الثالثة متوسط

$e = mc^2$

الرياضيات

دروس وملخصات

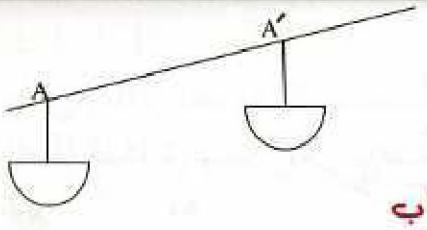
الأستاذ عباسي للرياضيات

تزود

الانسحاب

عند إزاحة شكل حيث تنقل كل نقط الشكل على مستقيمات متوازية في نفس الإتجاه وبنفس المسافة، نحصل على صورة هذا الشكل بانسحاب.

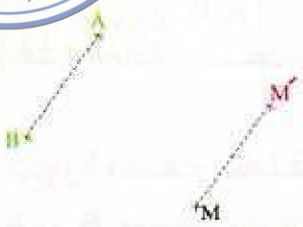
مثال :



عباسي عبد الوهاب
أستاذ الرياضيات بثانوية الإمام مسلم

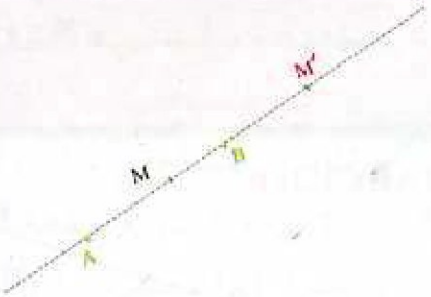
صورة نقطة بانسحاب

A و B نقطتان متمايزتان.



M نقطة حيث A و B و M ليست على استقامة واحدة.
النقطة M′ صورة M بالانسحاب الذي يحوّل A إلى B يعني أنّ الرباعي ABM′M متوازي أضلاع.

M نقطة حيث A و B و M على استقامة واحدة.
النقطة M′ صورة M بالانسحاب الذي يحوّل A إلى B يعني أنّ :
M′ نقطة من (AB) و [MM′] و [AB] لهما نفس الإتجاه و MM′ = AB.

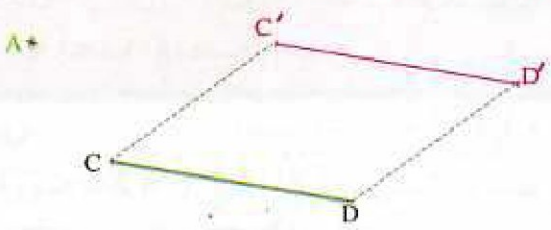


صورة قطعة مستقيم

A و B نقطتان متمايزتان.

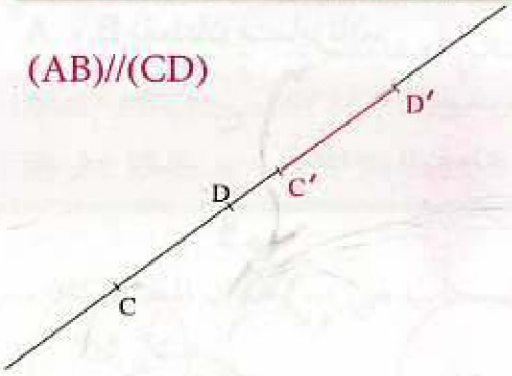
صورة قطعة مستقيم بالانسحاب الذي يحوّل A إلى B هي قطعة مستقيم توازيها وتقايسها.

(AB) لا يوازي (CD)



القطعة [C′D′] هي صورة القطعة [CD] بالانسحاب الذي يحوّل A إلى B.

(AB)//(CD)



القطعة [C′D′] هي صورة [CD] بالانسحاب الذي يحوّل A إلى B.

انتبه :

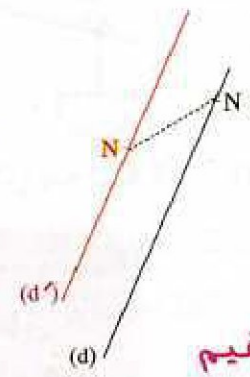
صورة القطعة [CD] هي القطعة [C′D′] حيث C′ و D′ صورتا C و D على الترتيب.

صورة مستقيم

A و B نقطتان متمايزتان.

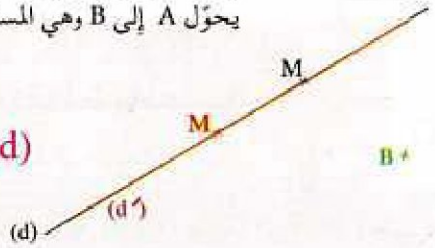
صورة مستقيم (d) بالانسحاب الذي يحوّل A إلى B هي مستقيم يوازيه.

(d′) هي صورة (d) بالانسحاب الذي يحوّل A إلى B.



(d) لا يوازي (AB)

(d′) هي صورة (d) بالانسحاب الذي يحوّل A إلى B وهي المستقيم (d) نفسه.



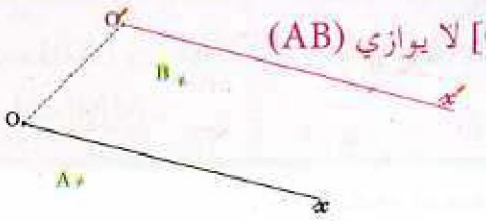
(AB)//(d)

صورة نصف مستقيم

A و B نقطتان متمايزتان.

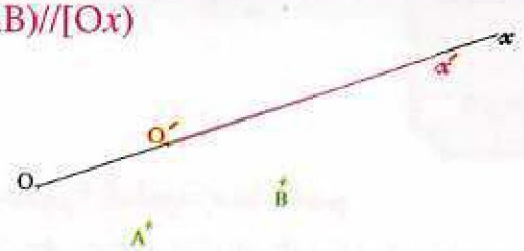
صورة نصف مستقيم بالانسحاب الذي يحوّل A إلى B هي نصف مستقيم يوازيه وله نفس الإتجاه.

[Ox) لا يوازي (AB)



[O′x′) هو صورة [Ox) بالانسحاب الذي يحوّل A إلى B مع O′ صورة O بهذا الانسحاب.

