثال : موقع صنعاء (عاصمة اليمن) : 15° شمالا و 44° شرقا.

عباسي عبد الوهاب
أستاذ مادة الرياضيات بالمدرسة الوطنية للعلوم الاقتصادية والتجارية وعلوم التسيير

3 مساحة الكرة، حجم الجُلَّة

مساحة كرة نصف قطرها R تعطى بالقاعدة : $4\pi R^2$.

مثال : مساحة كرة نصف قطرها 2 cm هي : $16\pi cm^2$.



حجم جلة نصف قطرها R تعطى بالقاعدة : $\frac{4}{3}\pi R^3$.

مثال : حجم جلة نصف قطرها 3 cm هو : $36\pi\ cm^3$.

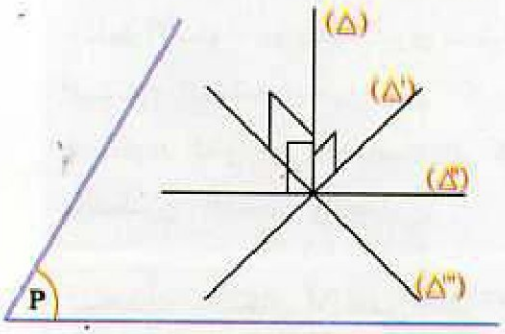
ملاحظة

لا تنس مراعاة الوحدات للمساحة والحجم.

تولّد الكرة من دوران دائرة حول أحد أقطارها.

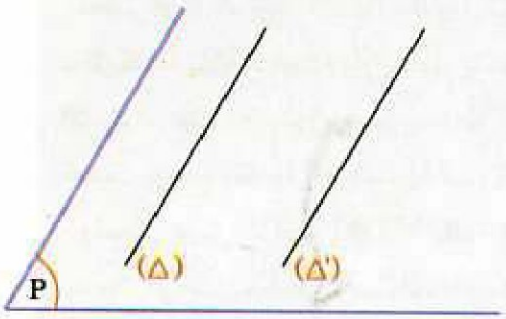
4 المقاطع المستوية

- تقاطع مستو بمجسّم يسمّى مقطعا مستويا لهذا المجسم.



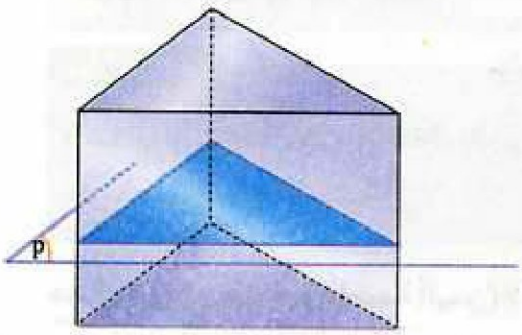
- المستقيم المعامد لمستو، يعامد كل المستقيمات المحتواة في هذا المستوي.

نقول عن مستقيمين أنهما متوازيان في الفضاء، إذا كانا محتويين في نفس المستوى، ولا يلتقيان.



1) **مقطع موشور قائم بمستو**

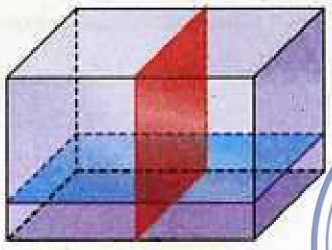
- المقطع المستوي، الموازي لقاعدة موشور قائم، هو سطح له نفس طبيعة القاعدة ونفس بعديها.



معارف

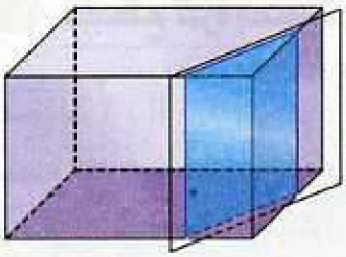
2) مقطع متوازي مستطيلات بمستو

مقطع متوازي مستطيلات بمستو يوازي أحد أوجهه هو مستطيل له نفس بعدي الوجه الموازي له.



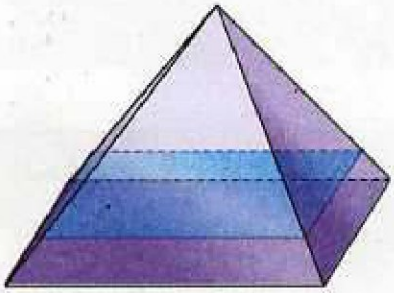
عباسي عبد الوهاب

مقطع متوازي مستطيلات بمستو يوازي أحد أحرفه هو مستطيل طوله أو عرضه يساوي طول ذلك الحرف.



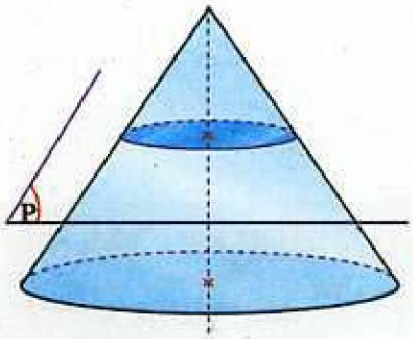
3) مقطع هرم بمستو

مقطع هرم بمستو مواز لقاعدته هو سطح له نفس طبيعة القاعدة وبأبعاد مصغرة.



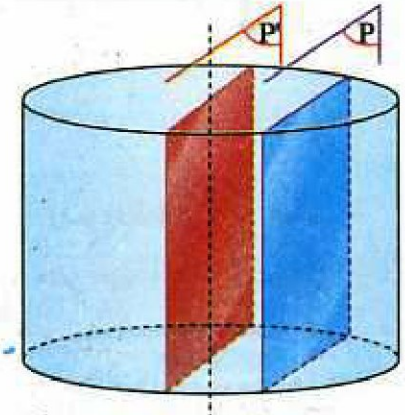
4) مقطع مخروط بمستو

مقطع مخروط دوراني بمستو مواز لقاعدته هو قرص مصغر لقاعدته.

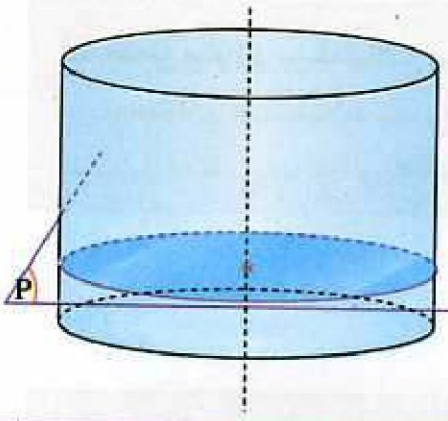


5) مقطع أسطوانة بمستو

مقطع اسطوانة بمستو مواز لمحورها هو مستطيل، طوله أو عرضه يساوي ارتفاع الاسطوانة.



مقطع اسطوانة بمستو موازٍ لقاعدتها هو قرص مطابق لقاعدتها.



