6.1 موضوع امتحان دورة جوان 2012

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية — الديوان الوطني الامتحانات و المسابقات

امتحان شهادة التعليم المتوسط — دورة: 2012

اختبار في مادة : الرياضيات — المدة : ساعتان

الجزء الأول:(12 ن)

التمرين الأول:(03 ن)

ليكن العددان الحقيقيان m و n حيث: $m=\sqrt{112}-3\sqrt{28}+3\sqrt{7}-\sqrt{25}$ و $n=(\sqrt{7}+3)(4-\sqrt{7})$

1 اكتب كلا من العددين m و n على الشكل $a\sqrt{7}+b$ بحيث a و b عددان نسبيان.

2 بين أن الجداء $m\times n$ عدد ناطق.

3 اجعل مقام النسبة $\frac{\sqrt{7}-5}{\sqrt{7}}$ عددا ناطقا.

التمرين الثاني:(03 ن)

لتكن العبارة E حيث : $E=(4x-1)^2-(3x+2)(4x-1)$.

1 انشر وبسط العبارة E.

2 حلل العبارة E إلى جداء عاملين من الدرجة الأولى.

3 حل المعادلة: $(4x-1)(x-3)=0$

4 حل المتراجحة: $4x^2-13x+3\leqslant 4x^2+29$

التمرين الثالث:(03 ن)

(T) دائرة مركزها O وقطرها $AB=8cm$ ، C نقطة من الدائرة حيث: $BC=3cm$.

1 احسب بالتدوير إلى الوحدة من الدرجة قيس الزاوية $\widehat{BAC}$ ثم استنتج قيس الزاوية $\widehat{BOC}$.

2 F هي صورة B بالانسحاب الذي شعاعه $\overrightarrow{OB}$ ، المستقيم الذي يشمل F و يوازي (BC) يقطع (AC) في D.

احسب DF.(ملاحظة: يُطلب انجاز الشكل الهندسي.)

التمرين الرابع:(03 ن)

$(O,\vec{i},\vec{j})$ معلم متعامد ومتجانس للمستوي .

1 علم النقط $A(+2;-1)$ ، $B(-2;+3)$ ، $C(-4;-3)$

2 احسب الطول AC و استنتج نوع المثلث ABC علما أن $BC=2\sqrt{10}$

3 احسب احداثيتي النقطة D حيث يكون $\overrightarrow{CA}=\overrightarrow{BD}$

4 بين أن $(AB)\perp(CD)$.

الجزء الثاني:(08 ن)

يقترح مدير صحيفة يومية على زبائنه صيغتين لاقتناء الجريدة.

- الصيغة الاولى: ثمن الجريدة $10DA$.
- الصيغة الثانية: ثمن الجريدة $8DA$ مع اشتراك قدره $500DA$.

1 انقل وأتمم الجدول:

عدد الجرائد المشتراة	50		
مبلغ الصيغة الأولى بـ DA		1000	
مبلغ الصيغة الثانية بـ DA			3300

2 ليكن x عدد الجرائد المشتراة.

نسمي $f(x)$ الثمن المدفوع بالصيغة الأولى و $g(x)$ الثمن المدفوع بالصيغة الثانية.

- عبر عن $f(x)$ و $g(x)$ بدلالة x.

3 مثل بيانيا الدالتين $f(x)$ و $g(x)$ في معلم متعامد ومتجانس $(O, \vec{i}, \vec{j})$ حيث:

($2cm$ على محور الفواصل يمثل 50 جريدة و $2cm$ على محور التراتيب يمثل $500DA$).