(AB)//[Ox)



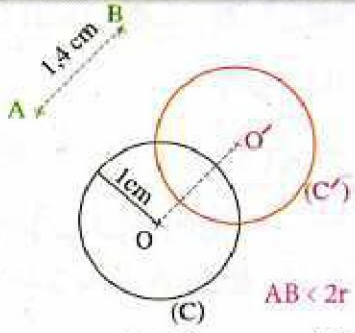
O′ هي صورة O بالانسحاب الذي يحوّل A إلى B.
صورة [Ox) هي [O′x′) بالانسحاب الذي يحوّل A إلى B.

صورة دائرة

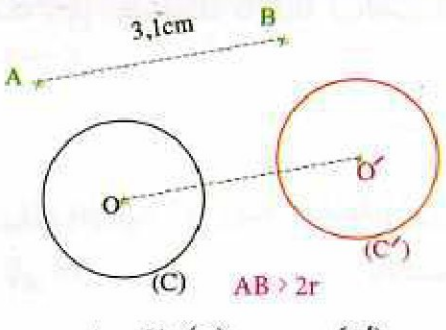
A و B نقطتان متمايزتان.

صورة دائرة مركزها O بالانسحاب الذي يحوّل A إلى B هي الدائرة التي لها نفس نصف القطر ومركزها هو النقطة O′ صورة O بهذا الانسحاب.

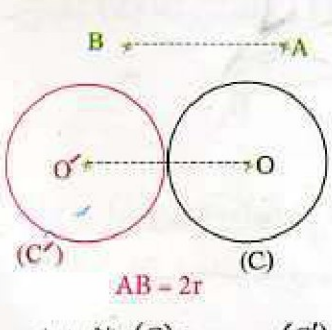
(C′) هي صورة (C) بالانسحاب الذي يحوّل A إلى B.



(C′) هي صورة (C) بالانسحاب الذي يحوّل A إلى B.



(C′) هي صورة (C) بالانسحاب الذي يحوّل A إلى B.



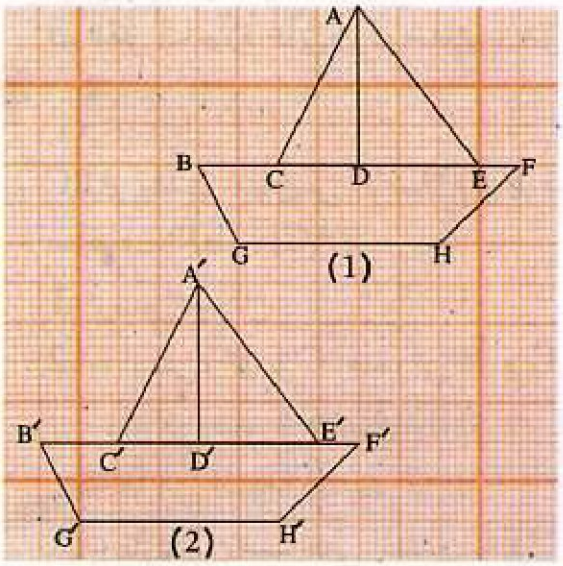
عباسي عبد الوهاب

خواص الانسحاب

الانسحاب يحفظ الأشكال (كل شكل وصورته قابلان للتطابق) .

مثال : الشكل (2) هو صورة الشكل (1) بالانسحاب الذي يحوّل A إلى A′.

الانسحاب يحفظ :



– الأطوال

مثال : في الشكل (2) B′ و G′ هما صورتا B و G من الشكل (1) بالانسحاب المعطى، إذن BGG′B′ متوازي أضلاع. وبالتالي B′G′ = BG.

– التوازي

مثال : في الشكل (1) المستقيمان (BF) و (GH) متوازيان. وصورة المستقيم (BF) هي المستقيم (B′F′) يوازيه وصورة المستقيم (GH) هي المستقيم (G′H′) الموازي له. وهكذا توازي المستقمين (BF) و (GH) أدى إلى توازي صورتيهما (B′F′) و(G′H′).

– استقامية نقط

مثال : في الشكل (1) النقط B وC وF على استقامة واحدة. والنقط B′ وC′ وF′ في الشكل (2) هي صور النقط B وC وF على الترتيب. إذن B′F′ = BF و C′F′ = CF و B′C′ = BC.

بما أنّ النقطة C تنتمي إلى القطعة [BF]، فإنّ : BC + CF = BF. ومنه : B′C′ + C′F′ = B′F′.

من المساواة الأخيرة يستنتج أنّ النقطة C′ تنتمي إلى [B′F′]، أي أنّ النقط B′ وC′ وF′ بدورها على استقامة واحدة.

– المساحات

مثال : كل شكل وصورته بانسحاب قابلان للتطابق. إذن للشكل (1) ولصورته (2) نفس المساحة.

– الزوايا :

مثال : كل زاوية في الشكل (1) تطابق صورتها في الشكل (2)، لأنّ الشكلين (1) و (2) قابلان للتطابق.

النص :

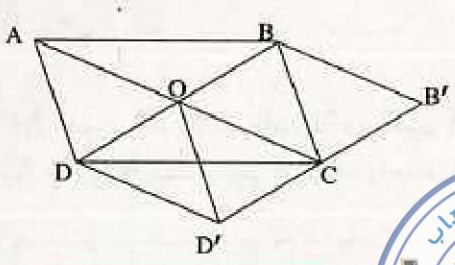
ABCD متوازي أضلاع مركزه O.

1. ارسم الشكل، ثم أنشيء النقطتين B′ و D′ صورتي B وD على الترتيب بالانسحاب الذي يحوّل A إلى O.

2. برهن أنّ النقط B′ و C وD′ على استقامة واحدة.

3. برهن أنّ النقطة C منتصف القطعة [B′D′].

حل :



1. رسم الشكل و إنشاء B′ وD′ صورتي B و D بالانسحاب الذي يحوّل A إلى O :

B′ هي صورة B بهذا الانسحاب يعني :

الرباعي AOB′B متوازي أضلاع.

وD′ صورة D بهذا الانسحاب يعني :

الرباعي AOD′D متوازي أضلاع.

A و B و M ليست على استقامة واحدة.
M′ صورة M بالانسحاب الذي يحوّل A إلى B يعني : ABM′M متوازي أضلاع.

2. برهان على أنّ B′ وC وD′ على استقامة واحدة :

بما أنّ O مركز متوازي الأضلاع ABCD، فإنّ النقط B و O و D على استقامة واحدة.