عباسي عبد الوهاب

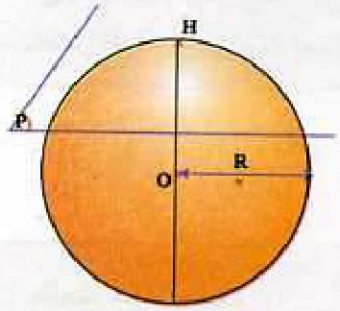
5 مقطع كرة بمستو

الحالة 1 : $OH = R$.

مقطع الكرة بالمستوي (P) هو النقطة H.

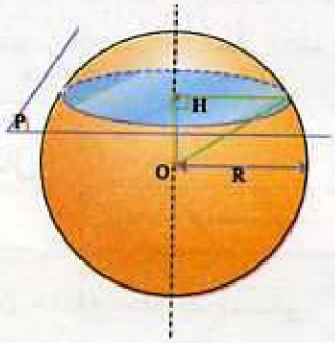
نسمي المستوي (P) : مستويا مماساً للكرة.

نسمي النقطة H : نقطة تماس الكرة بالمستوي (P).



الحالة 2: $0 < OH < R$.

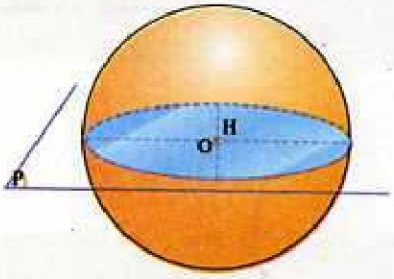
مقطع الكرة بالمستوي (P) هو دائرة نصف قطرها : $\sqrt{R^2 - OH^2}$.



الحالة 3 : $OH = 0$ أي أن O و H متطابقان،

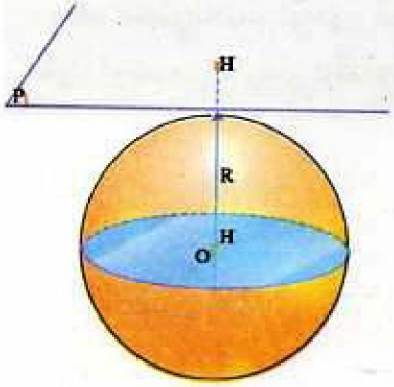
وهذا يعني أن المستوي (P) يمر من مركز الكرة.

مقطع كرة بمستو يمر بمركزها هو دائرة كبرى.



الحالة 4 : $OH > R$.

في هذه الحالة، المستوي (P) لا يقطع الكرة.



عباسي عبد الوهاب

6 التكبير والتصغير

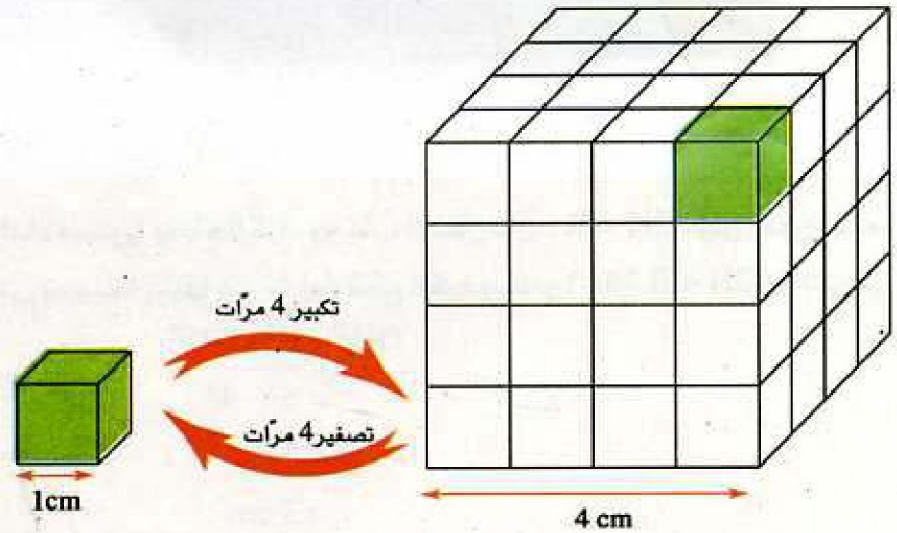
إذا ضربنا أبعاد مجسم بالعدد k ، فقد قمنا :
- بتكبير المجسم، إذا كان $k > 1$.
- بتصغير المجسم، إذا كان $0 < k < 1$.

التكبير والتصغير لا يغيران طبيعة المجسمات.
التكبير والتصغير لا يغيران أقياس الزوايا .

يسمى العدد k : سلّم للتكبير ($k > 1$) أو سلّم التصغير ($0 < k < 1$).

إذا كبّرنا أو صغّرنا مجسّما بالسلم k، فإنّ :
- أبعاده تضرب في العدد k.
- مساحته تضرب في العدد k^2.
- حجمه يضرب في العدد k^3.

مثال :



حرفه :	4 cm
مساحة وجهه :	4^2 cm^2
حجمه :	4^3 cm^3

حرفه :	1 cm
مساحة وجهه :	1 cm^2
حجمه :	1 cm^3

طرائق وتمارين محلولة

عباسي عبد الوهاب

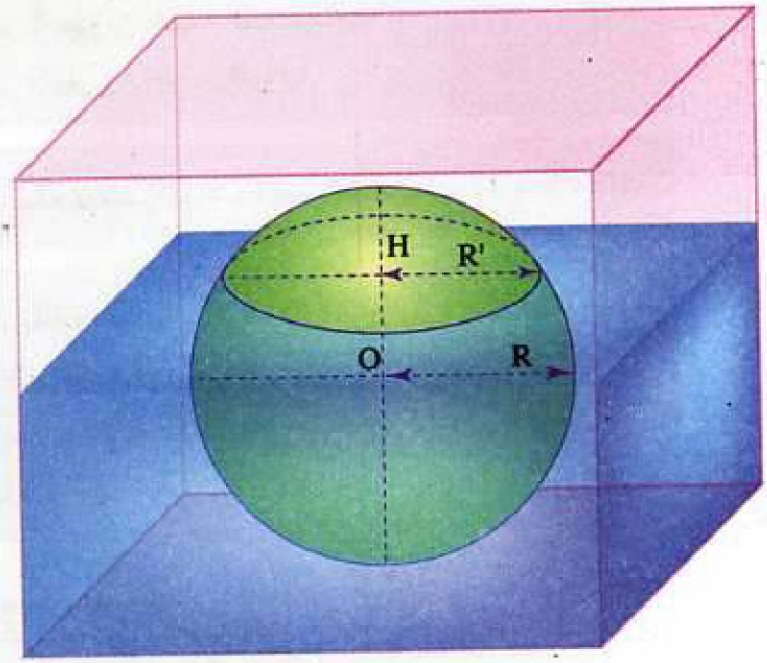
تمرين

تُغمر كرة جزئيا كما هو موضح في الشكل.

