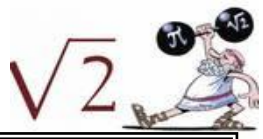
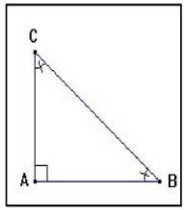
# النسب المثلثية

## 4متوسط



## إعداد الأستاذ: مباركي

### أتذكر الأهم




**النسب المثلثية في مثلث قائم**

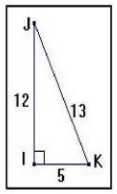
**تعريف:** $ABC$ مثلث قائم في النقطة $A$.

و لتكن مثلا $B$ إحدى زواياه الحادة. يسمى $[AC]$ الضلع المقابل لـ $B$ بينما يسمى $[AB]$ الضلع المجاور لـ $B$.

نعرف الثلاث نسب التالية:

$$\tan B=\frac{AC}{AB}\ ،\ \sin B=\frac{AC}{BC}\ ،\ \cos B=\frac{AB}{BC}$$

**مثال:** $IJK$ مثلث قائم في النقطة $I$ حيث $IJ=12cm$ ، $IK=5cm$ و $JK=13cm$.




لدينا:

- $\tan J=\frac{5}{12}$ ، $\cos J=\frac{12}{13}$ ، $\sin J=\frac{5}{13}$
- $\tan K=\frac{12}{5}$ ، $\cos K=\frac{5}{13}$ ، $\sin K=\frac{12}{13}$

**ملاحظات:**

- جيب إحدى الزوايا الحادة في مثلث قائم يساوي جيب تمام الزاوية الأخرى.
- جيب و جيب تمام زاوية حادة هي أعداد محصورة بين العددين 0 و 1.

**العلاقات بين النسب المثلثية**

إذا كان $x$ قيسا لإحدى الزوايا الحادة في مثلث قائم فإن:

$$\sin^2 x+\cos^2 x=1 \quad \text{و} \quad \tan x=\frac{\sin x}{\cos x}$$

**مثال:** لنعين مثلا $\cos 60°$ علما أن $\sin 60°=\frac{\sqrt{3}}{2}$

لدينا: $\sin^2 60°+\cos^2 60°=1$ و منه $\cos^2 60°=1-\sin^2 60°$

**ت12:**

(C) دائرة مركزها O وشعاعها 3cm.

A و B و C و D نقطا من الدائرة (C) بحيث $[CD]$ قطرها و CA=CB=3cm مع $(A\div B)$

($\Delta$) مماس للدائرة (C) في النقطة D.

E نقطة من ($\Delta$) حيث أن E توجد في الجهة التي تحتوي على A والمحددة بالمستقيم (CD) و $D\hat{A}E=60°$

1. أنشئ الشكل.
2. أحسب النسب المثلثية للزاوية $A\hat{D}C$ ثم استنتج قياسها
3. بين أن المثلثين ACD و BCD متقايسان.

**ت13:**

ليكن ABC مثلث بحيث: AB=3 و AC=4 و BC=5

. بين أن المثلث ABC قائم الزاوية في A.

. أحسب النسب المثلثية للزاوية $[A\hat{B}C]$

**ت14:**

$\alpha$ قياس زاوية حادة غير منعدم

. بين أن $1+\tan^2(\alpha)=\frac{1}{\cos^2(\alpha)}$

. بين أن $1+\frac{1}{\tan^2(\alpha)}=\frac{1}{\sin^2(\alpha)}$

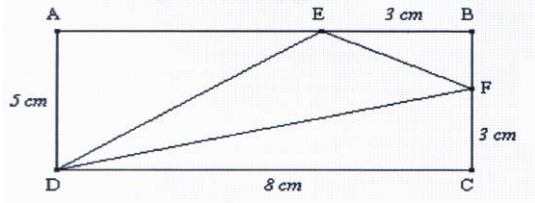
**ت15:**

أحسب $\sin(\alpha)$ و $\tan(\alpha)$ في الحالات التالية:

أ) $\cos(\alpha)=0,6$ ، ب) $\cos(\alpha)=\frac{3\sqrt{2}}{5}$

ج) $\cos(\alpha)=\frac{4}{5}$.

**ت16:**




لاحظ الشكل المقابل بحيث: ABCD مستطيل:

1. أحسب محيط المثلث EFD
2. هل EFD مثلث قائم الزاوية؟ علل جوابك

**ت17:**

ABC مثلث قائم الزاوية في B.