O مركز متوازي أضلاع يعني O منتصف كل من القطرين.

إنّ النقطة C هي صورة O بالانسحاب الذي يحوّل A إلى O لأنّ النقط A و O و C على استقامة واحدة وO منتصف القطعة [AC]، إذن النقط B′ وC وD′ صور B و O و D بالانسحاب الذي يحوّل A إلى O. وبالتالي :

A وB وM على إستقامة واحدة.
M′ صورة M بالانسحاب الذي يحوّل A إلى B تعني : M′ نقطة من (AB) و [AB] و [MM′] لهما نفس الإتجاه. و AB = MM′.

النقط B′ و C وD′ على استقامة واحدة لأنّ النقط B و O و D على استقامة واحدة.

3. برهان على أنّ C منتصف القطعة [B′D′] :

صورة القطعة [BD] هي القطعة [B′D′] بالانسحاب الذي يحوّل A إلى O.

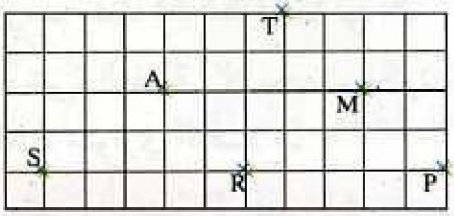
بما أنّ O منتصف [BD]، و بما أنّ C صورة O بالانسحاب الذي يحوّل A إلى O، فإنّ :

C منتصف القطعة [B′D′].

كون الانسحاب يحفظ استقامية نقط، يسهل البرهان على استقامية النقط B′ وC وD′.

12

تمعّن في الشكل الآتي :



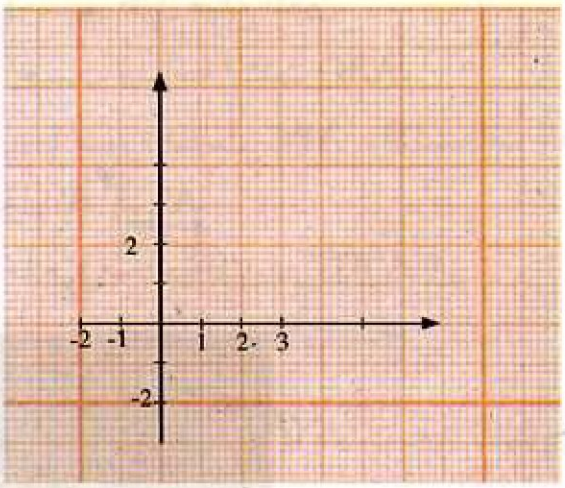
1. عيّن صورتي M و A بالانسحاب الذي يحوّل T إلى M.
2. ما هي صورة المستقيم (TP) بالانسحاب السابق ؟
3. ما هي صورة القطعة [AM] بالانسحاب الذي يحوّل T إلى A ؟

عباسي عبد الوهاب

خواص

13

1. انقل المعلم الآتي، ثم علّم النقط A و B و C و D و A′ بحيث أنّ A (4،2) و B (−3،3) و C (7،4) و D (−4،2) و A′ (5،−3).



2. علّم النقط B′ و C′ و D′ صورة B و C و D بالانسحاب الذي يحوّل A إلى A′، ثم عيّن إحداثيي كلّ منها.

14

ABC مثلث، M منتصف القطعة [AB] و N منتصف القطعة [AC]. ما هي صورة B بالانسحاب الذي يحوّل M إلى N ؟

15

ABC مثلث، متساوي الساقين رأسه A. I منتصف القطعة [BC] و D نظيرة A بالنسبة إلى I.

1. ارسم الشكل، ثم أنشىء النقطتين B′ و C′ صورتي B و C على الترتيب بالانسحاب الذي يحوّل A إلى I.
2. ما هي صورة المثلث ABC بهذا الانسحاب؟
3. برهن أنّ D منتصف القطعة [B′C′].
4. ما هي طبيعة المثلث B′IC′ ؟

16

ABC مثلث قائم في B بحيث أنّ AB = 4 cm و AC = 6 cm.

1. ارسم الشكل.
2. أنشىء B′ و C′ صورتي B و C على الترتيب بالانسحاب الذي يحوّل A إلى C.
3. احسب القيمة التقريبية إلى 0,1 للطول B′C′.

17

(C) دائرة مركزها O و A نقطة من (C).

1. ماهو مركز الدائرة (C′) صورة (C) بالانسحاب الذي يحوّل O إلى A ؟
2. برهن أنّ النقطة O هي نقطة من الدائرة (C′).

عباسي عبد الوهاب

18

O و O′ نقطتان متمايزتان. (C) الدائرة التي مركزها O ونصف قطرها OO′، (C′) الدائرة التي مركزها O′ ونصف قطرها OO′، A إحدى نقطتي تقاطع (C) و (C′).

B صورة A بالانسحاب الذي يحوّل O إلى O′.

برهن أنّ النقطة B هي نقطة من (C′).

مسائل

19

ABCD مستطيل حيث AB يساوي 8 cm و BC 3 cm، I نقطة تقع خارج المستطيل ABCD بحيث أنّ المثلث ABI متساوي الساقين رأسه I و IB = 5 cm. و E نقطة من (AI) بحيث أنّ (CE) ⊥ (AI)، و F نقطة من (BI) بحيث أنّ (DF) ⊥ (BI)، و G نقطة من (AB) بحيث أنّ (IG) ⊥ (AB)، و H نقطة تلاقي أعمدة المثلث AIB.

1. ارسم الشكل بكل عناية.
2. – احسب القيمة التقريبية إلى $\frac{1}{100}$ لقيس الزاوية $\widehat{IAB}$.

– استنتج أنّ الزاوية $\widehat{AIB}$ زاوية منفرجة.

3. عيّن صور المستقيمات (AH) و (BH) و (IH) بالانسحاب الذي يحوّل A إلى D.
4. استنتج أنّ المستقيمات (CE) و (DF) و (IG) متقاطعة.

20

1. – ارسم مثلثا ANM قائما في N.

– أنشىء النقطة N′ بحيث يكون الرباعي AMN′N متوازي الأضلاع.

2. – أنشىء النقطة P نظيرة M بالنسبة إلى A.