نصف قطر الكرة $R = 5\ cm$.

نصف قطر الدائرة الظاهرة جرّاء تقاطع سطح الماء بالكرة : $R' = 4\ cm$.

أوجد ارتفاع الجزء المغمور من الكرة؟



الحل

يمكن اعتبار سطح الماء مستويا يقطع الكرة. وحسب الشكل فإنّ : $OH < R$. إذن يمكن استعمال العلاقة بين OH ، R' و R التي تحصّلنا عليها في نشاط قطع الكرة بمستو (حالة $OH < R$) والتي هي :

$$OH^2 = R^2 - (R')^2$$

$$= 5^2 - 4^2$$

$$= 3^2$$

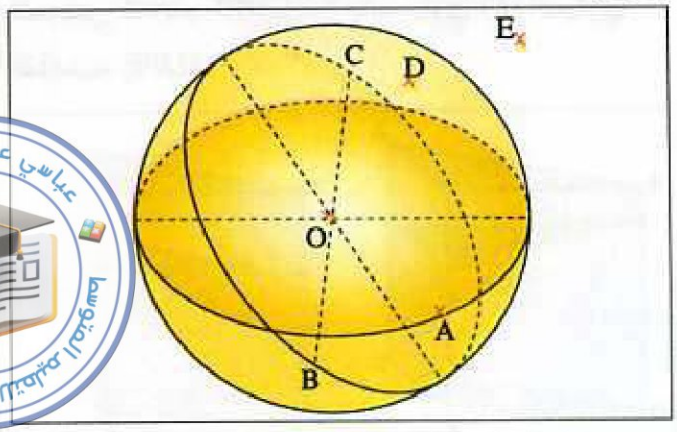
يعني أنّ : $= 3\ cm$

لكن المطلوب هو ارتفاع الجزء المغمور، أي : $OH + R = 8\ cm$.

ومنه ارتفاع الجزء المغمور من الكرة هو : $8\ cm$.

تمارين للتطبيق المباشر

1 يمثل الشكل الموالي كرة نصف قطرها 3cm ومركزها O.

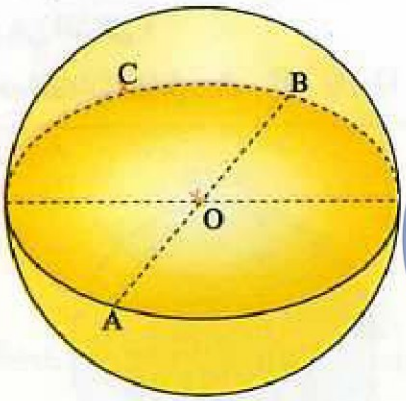


- احسب إن أمكن، الأطوال : OC ، OA ، OD ، CB ، OE.

2 نصف قطر كرة القدم 22 cm.

- احسب بدلالة π مساحتها وحجم الكرة.

3 يمثل الشكل الموالي كرة نصف قطرها 2,5 cm. نعلم أنّ : CB = 4 cm.

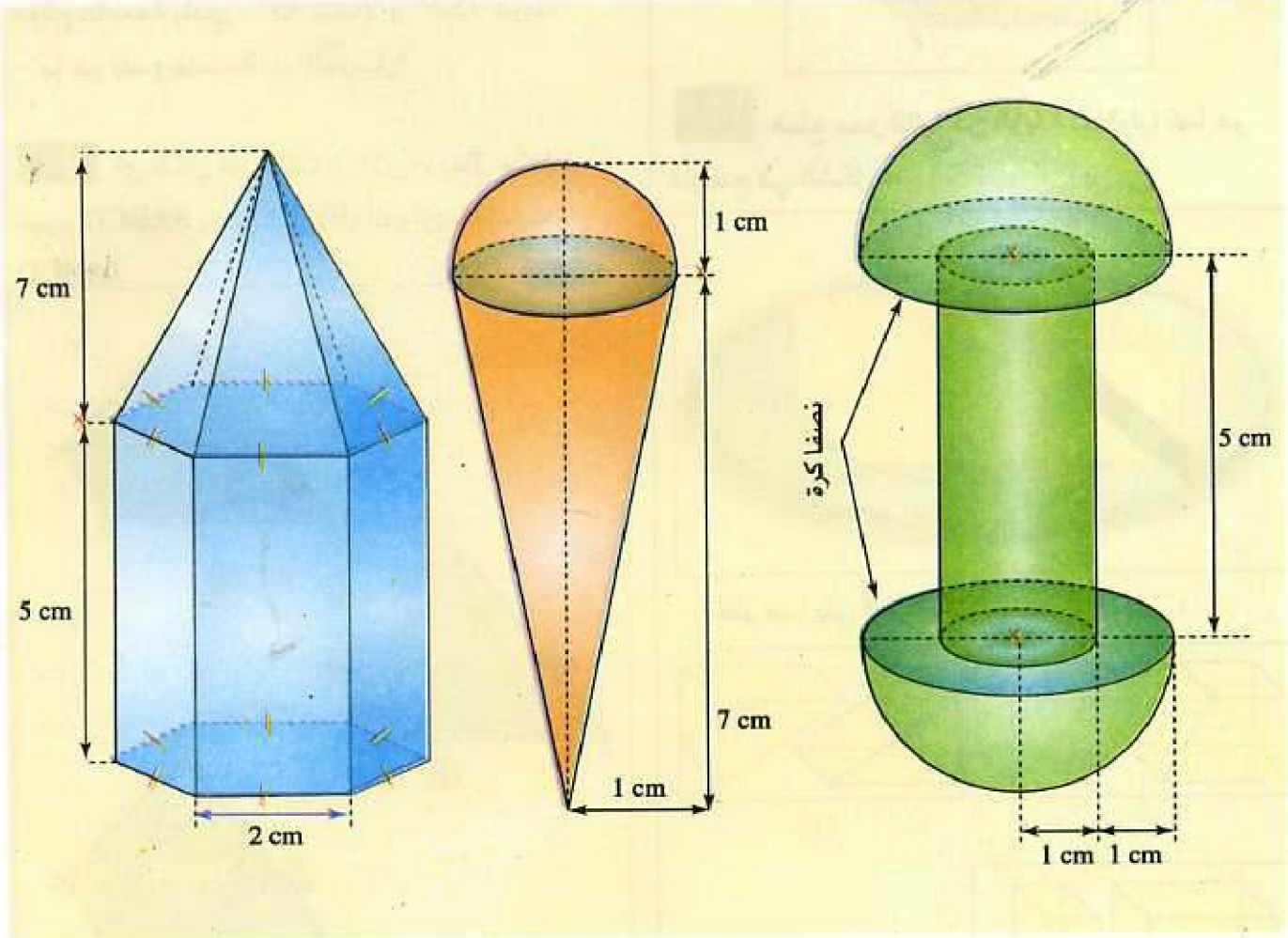


احسب CA مع التعليل.