4 حل العادلة $f(x) = g(x)$ و ماذا يمثل الحل ؟

5 ما هي الصيغة الأفضل في الحالتين التاليتين:

- عند اقتناء 150 جريدة ؟
- عند اقتناء 270 جريدة ؟

1.6.2 الجزء الأول

حل التمرين الأول:

1 كتابة كل من m و n على الشكل $a\sqrt{7}+b$

حيث a و b عددان نسبيان:

$$m=\sqrt{112}-3\sqrt{28}+3\sqrt{7}-\sqrt{25}$$
$$=\sqrt{16}\times\sqrt{7}-3\sqrt{4}\times\sqrt{7}+3\sqrt{7}-5$$
$$=4\sqrt{7}-6\sqrt{7}+3\sqrt{7}-5$$
$$=(4-6+3)\sqrt{7}-5$$

$$\boxed{m=\sqrt{7}-5}$$

$$n=(\sqrt{7}+3)(4-\sqrt{7})$$
$$=4\sqrt{7}-\sqrt{7}\times\sqrt{7}+3\times4-3\sqrt{7}$$
$$=-7+\sqrt{7}+12$$

$$\boxed{n=\sqrt{7}+5}$$

2 لنبين أنّ $m\times n$ عدد ناطق:

$$m\times n=(\sqrt{7}+5)(\sqrt{7}-5)$$
$$=(\sqrt{7})^2-5^2$$
$$=7-25$$

$$\boxed{m\times n=-18}$$

3 كتابة العدد $\frac{\sqrt{7}-5}{\sqrt{7}}$ على شكل نسبة مقامها عدد ناطق:

$$\frac{\sqrt{7}-5}{\sqrt{7}}=\frac{(\sqrt{7}-5)\sqrt{7}}{\sqrt{7}\times\sqrt{7}}$$
$$=\frac{7-5\sqrt{7}}{7}$$

حل التمرين الثاني:

1 نشر و تبسيط العبارة E:

$$E=(4x-1)^2-(3x+2)(4x-1)$$
$$=(4x)^2+1-2\times4x\times1-[12x^2-3x+8x-2]$$
$$=16x^2+1-8x-12x^2-5x+2$$

$$\boxed{E=4x^2-13x+3}$$

2 تحليل العبارة E إلى جداء عاملين من الدرجة الأولى.

$$E=(4x-1)^2-(3x+2)(4x-1)$$
$$=(4x-1)(4x-1-3x-2)$$

$$\boxed{E=(4x-1)(x-3)}$$

3 حل المعادلة: $(4x-1)(x-3)=0$

لدينا: $(4x-1)(x-3)=0$

يعني أنّ: $x-3=0$ أو $4x-1=0$

أي:

$\boxed{x=3}$ أو $\boxed{x=\frac{1}{4}}$

إذن للمعادلة $(4x-1)(x-3)=0$ حلين هما 3 و $\frac{1}{4}$

4 حل المتراجحة: $4x^2-13x+3\leqslant4x^2+29$

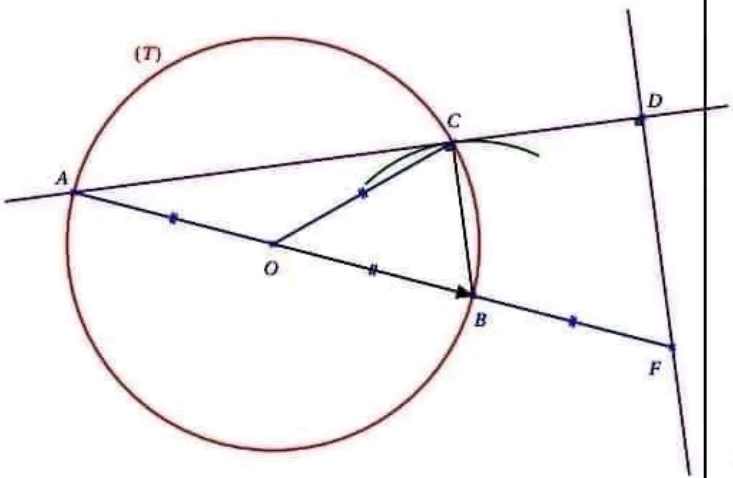
$$\cancel{4x^2}-13x+3\leqslant\cancel{4x^2}+29$$
$$-13x\leqslant29-3$$
$$\frac{-13x}{-13}\geqslant\frac{26}{-13}$$

$$\boxed{x\geqslant-2}$$

إذا حلول المتراجحة $4x^2-13x+3\leqslant4x^2+29$ هي كل قيم x الأكبر أو تساوي -2.

حل التمرين الثالث:

◄ انجاز الشكل الهندسي المناسب.