– أنشىء النقطة A′ نظيرة N بالنسبة إلى A.

3. – أنشىء النقطة P′ التي صورتها A′ بالإنسحاب الذي يحول A إلى M.
4. ماهي طبيعة الرباعي AA′P′P ؟
5. قارن بين مساحتي الرباعيين AMN′N و AA′P′P (يمكن استعمال الانسحاب الذي يحول A إلى M).

21

1. – أنشىء معينا AA′B′B مركزه C وطولا قطريه 8 cm و 6 cm.

– أنشىء النقطة C′ صورة C بالانسحاب الذي يحوّل A إلى A′.

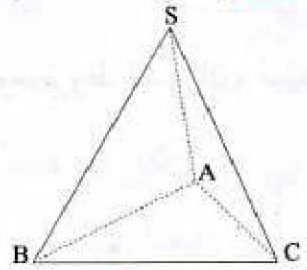
2. احسب طول ضلع المعين.
3. احسب مساحة المثلث ABC.
4. جد صورة المثلث ABC بالانسحاب الذي يحوّل A إلى A′.
5. ما هي مساحة المثلث A′B′C′ ؟

عباسي عبد الوهاب

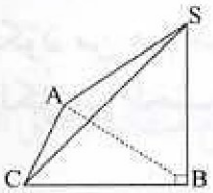
الهرم

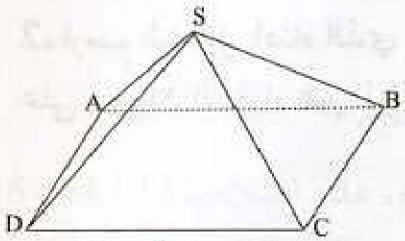
الهرم هو مجسم يتميّز بـ :
- قاعدة شكلها مضلع.
- رأس هو نقطة خارجة عن مستوي القاعدة.
- أوجه جانبية هي مثلثات لها رأس مشترك هو رأس الهرم، ولكل مثلث من هذه المثلثات ضلع مشترك مع القاعدة.

أمثلة :



المثلث ABC هو القاعدة،
النقطة S هي الرأس،
المثلث SAB هو وجه جانبي.





المربع ABCD هو القاعدة،
النقطة S هي الرأس،
المثلث SAB هو وجه جانبي.

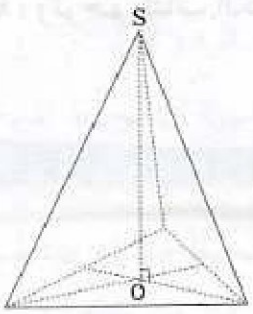
الهرم المنتظم

الهرم المنتظم هو هرم :
- قاعدته مضلع منتظم.
- ارتفاعه يشمل مركز القاعدة.

ارتفاع الهرم هو القطعة التي تشمل رأس الهرم وتعامد مستوي القاعدة.

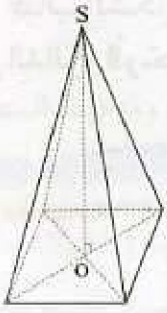
أمثلة :

هرم منتظم قاعدته مثلث متساوي الأضلاع مركزه O.



الارتفاع يشمل مركز المثلث

هرم منتظم قاعدته مربع مركزه O.

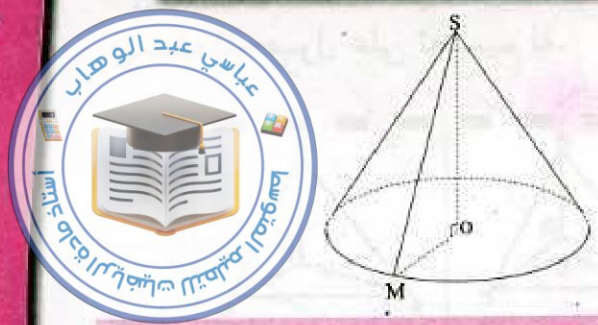


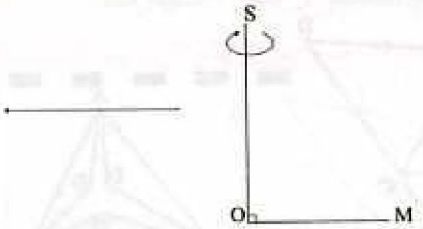
الارتفاع يشمل مركز المربع

الأوجه الجانبية لهرم منتظم هي مثلثات متقايسة، وكل منها متساوي الساقين.

مخروط الدوران

مخروط الدوران هو مجسّم يُولّد عن دوران مثلث قائم حول أحد ضلعيه القائمين.





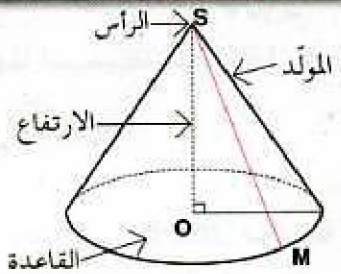
مخروط الدوران المولّد عن دوران المثلث القائم SOM حول (SO) له :

– رأس هو النقطة S.

– قاعدة هي القرص الذي مركزه O ونصف قطره [OM].

ارتفاع المخروط هو القطعة [SO].

كل قطعة [SM] حيث النقطة S هي رأس المخروط وَ M نقطة من دائرة القاعدة تُسمّى مولِّد السطح الجانبي للمخروط.



التمثيل بالمنظور المتساوي القياس

من أهمّ قواعد المَنْظُور المتساوي القياس :

– حِفظ التّوازي أي أنّ مستقيمين متوازيين في الفضاء يُمثّلان بمستقيمين متوازيين على الرسم.

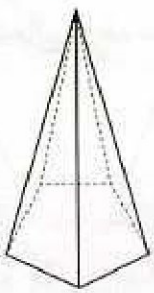
– حفظ المنتصفات.

– حفظ الاستقامية.

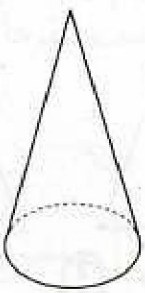
– حفظ نسبة طولي قطعتين متوازيتين.

تمثّل الأشكال الواقعة في مستوٍ شاقولي بأقياسها الحقيقية.

أمثلة :



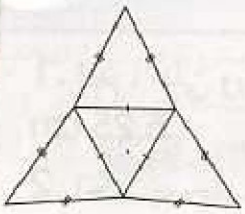
تُمثل الأحرف غير المرئية بقطع منقطة.