4 احسب نصف قطر الكرة التي مساحتها $16\pi cm^2$.

5 احسب قطر الجلة التي حجمها $288\ \pi cm^3$.

6 احسب حجوم المجسمات الآتية :

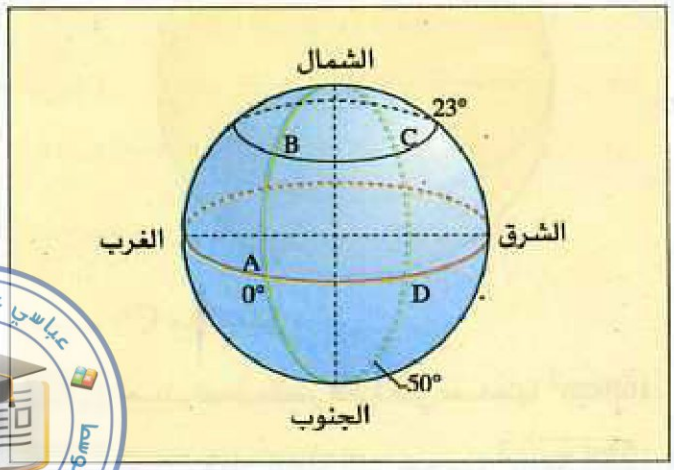


تمارين للتطبيق المباشر

7 يمثل الشكل الموالي الكرة الأرضية.

- ماذا تمثل كل من الدائرة الحمراء ونصف الدائرة الخضراء في الشكل ؟

- أعط احداثيات النقاط : A ، B ، C ، D.



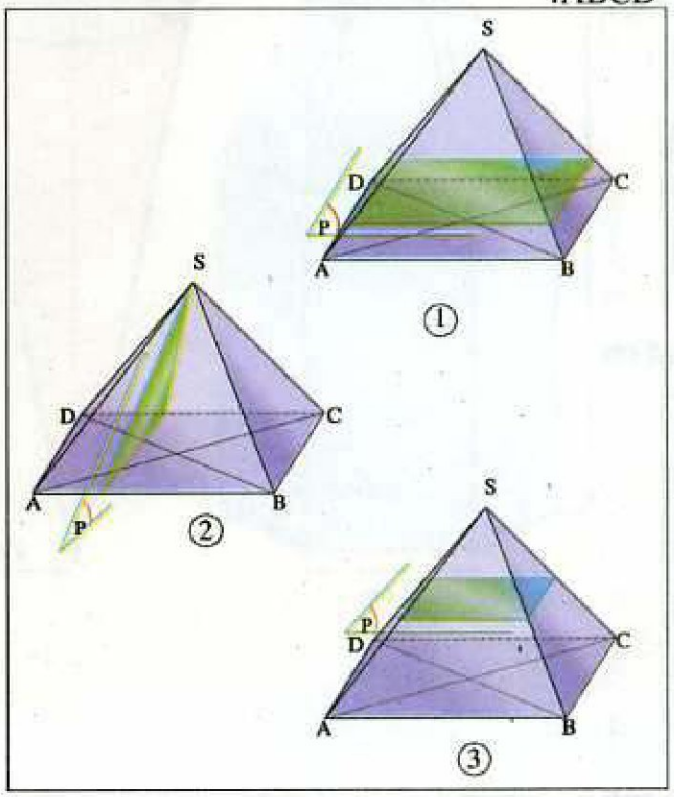
8 تلقى فريد برقية يقول صاحبها :

«مساحة بلدي : $9984670\ km^2$ (الثانية في العالم).

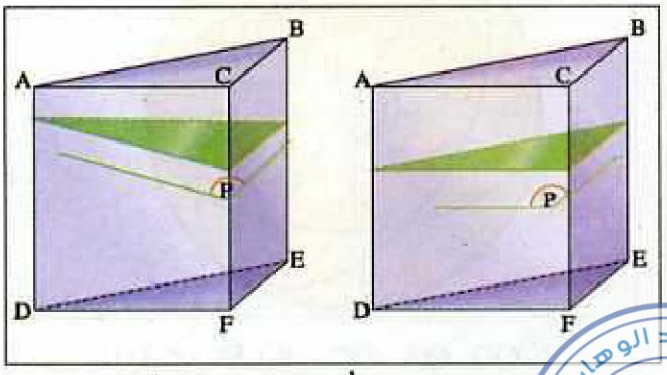
موقع عاصمة بلدي : 45° شمالا و 75,5° غربا»

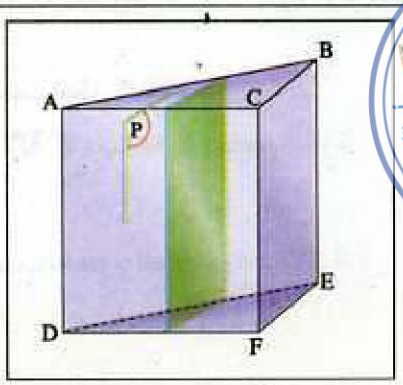
- ما هو بلد وعاصمة بلد المُرسِل؟

9 أي شكل من الأشكال الآتية، يمثل مقطعا للهرم SABCD بالمستوي (P) الموازي لقاعدته ABCD؟

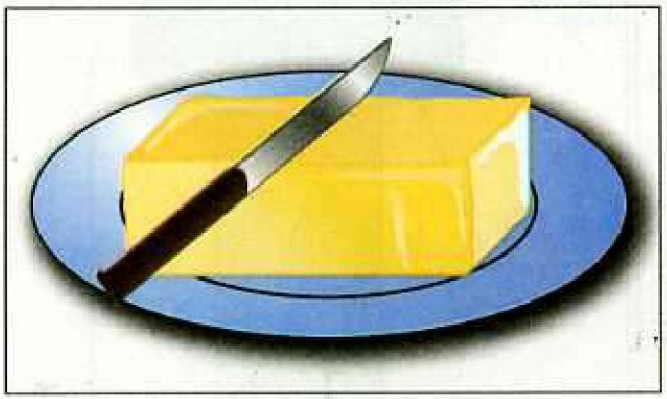


10 أي شكل من الأشكال الآتية، يمثل مقطعا للموشور القائم ABCDEF بالمستوي (P) الموازي لقاعدته DFE؟

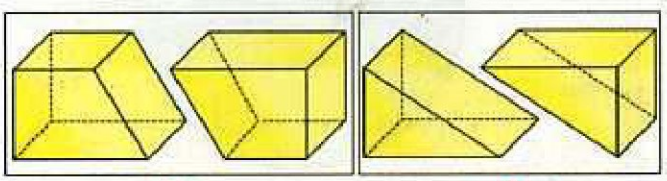




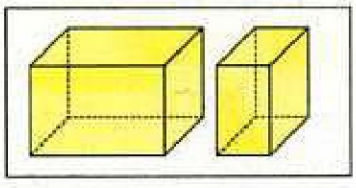
11 قطع عمر قالبا من الزبدة شاقوليا كما هو موضح في الشكل :