1 ◄ حساب قيس الزاوية $\widehat{BAC}$:

بما أنّ $[AB]$ قطر للدائرة (T) المحيطة بالمثلث ABC فإنّ هذا المثلث قائم في C.

لدينا: $\sin\widehat{BAC}=\frac{BC}{AB}$

$$\sin\widehat{BAC}=\frac{3}{8}=0{,}375$$

و منه: $\boxed{\widehat{BAC}=22°}$

◄ استنتاج قيس الزاوية $\widehat{BOC}$:

$\widehat{BAC}$ زاوية محيطية و $\widehat{BOC}$ زاوية مركزية تحصران نفس القوس $\overset{\frown}{BC}$.

إذا $\widehat{BOC} = 2\widehat{BAC} = 44°$

2 حساب الطول DF:

بما أنّ (BC) و (DF) متوازيان.

$(BC) \perp (AC)$ لأنّ المثلث ABC قائم في C.

$(DF) \perp (AC)$ من المعطيات

إذا المستقيمان (DF) و (BC) متوازيان.

و $C \in (AD)$ و $B \in (AF)$ فإنّ : $\frac{AB}{AF} = \frac{AC}{AD} = \frac{BC}{DF}$

حسب خاصية طالس.

لدينا: $\frac{AB}{AF} = \frac{BC}{DF}$

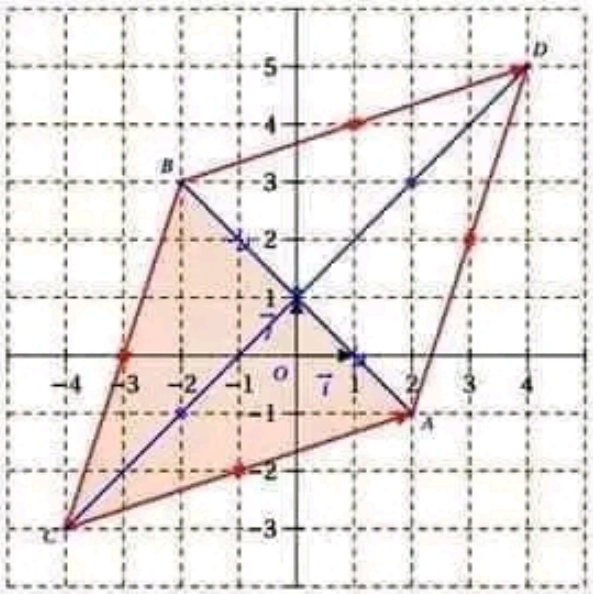
و منه : $DF = \frac{BC \times AF}{AB}$

بالتعويض نجد: $DF = \frac{3 \times 12}{8}$

أي: $\boxed{DF = 4{,}5cm}$

حل التمرين الرابع:

1 تعليم النقط A ، B ، C ، D:



2 ◄ حساب الطول AC:

لدينا:

$$AC = \sqrt{(x_C - x_A)^2 + (y_C - y_A)^2}$$
$$= \sqrt{(-4-2)^2 + (-3-(-1))^2}$$
$$= \sqrt{36+4}$$
$$= \sqrt{40} = \sqrt{4} \times \sqrt{10}$$

$\boxed{AC = 2\sqrt{10}}$

إذا الطول AC يساوي $\boxed{2\sqrt{10}}$

◄ المثلث ABC مثلث متساوي الساقين.

لأنّ : $AC = BC = 2\sqrt{10}$

3 حساب إحداثيتي النقطة D حتى يكون : $\overrightarrow{CA} = \overrightarrow{BD}$

لدينا: $\overrightarrow{BD}\begin{pmatrix} x_D - x_B \\ y_D - y_B \end{pmatrix}$ $\overrightarrow{CA}\begin{pmatrix} x_A - x_C \\ y_A - y_C \end{pmatrix}$

$\overrightarrow{BD}\begin{pmatrix} x_D + 2 \\ y_D - 3 \end{pmatrix}$ $\overrightarrow{CA}\begin{pmatrix} 2+4 \\ -1+3 \end{pmatrix}$

$\overrightarrow{CA}\begin{pmatrix} 6 \\ 2 \end{pmatrix}$

$\overrightarrow{CA} = \overrightarrow{BD}$ معناه :

$x_D + 2 = 6$ و $y_D - 3 = 2$

$x_D = 6 - 2$ $y_D = 2 + 3$

$\boxed{x_D = 4}$ $\boxed{y_D = 5}$

إذا إحداثيتي النقطة D هما 4+ و 5+ و نكتب : $D(+4;+5)$

4 تبيان أنّ : $(AB) \perp (CD)$.