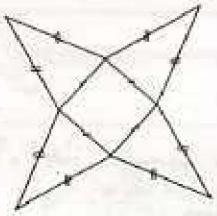


عباسي عبد الوهاب
أستاذ الرياضيات بثانوية الأمير عبد القادر

التصميم

تصميم هرم منتظم

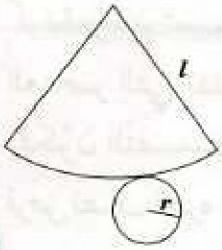




تصميم هرم منتظم هو شكل مستو.

- إذا كانت قاعدة الهرم المنتظم مثلثا، فإنّ تصميمه يتكوّن من : مثلث متقايس الأضلاع و 3 مثلثات متقايسة كلّ منها متساوي الساقين.
- إذا كانت قاعدة الهرم المنتظم مربعا، فإنّ تصميمه يتكوّن من : مربع و 4 مثلثات متقايسة كلّ منها متساوي الساقين.

تصميم مخروط دوران



تصميم مخروط دوران هو شكل مستو يتكوّن من :

- قطاع قرص نصف قطره l حيث l هو طول مولد للمخروط.
- قرص نصف قطره r حيث r هو نصف قطر قاعدة المخروط.

انتبه : يسمح تصميم مجسم بصنع هذا المجسم.

الحجم

حجم هرم منتظم مساحة قاعدته B وارتفاعه h يساوي :

$$V = \frac{1}{3} \times B \times h.$$

مثال : أحد أهرامات الجيزة بمصر هرم منتظم قاعدته مربع طول ضلعه حوالي 230 m وارتفاعه حوالي 140 m.

مساحة قاعدة هذا الهرم تساوي : $B = (230\ m)^2 = 52\ 900\ m^2$.

حجم الهرم يساوي : $V = \frac{1}{3} \times (230\ m)^2 \times 140\ m \approx 2\ 468\ 666{,}66\ m^3$.

حجم مخروط دوراني مساحة قاعدته B وارتفاعه h يساوي :

$$V = \frac{1}{3} \times B \times h.$$

انتبه : إذا كان r نصف قطر قاعدة المخروط فإنّ : $V = \frac{1}{3} \times \pi \times r^2 \times h$.

مثال : حجم مخروط دوراني ارتفاعه 5 cm ونصف قطر قرص قاعدته 8 cm تساوي :

$$V = \frac{1}{3} \times \pi \times (8\ cm)^2 \times 5\ cm \approx 334{,}9\ cm^3.$$

النص :

1. أنجز، على ورقة بيضاء، تصميما لمخروط دوران نصف قطر قاعدته 3 cm وطول مولّد له 5,25 cm.

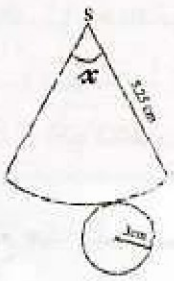
2. احسب حجم هذا المخروط مقربا إلى 0,1. خذ $\pi = 3,14$.

حل:

ارسم باليد الحرة مخروطا.

1. إنجاز تصميم لمخروط الدوران نصف قطر قاعدته 3 cm وطول مولّد له 5,25 cm :

نبدأ برسم تصميم، باليد الحرّة ، لهذا المخروط مبيّنا عليه العناصر التي تتدخّل في إنجاز التّصميم.



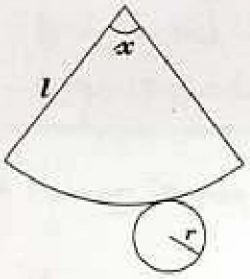
يتكوّن التّصميم من :

قرص نصف قطره 3 cm، هو قاعدة المخروط.

وجزء من قرص نصف قطره 5,25 cm،

يمثّل السّطح الجانبي للمخروط.

لرسم قطاع القرص هذا ، يجب أولا، حساب x.



$x = 360 \times \frac{r}{l}$

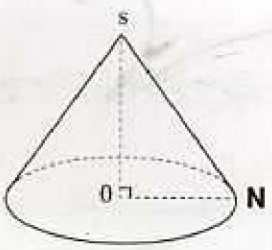
لدينا :

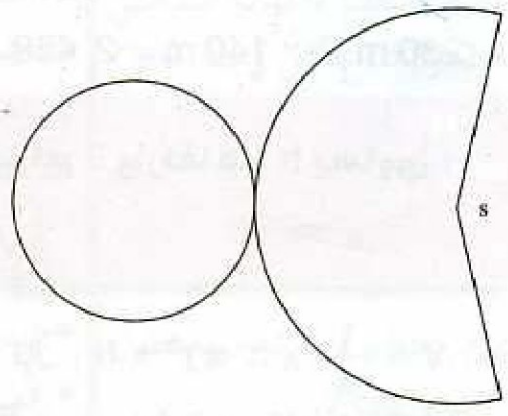
$x = 360° \times \frac{3}{5,25}$ أي $x \approx 206°$.

رسم التصميم :

نرسم قرصا نصف قطره 3 cm.

نرسم قطاع قرص نصف قطره 5,25 cm و زاويته 206°.





2. حساب حجم المخروط :

نحسب ارتفاع المخروط :

لدينا في المثلث القائم SON ، حسب نظرية فيثاغورس :

$NS^2 = ON^2 + OS^2$.

إذن : $OS^2 = NS^2 - ON^2 = 27,5 - 9$.

$OS^2 = 18,5$.

باستعمال حاسبة نجد :

$OS \approx 4,30$.

تكون مساحة القاعدة هي :

$\pi \times 3^2\ cm^2$ أي $9 \times \pi\ cm^2$.

إذن حجم المخروط هو :

$\frac{4,30}{3} \times 9 \times \pi\ cm^3$ أي هو حوالي $\frac{121,6}{3}\ cm^3$.

وبالتالي حجم المخروط هو $40,52\ cm^3$.