- اختر مما يلي الشكل الناتج الممثل لذلك :



(1) (2)

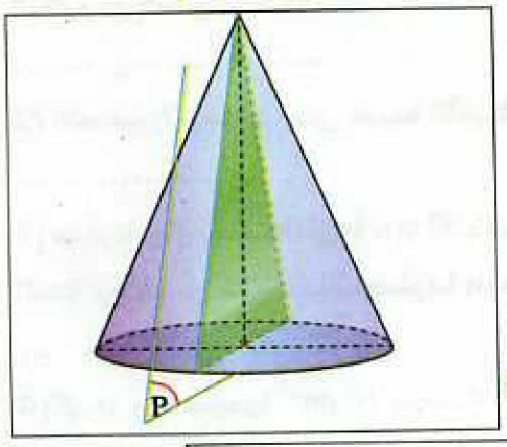


(3)

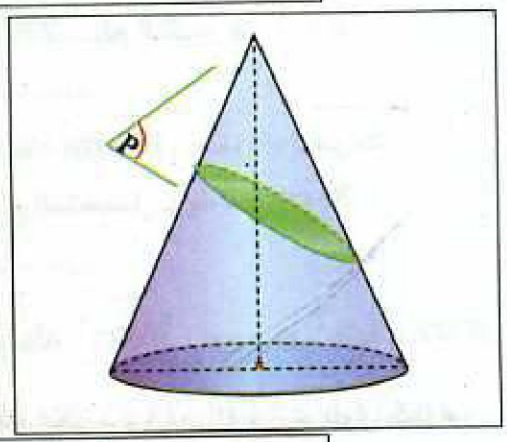
عباسي عبد الوهاب

تمارين للتطبيق المباشر

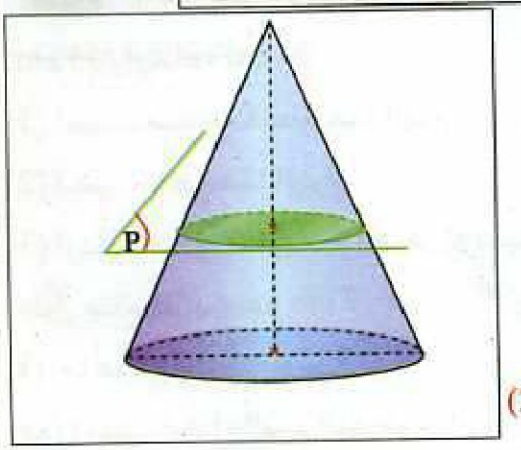
12 أي شكل من الأشكال الخضراء الآتية، يمثل مقطعا للمخروط الدوراني بالمستوي (P) الموازي لقاعدته ؟



(1)



(2)



(3)

13 قطع نجّار قطعة خشبية اسطوانية الشكل كما هو موضح في الشكل :

- أرسم الشكل الناتج عن القطع.

14 ليكن المثلث ABC الذي مساحته $18,5\ m^2$.

- ما هي مساحة المثلث المكبّر EFG بالمعامل 4 للمثلث ABC؟

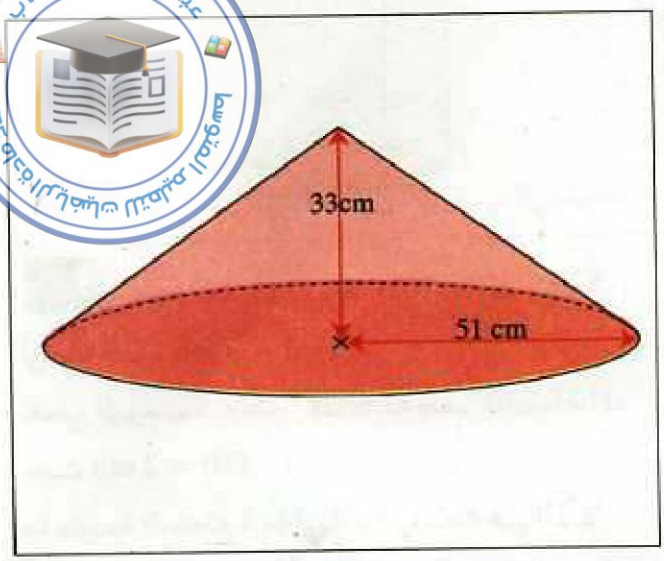
15 ليكن المربع ABCD ذو المساحة $12\ m^2$

- ما هي مساحة المربع المصغر EFGH بالمعامل $\frac{1}{2}$ للمربع ABCD؟

16 مخروط دوراني نصف قطر قاعدته 51 cm وارتفاعه 33 cm.

1) ما هو حجمه؟

2) ما هو حجم المخروط الدوراني المتحصل عليه بعد تصغير هذا المخروط إلى الثلث؟



17 مساحة شكل هندسي $16,5\ cm^2$. قمنا بتحويل له، فأصبحت مساحته $103,125\ cm^2$.

- هل هذا التحويل تصغير أو تكبير للشكل ؟ ما هو معامله؟

18 أصبح حجم هرم $2000\ cm^2$ بتكبير معامله 5.

- ما هو حجم الهرم قبل التكبير؟

عباسي عبد الوهاب
أستاذ الرياضيات بمتقن الجزائر

تمارين

1 تقطع كرة مركزها O بمستو (P). ليكن H مركز دائرة القطع و A نقطة من هذه الدائرة.

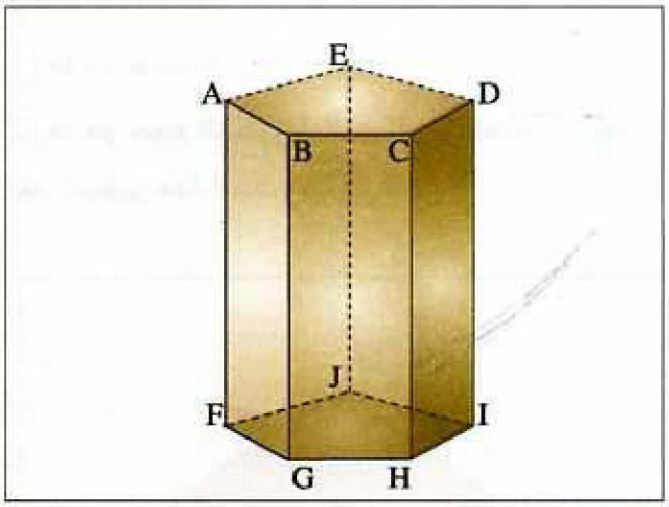
1) مثل هذه الوضعية.