بما أن $\overrightarrow{CA} = \overrightarrow{BD}$ فإن الرباعي $ACBD$ متوازي أضلاع.

و بما أن $AC = BC$ (ضلعان متتاليان متقايسان) فإن الرباعي $ACBD$ معيّن.

و منه $(AB) \perp (CD)$ (حاملا القطران في المعيّن متعامدان).

2.6.2 الجزء الثاني

حل الوضعية الادماجية:

يقترح مدير صحيفة يومية على زبائنه صيغتين لاقتناء الجريدة.

◄ الصيغة الأولى: ثمن الجريدة $10DA$

◄ الصيغة الثانية: ثمن الجريدة $8DA$ مع اشتراك سنوي قدره $500DA$.

1 ◄ أنقل و أتمم الجدول:

عدد الجرائد المشتراة	50	100	350
مبلغ الصيغة الأولى بـ DA	500	1000	3500
مبلغ الصيغة الثانية بـ DA	900	1300	3300

◄ كيفية ملأ الجدول:

$50 \times 10 = 500$

$50 \times 8 + 500 = 900$

$1000 \div 10 = 100$

$100 \times 8 + 500 = 1300$

$(3300 - 500) \div 8 = 350$

$350 \times 10 = 3500$

2 نسمي $f(x)$ الثمن المدفوع بالصيغة الأولى ، و نسمي $g(x)$ الثمن المدفوع بالصيغة الثانية حيث x هو عدد الجرائد.

◄ العتبير عن $f(x)$ و $g(x)$ بدلالة x.

$f(x) = 10x$

$g(x) = 8x + 500$

3 تمثيل الدالتين f و g بيانيا.

(يمكن الاعتماد على الجدول أعلاه).

4 ◄ حل المعادلة $f(x) = g(x)$:

لدينا: $10x = 8x + 500$

$10x - 8x = 500$

$2x = 500$

$\frac{2x}{2} = \frac{500}{2}$

$\boxed{x = 250}$

◄ حل المعادلة $f(x) = g(x)$ يمثل عدد الجرائد التي من أجلها يتساوى الثمن المدفوع بالصيغتين الأولى و الثانية.

5 تحديد الصيغة الأفضل في حالة اقتناء 150 ، 270 جريدة.

◄ حسابيا :

ثمن 150 جريدة بالصيغتين:

الصيغة الأولى: $10 \times 150 = 1500DA$

الصيغة الثانية: $8 \times 150 + 500 = 1700$

إذا لاقتناء 150 جريدة تكون الصيغة الأولى أفضل.

◄ بيانيا:

المستقيم العمودي على محور الفواصل في النقطة التي فاصلتها 150 يقطع كل من التمثيلين البيانيين للدالتين f و g في نقطة ترتيبها هو ثمن الجرائد .

إذا ثمن الجرائد بالصيغة الأولى أفضل من ثمن الجرائد بالصيغة الثانية (أقل) بالنسبة للزبون.

◄ حسابيا :

ثمن 270 جريدة بالصيغتين:

الصيغة الأولى: $10 \times 270 = 2700DA$

الصيغة الثانية: $8 \times 270 + 500 = 2660DA$

إذا لاقتناء 270 جريدة تكون الصيغة الثانية أفضل.

◄ بيانيا:

المستقيم العمودي على محور الفواصل في النقطة التي فاصلتها 270 يقطع كل من التمثيلين البيانيين للدالتين f و g في نقطتين عند إسقاطهما على محور التراتيب نجد أن الصيغة الثانية أفضل من الأولى (أقل) بالنسبة للزبون.