حجم مخروط دوراني ارتفاعه L و مساحة قاعدته B هو :

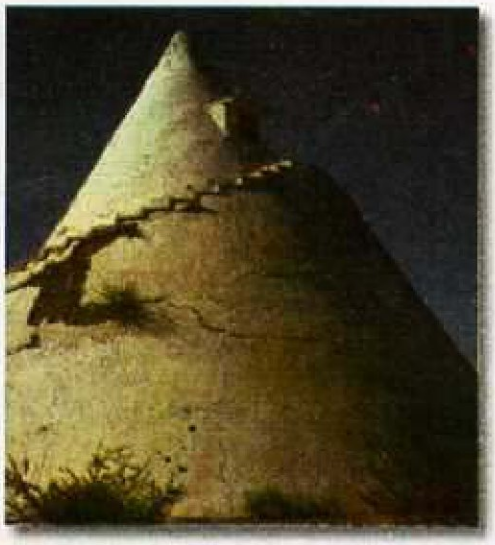
$\frac{1}{3} \times L \times B$

مساحة القرص هي:

$\pi \times r^2$

عباسي عبد الوهاب
أستاذ الرياضيات

إنّ رسم تصميم أو مخروط الدوران باليد الحرة، يسمح لك بملاحظة واستخراج الخواص التي تتدخّل في الإنجاز الدقّيق للعمل المطلوب.



● ارتفاع الهرم هو ارتفاع كل وجه جانبي.

● الأوجه الجانبية لهرم منتظم هي مثلثات متقايسة.

● الأوجه الجانبية لهرم منتظم قاعدته مربع هي مربعات متقايسة.

● لهرم منتظم قاعدته مثلث ثلاثة أوجه جانبية.

● حجم هرم يساوي ثلث جداء ارتفاعه في مساحة قاعدته.

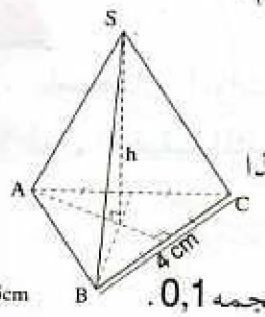
16

هرم منتظم قاعدته مثلث. ارتفاع كل وجه جانبي فيه يساوي 1,5 cm، ومساحته الجانبية تساوي $1,35\ cm^2$. احسب طول ضلع القاعدة.

17

ارتفاع هرم منتظم هو 5 cm و حجمه هو $81\ cm^3$.
ما هي مساحة قاعدة هذا الهرم ؟

18



h=5,5cm

1. احسب مساحة قاعدة هذا الهرم المنتظم.
2. أعط القيمة التقريبية إلى الحجمه 0,1.

19

هرم منتظم قاعدته مربع طول ضلعه 5 cm. ارتفاع هذا الهرم هو 8 cm.

1. احسب مساحة القاعدة.
2. احسب حجم هذا الهرم.

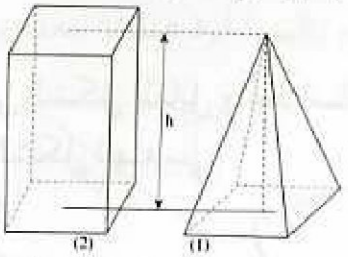
20

هرم منتظم قاعدته مربع طول ضلعه 5 cm.
احسب ارتفاع هذا الهرم إذا علمت أن حجمه يساوي $100\ cm^3$.

21

للمجسّمين الآتيين، قاعدتان قابلتان للتّطابق ونفس الارتفاع.

1. ما هو اسم كلّ من هذين المجسّمين ؟



2. إذا كان حجم المجسم (1) يساوي $518,4\ cm^3$، فما هو حجم المجسم (2) ؟

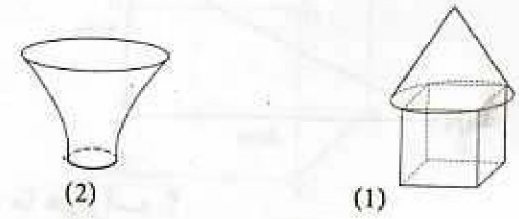
عباسي عبد الوهاب

مخروط الدوران

22

تعرّف فيما يأتي على :

1. المجسّمات الغير المركّبة مع ذكر اسمها.
2. المجسّمات المركّبة مع ذكر اسم كل مجسّم من المجسّمات التي تتركّب منها.



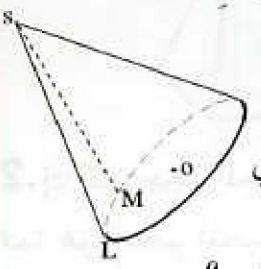
23

من بين المجسمات الواردة في التمرين السابق، تعرّف على المخروطات الدورانية.

24

1. تمعّن في الشكل المقابل وَاعْطِ اسمه.

2. ما هو الشكل الهندسي لقاعدته ؟



3. هل يتكوّن سطحه الجانبي من مضلعات ؟

4. – ما هو ارتفاع هذا المجسّم ؟

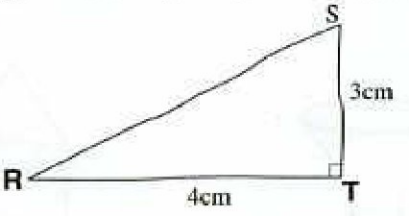
– ما هي نقطة تقاطع الارتفاع والقاعدة ؟

5. ما اسم القطعة [SL] ؟ هل SL = SM ؟

6. ماذا يمثّل OM ؟

25

1. – ما هو المجسّم الذي ينتج عندما نجعل المثلث STR المرسوم باليد الحرة يدور حول الضلع [ST] ؟



– ما هو رأسه ؟

– ما هي قاعدته ؟ احسب مساحة القاعدة ؟

– ما هو ارتفاع هذا المجسّم ؟

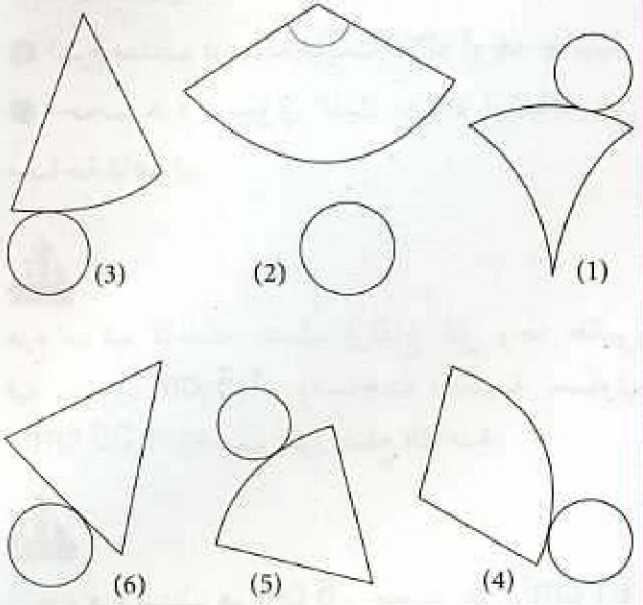
– ماذا يمثّل [SR] لهذا المجسم ؟

2. نفس الأسئلة السابقة عندما نجعل المثلث STR يدور حول [RT].