2) إذا علمت أن $OH = 3\ cm$ و $OA = 4\ cm$،

- فما هو نصف قطر دائرة القطع ؟

2 ABCDEFGHIJ موشور قائم خماسي القاعدة نقطعه بمستو معامد للمستقيم (AF) في نقطة k من [AF].

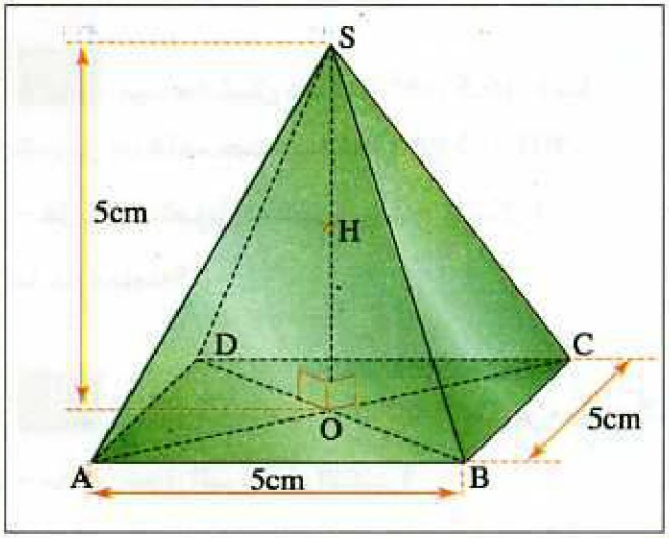
- ما طبيعة المقطع ؟ وضحه في الشكل.



3 هرم قاعدته مربعة الشكل طولها 5 cm، ارتفاع الهرم $OS = 5\ cm$.

نقطع الهرم بمستو موازٍ لقاعدته ويمر بالنقطة H، حيث $OH = 2\ cm$.

ما طبيعة المقطع ؟ ما أبعاده ؟ وضّحه في الشّكل.



4 صحّح الخطأ، إن وجد، فيما يلي :

1) التكبير الذي يضاعف المساحات 4 مرات هو التكبير ذو السلم $k = 2$.

.....

2) التصغير لا يحافظ على طبيعة الأشكال.

.....

3) صغّرنا جلة نصف قطرها 30 cm ثلاث مرات، الجلة المتحصّل عليها نصف قطرها 5 cm.

.....

4) كبرنا جلة حجمها $10\ cm^3$ فتحصلنا على جلة حجمها $270\ cm^3$. سلم التكبير هو $k = 2$.

.....

5) مضلع محيطه 100 cm، صغرناه 5 مرات. محيط المضلع المتحصل عليه هو 20 cm.

.....

5 حجم جلة $36\pi m^3$ ، اوجد مساحتها بدلالة π.

6 SABCD هرم قاعدته مربع طول ضلعه 35 cm وارتفاعه 20 cm.

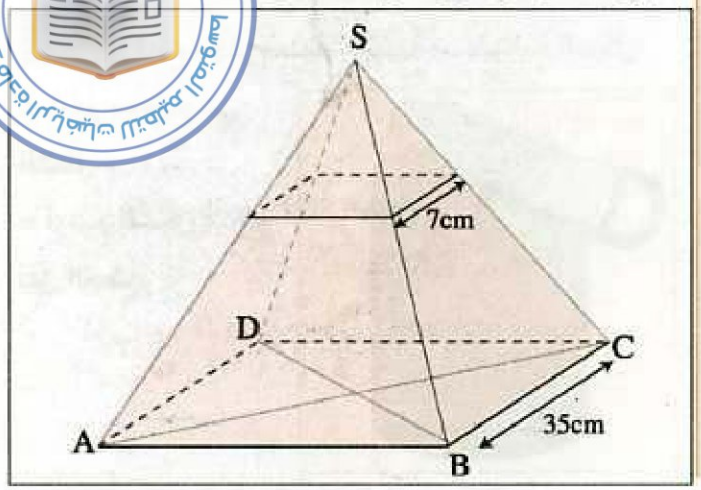
1) احسب مساحة قاعدة هذا الهرم.

2) احسب حجم هذا الهرم.

3) أردنا الحصول على هرم مصغر له بحيث يكون طول ضلع قاعدته هو 7 cm.

أ) ما هو معامل التصغير ؟

ب) احسب ارتفاع الهرم المصغر.



عباسي عبد الوهاب
أستاذ الرياضيات

تمارين

7 ABCD مربع طول ضلعه 6 cm.

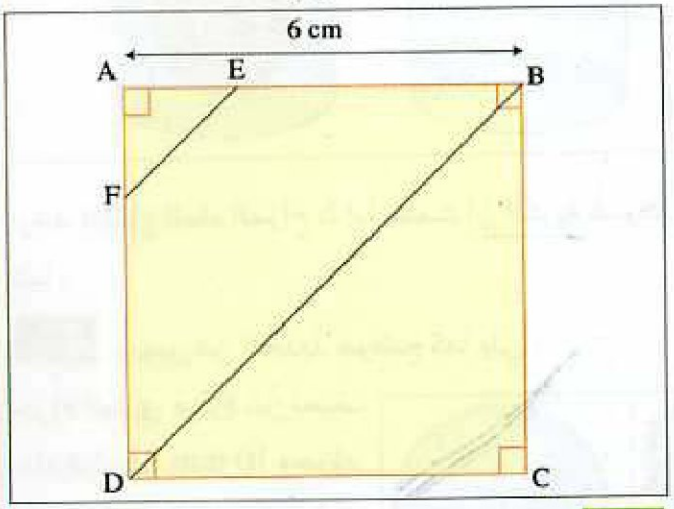
E نقطة من [AB] بحيث $AE = \frac{1}{3}AB$.

F نقطة من [AD] بحيث $AF = \frac{1}{3}AD$.

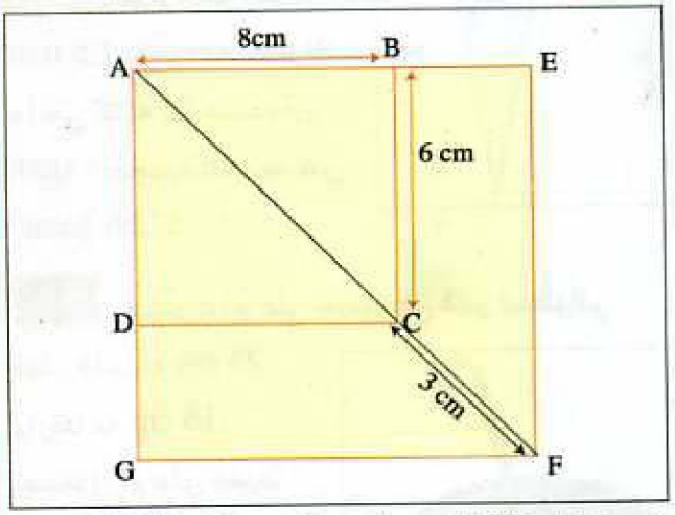
1) احسب BD ثم مساحة المثلث ABD.

2) في أي عدد نضرب BD للحصول على EF؟

في أي عدد نضرب مساحة المثلث ABD للحصول على مساحة المثلث AEF؟ برّر.



8 إليك الشكل الموالي :



المستطيل AEFG هو تكبير للمستطيل ABCD.

النقاط A ، C ، F في استقامية.

(EF) // (BC).

(FG) // (DC).

1) احسب الطول AC.

2) احسب الطولين AG و AE.

3) ما هو معامل التكبير ؟

9 1) أنشىء المثلث متقايس الساقين SAB بحيث $SA = SB = 6{,}5cm$ ، و $AB = 5cm$.

نسمي I نقطة تقاطع العمود النازل من S مع الضلع [AB].

عيّن على المستقيم (SI) وخارج المثلث SAB النقطة D، بحيث $ID = 3cm$.

2) أ - ما هو طول القطعة [AI] ؟ برّر إجابتك.

ب - أعط القيمة المقربة بالنقصان إلى الدرجة لقيس الزاوية $\widehat{ISA}$.

جـ - أعط القيمة المقربة بالنقصان إلى الدرجة لقيس الزاوية $\widehat{IAD}$.

د - احسب طول القطعة [SI]. برّر إجابتك.

3) بيّن أنّ $BD = AD$.

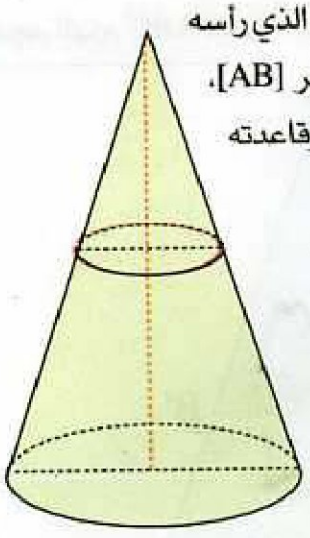
4) المستقيم الذي يشمل D ويوازي (AB) يقطع (AS) في A' و (SB) في B'.

-احسب النسبة $\frac{DA'}{IA}$. برّر إجابتك.

5) ندير المثلثين SAB و S'A'B' حول المستقيم (SI)، فنحصل على مخروطين دورانيين (أنظر الشكل)

- علمّ على الشكل النقاط S، A، B، A'، B'.

نسمي C المخروط الدوراني الذي رأسه S وقاعدته القرص ذو القطر [AB]، و C' المخروط الذي رأسه S وقاعدته القرص ذو القطر [A'B'].



أ - ليكن V حجم المخروط الدوراني C.

- أعط القيمة المضبوطة لـ V بدلالة π.

- أعط القيمة المقربة بالنقصان إلى cm^3 للحجم V.

ب) المخروط الدوراني C، تكبير للمخروط الدوراني C.

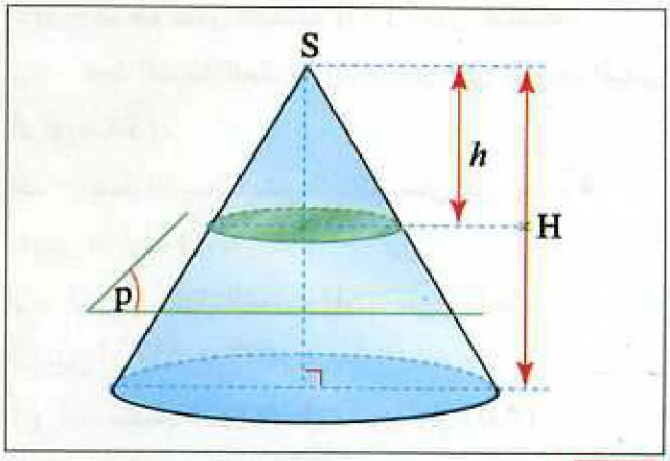
- عبر عن V' حجم المخروط الدوراني C' بدلالة V.

عباسي عبد الوهاب

مسائل

1 يمثل الشكل الموالي مخروطا دورانيا ارتفاعه H، نقطعه بالمستوي (P) الموازي لقاعدته على بعد h من رأسه S.

احسب النسبة $\frac{h}{H}$ ، إذا علمت أنّ مساحة المقطع الدائري هي ربع مساحة قاعدته.

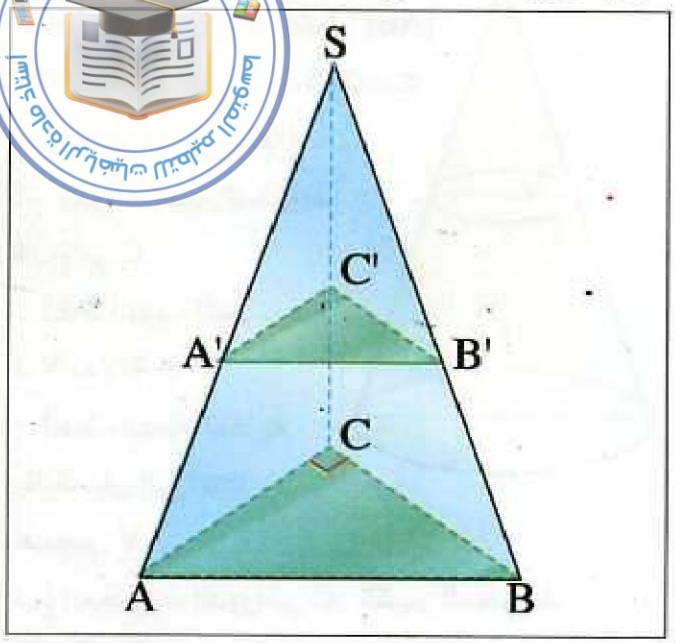


2 المجسم SABC هرم، قاعدته المثلث ABC القائم في C، نقطعه بمستو موازٍ لقاعدته، فنتحصّل على المثلث A'B'C'.

يعطى : $SA = 12m$ ، $SA' = 8\ m$ ، $SC = 9\ m$.

مساحة المثلث ABC هي $64\ m^2$.

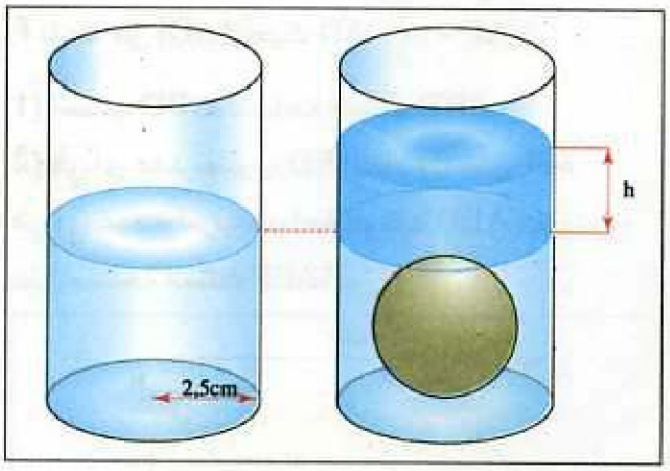
حجم الهرم SABC هو $192\ m^3$.