3. هل المجسّم الذي ينتج عندما نجعل المثلث STR يدور حول الضلع [RS] هو مخروط دوراني ؟ علّل.

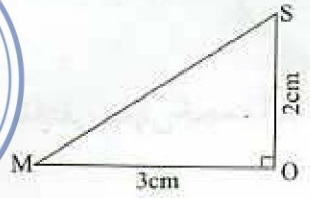
26

من بين الأشكال الآتية، اذكر تصاميم المخروطات الدورانية منها.



27

1. باستعمال أدوات هندسية مناسبة، ارسم بالأطوال الحقيقية المثلث القائم SOM.



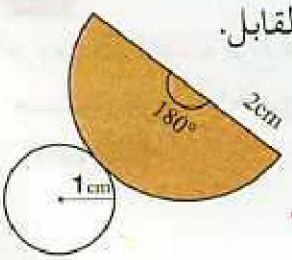
2. باليد الحرّة، ارسم وفق المنظور متساوي القياس مخروط الدوران الذي يولّده دوران المثلث SOM حول الضلع [SO].

3. احسب طول مولّد لهذا المخروط.

28

1. – تمعّن في التّصميم المقابل.

اذكر المجسّم الذي يمثّله هذا التّصميم.



عباسي عبد الوهاب
أستاذ التعليم الثانوي

– ما هي العلاقة بين طول القوس $\overset{\frown}{MN}$ وطول الدّائرة التي نصف قطرها 1 cm ؟

– ماذا يمثّل الجزء المظلّل في التّصميم ؟

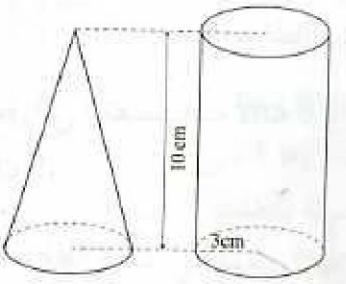
– ماذا تمثّل القطعة [SM] ؟

2. ارسم بالأطوال الحقيقية هذا التّصميم على ورقة.

3. اصنع المجسّم الذي يمثّله هذا التّصميم.

29

للمجسّمين الآتيين قاعدتان قابلتان للتطابق ولهما نفس الارتفاع.



1. احسب حجم الأسطوانة .

2. استنتج حجم مخروط الدوران. علّل.

30

ارتفاع مخروط دوراني هو 5,5 cm وحجمه $51,27\ cm^3$.

احسب نصف قطر قاعدته.

31

1. اشرح كيف تصنع مخروط دوراني إذا علمت أن قطر قاعدته 6 cm و ارتفاعه 9 cm.

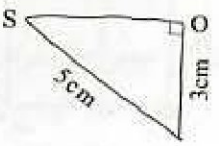
2. احسب حجم هذا المخروط.

32

قطر قاعدة مخروط دوراني هو 20 cm وحجمه يساوي $225\ cm^3$. احسب ارتفاع هذا المخروط.

33

1. ارسم باليد الحرّة وحسب المنظور متساوي القياس، مخروط الدوران الذي يولّده المثلث الآتي المرسوم باليد الحرة عندما نجعله يدور حول الضلع [SO].



2. باستعمال أدوات هندسية، أنجز تصميما بالأطوال الحقيقية لهذا المخروط.

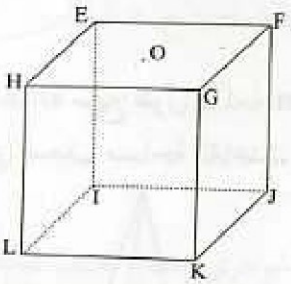
3. احسب ارتفاع المخروط، ثم حجمه.

عباسي عبد الوهاب
أستاذ التعليم الثانوي

مسائل

34

المجسم الآتي مكعب حجمه $27\ cm^3$. النقطة O هي مركز الوجه EFGH.



1. ارسم مكعبا مماثلا وفق المنظور متساوي القياس.

2. ارسم باللّون الأحمر، وباليد الحرّة هرما رأسه O وقاعدته المربع IJKL وذلك وفق منظور متساوي القياس. هل هو منتظم ؟

3. ارسم ارتفاع الهرم.

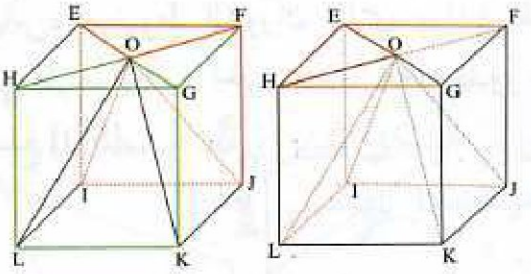
4. احسب طول حرف المكعّب.

5. احسب ارتفاع الهرم.

6. احسب حجم الهرم.

35

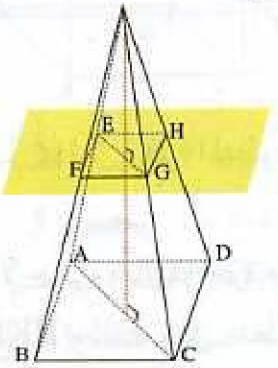
تمعّن جيّدا في الشّكلين الآتيين :



1. ما هو نوع المجسّمات OFGKJ وَ OEFJI وَ OHEIL وَ OGHLK المرسومة داخل المكعب.
2. ما هو ارتفاع كلّ من هذه المجسّمات إذا علمت أنّ حرف المكعب هو 3 cm.
3. احسب حجم المجسّم OFGKJ. ما هي حجوم المجسّمات الثلاثة الأخرى ؟ علّل.
4. قارن بين حجم المكعب و مجموع حجوم المجسّمات الأربعة، وحجم المجسّم OIJKL (في المسألة 34). ماذا تستنتج ؟

36

هرم منتظم قاعدته مربع طول ضلعه 5 cm، ومساحته الجانبية تساوي ضعف مساحة القاعدة.