1) احسب الطول SC' مع التبرير.

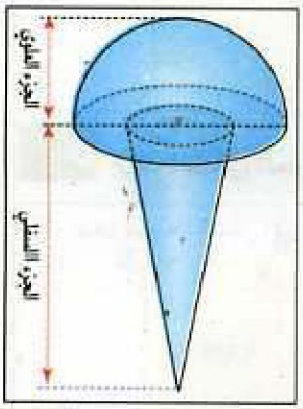
2) استنتج مساحة A'B'C' وحجم المجسم SA'B'C'.

3 نضع كرية من حديد قطرها 2 cm في حوض مائي اسطواني الشكل كما هو موضح في الشكل :



اوجد ارتفاع الماء المزاح h إذا علمت أن الكرية غُمرت كليا.

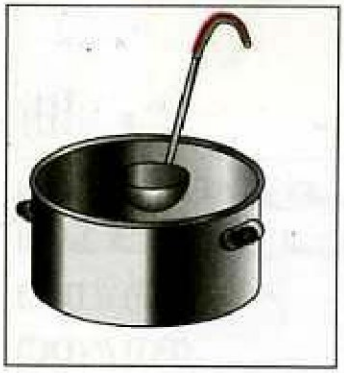
4 دبوس من الحديد موضح كما يلي :



جزؤه العلوي عبارة عن نصف جلة قطرها 10 mm وجزؤه السفلي عبارة عن مخروط دوراني نصف قطر قاعدته 1,5 mm وارتفاعه 10 mm.

ما هي كتلته إذا علمت أن الكتلة الحجمية للحديد هي : $7,86\ g/cm^3$

5 حضّرت أمّ علي حساء في قدر اسطواني



قطر قاعدته 25 cm وارتفاعه 15 cm.

تستعمل أم علي مغرفا جزؤه السفلي عبارة عن نصف كرة، نصف قطرها 5 cm لتقديم الطعام.

كم مرة استعملت المغرف لإطعام أفراد عائلتها إذا علمت أنّ ارتفاع الحساء في القدر هو $\frac{2}{3}$ ارتفاع القدر ولم يستهلك $\frac{1}{5}$ كمية الحساء.

عباسي عبد الوهاب

مسائل

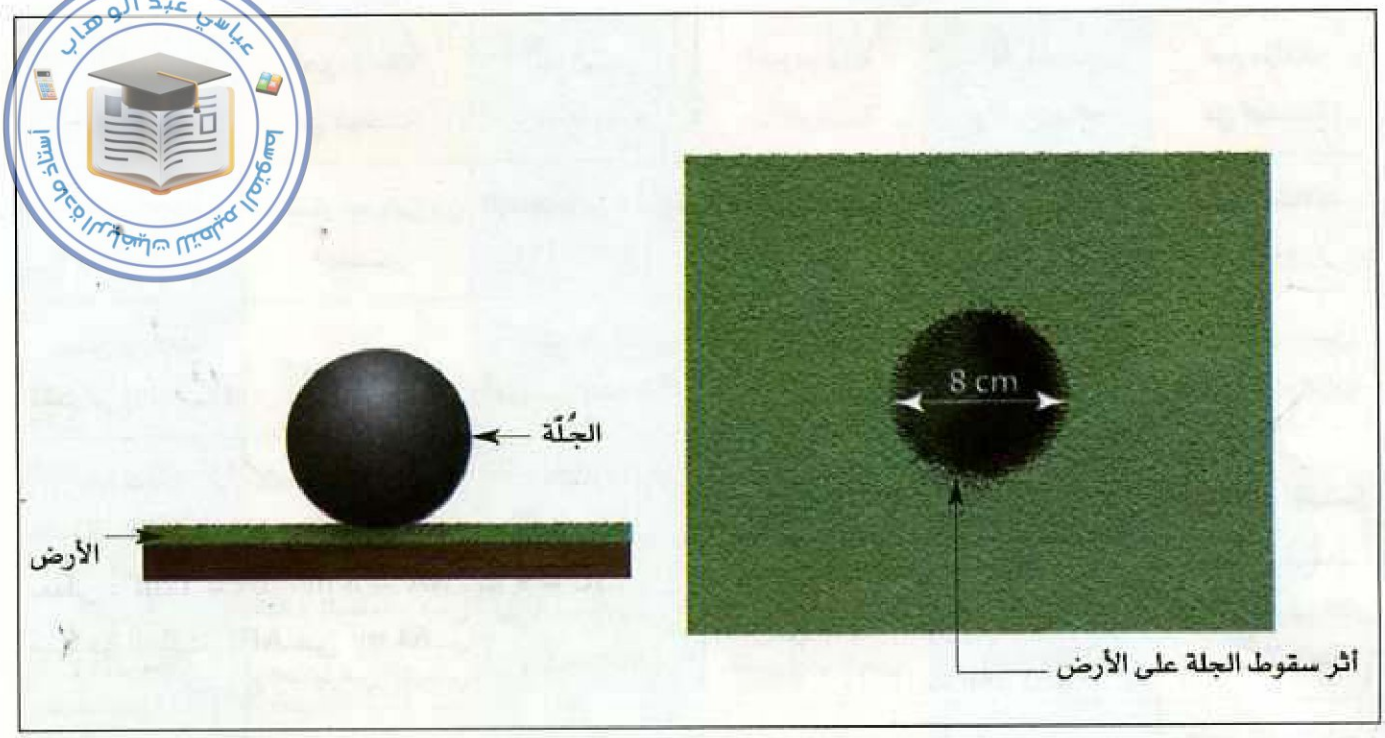
6 تطفو كرة قطرها 28 cm على سطح الماء.

ارتفاع الجزء المغمور منها هو 20 cm.

1) ارسم هذه الوضعية.

2) باعتبار أنّ سطح الماء، هو مستو يقطع الكرة، احسب مساحة المقطع الممثل لتلامس الكرة بسطح الماء.

7 سقطت جُلّة من حديد قطرها 15 cm على الأرض، فتركت أثرا دائريا قطره 8 cm.



ما هو عمق أثر سقوط هذه الجُلّة على الأرض؟

8 ليكن المثلث A'B'C' القائم في A' ذو المساحة $54\ cm^2$ والذي يمثل تكبيرًا للمثلث ABC القائم في A.
طولي الضلعين [AB] و [AC] للمثلث ABC هما على الترتيب 3 cm و 4 cm.

- احسب الطولين A'C' و A'B'.

9 جلة نصف قطرها 10 cm، كتلتها 300 g.

- ما هي كتلة جلة مصنوعة من نفس المادة والتي نصف قطرها 30 cm؟