1. احسب المساحة الكلية للهرم.
2. احسب حجم الهرم .
3. – نقطع هذا الهرم بمستو يوازي قاعدته على بعد نصف الارتفاع من القاعدة.

هذا المستوى يقطع الأحرف الجانبية للهرم في النقط E وَ F وَ G وَ H.

ما هو نوع المجسّم SHGFE ؟

– ما هي مساحة قاعدة هذا المجسّم ؟ علّل.

– ما هي مساحته الجانبية ؟

– ما هو حجمه ؟

– استنتج حجم المجسّم EFGHABCD.

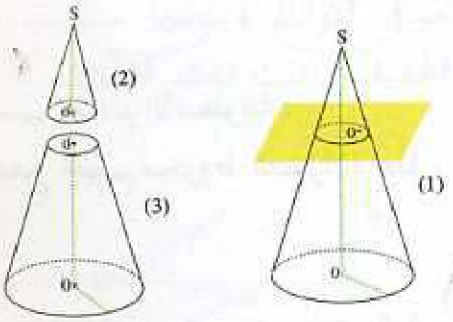
37

ABC مثلث متقايس الأضلاع مساحته $62,35\ cm^2$.

1. احسب حجم مخروط الدوران الذي قاعدته هي قرص محيطه هو الدائرة المحيطة بالمثلث ABC وارتفاعه يساوي طول ضلع هذا المثلث.
2. احسب حجم الهرم المنتظم الذي قاعدته هي المثلث ABC، وارتفاعه يساوي طول ضلع هذا المثلث.

38

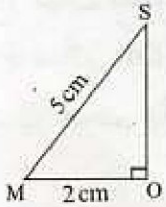
مخروط دوراني ارتفاعه 8 cm و نصف قطر قاعدته 5 cm.



قطعنا هذا المخروط بمستو يُوازي قاعدة المخروط على بعد 2,5 cm من القاعدة وذلك للحصول على المجسّمين (2) وَ (3).

احسب حجم كلّ من المجسّمين (2) وَ (3).

39



1. ارسم المثلث المقابل بالأطوال الحقيقية.
2. احسب SO.
3. احسب $\cos\hat{S}$، ثم باستعمال حاسبة، أعط القيمة التقريبية للقيس $\hat{S}$ إلى $\frac{1}{10}$.

4. – أنشيء النقطة N بحيث يكون المثلث MSN متساوي الساقين رأسه S.

– ما هو قيس الزاوية $\widehat{MSN}$ ؟ علّل.

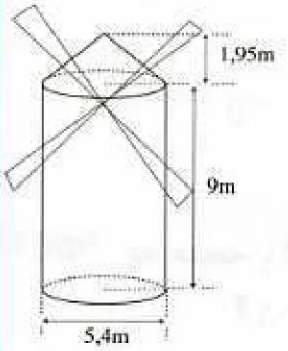
5. أنجز تصميما بالأقياس الحقيقية لمخروط الدوران الذي رأسه S ونصف قطر قاعدته 2 cm.

6. احسب المساحة الجانبية لهذا المخروط.

7. احسب المساحة الكلية لهذا المخروط.

8. احسب حجم هذا المخروط.

40



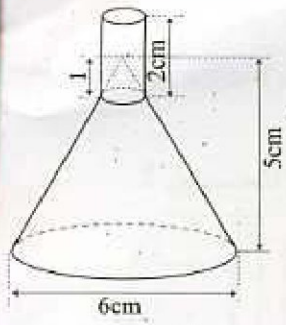
1. لاحظ الطاحونة الواردة في الشكل المقابل صفها.

2. أراد صاحب الطاحونة صبغها باستثناء المروحة.

إذا علمت أنّ $1\ m^2$ من مساحة الطاحونة يتطلب 200 g من الطلاء، فما هي كمية الطلاء اللازمة لصبغ الطاحونة ؟

3. إذا كان سعر 1 kg من الطلاء هو 115 DA، فما هو سعر الكمية اللازمة لصبغ الطاحونة ؟

41

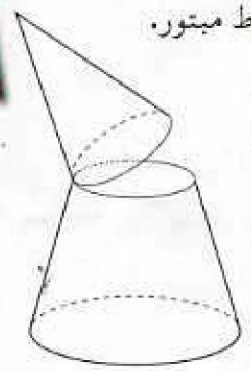


الشكل يمثّل قمع (محقن) احسب باللتر سعة هذا القمع.

42

لتاج عروس تلمسان شكل مخروط نفرض أنه مخروط دوران. إذا علمت أنّ ارتفاع هذا التاج يقدر بحوالي 30 cm وأنّ قطر قاعدته 16 cm، أعط القيمة التقريبية إلى $\frac{1}{10}$ لمساحة القماش اللازمة لصنع هذا التاج.

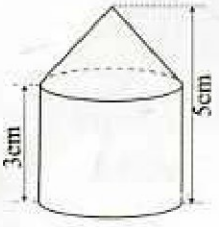
43



لطربوش عمّي أحمد شكل مخروط مبتور. إذا كان طول الدائرة السفلى يقدر بـ 52 cm، وكان طول قاعدته العليا يقدّر بـ 30 cm، وكان الارتفاع بين القاعدتين هو 15 cm، فما هي مساحة القماش اللازمة لصنع هذا الطربوش ؟

44

اشترى محمد الجواهري حجرا نفيسا شكله هرما منتظما قاعدته مثلث ABC مساحته $62,3\ cm^2$ حيث الأوجه الأربعة للهرم متقايسة.



ورد هذا الحجر في علبة شكلها مبيّن في الشكل المقابل. لاحظ أنّ العلبة مشكّلة من اسطوانة ومخروط دوراني.

وُضع هذا الحجر على القاعدة السفلى للأسطوانة حيث رؤوس قاعدة الحجر تسند على محيط قاعدة الأسطوانة.

1. احسب حجم العلبة.

2. احسب حجم الجزء الشّاغر في العلبة.

عباسي عبد الوهاب
أستاذ التعليم الثانوي