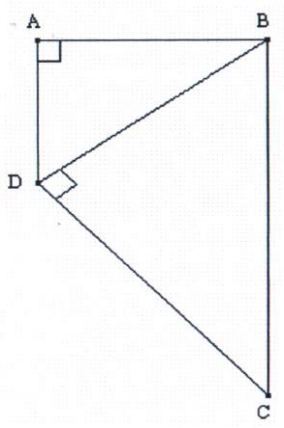
أحسب محيط هذا المثلث إذا علمت أن مساحته تساوي $5cm^2$ وأن $AB=\sqrt{5}$

**ت18:**

لاحظ الشكل المقابل:

أثبت أن:

$$BC^2=AD^2+AB^2+DC^2$$




**ت19:**

ABCD مستطيل بحيث: AB=6cm و BC=4cm

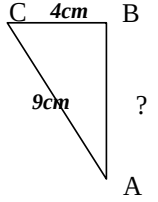
1. أرسم شكلا.

أحسب معللا جوابك: AC ثم BD.

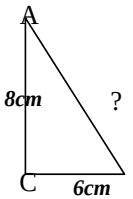
مَـن أرادَ زَاداً ... فالتقوى تكفيه
وَمَن أرادَ عَدلاً ... فحُكم الله يكفيه
وَمَن أرادَ عــزّاً ... فالإسلام يكفيه
وَمَن أرادَ أنيساً ... فذكر الله يكفيه
وَمَن أرادَ جليساً ... فالقرآن يكفيه
وَمَن أرادَ وَاعـظاً ... فالموت يكفيه

**ت1**:أحسب طول *AB* في كل حالة من الحالات الآتية:

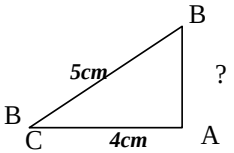
الحالة 01




الحالة 01

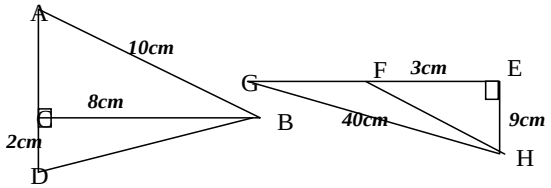



الحالة 01




**ت2:**

لاحظ الشكلين الآتيين:




أحسب: *AC* و *BD* ثم *EG* و *FH* و *FG*.

**ت3:**

*ABC* مثلث قائم في *A*، *AB*=6، *AC*=8 أحسب *BC*

أحسب: $\cos\hat{B}, \cos\hat{C}$ ، $\sin\hat{B}, \sin\hat{C}$ ، $\tan\hat{B}, \tan\hat{C}$.

**ت4:**

*ABC* قائم الزاوية في *A*.

1. أحسب *BC* إذ علمت أن: *AB=12* و *AC=5*.
2. أحسب *AC* إذا علمت أن: *AB=8* و *BC=20*.
3. أحسب *AB* إذا علمت أن: *AC=9* و $BC = 3\sqrt{13}$

**ت5:**

ABC مثلث قائم في A، حيث AB=4cm، $\cos A\hat{B}C = \frac{2}{5}$

أحسب BC، AC

**ت6:**

ABC مثلث حيث: AB=8 و AC=6 و BC=10.

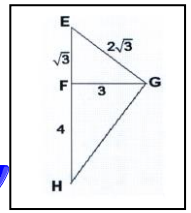
1. بين أن المثلث ABC قائم الزاوية في النقطة A.
2. لتكن D نقطة من الضلع $[AB]$ بحيث: AD=3. المستقيم العمودي على المستقيم (AB) في D يقطع المستقيم (BC) في النقطة E. أحسب المسافتين BE وDE.
3. لتكن F نقطة من الضلع $[AC]$ بحيث: AF=2,25

بين أن: $(DF)//(BC)$

**ت7:** ABC مثلث قائم الزاوية في A حيث: AC=3cm و BC=6cm

1. أنشئ الشكل (حسب المعطيات)
2. أحسب AB
3. أحسب $\sin A\hat{B}C$ ثم استنتج قياس الزاوية $[A\hat{B}C]$
4. على نصف المستقيم $[BC)$ أنشئ النقطة E بحيث: $BE = 8cm$ ثم أنشئ المستقيم (Δ) يقطع نصف المستقيم $[BA)$ في F.

**ت8:**. أحسب:




$X = \cos 20° + \sin 30° - \sin 70°$

B. α قياس زاوية حادة

حيث: $\sin\alpha = \frac{1}{3}$

أحسب: $\cos\alpha$ و $\tan\alpha$.

C. نعتبر مثلثا EFG حيث: $EF = \sqrt{3}$ و FG=3 و $EG = 2\sqrt{3}$ (أنظر الشكل جانبه)

1. أثبت أن: المثلث EFG قائم الزاوية في F.
2. أ. أحسب النسب المثلثية للزاوية $F\hat{E}G$

ب. استنتج قياس الزاوية $F\hat{E}G$

3. H نقطة من $[EF)$ حيث: FH=4. أحسب: HG.

**ت9:**

نعتبر LMN مثلثا قائم الزاوية في M حيث: ML=6cm و $MN\hat{L} = 60°$

1. بين أن $LN = 4\sqrt{3}$ علما أن $\sin 60° = \frac{\sqrt{3}}{2}$

و $\cos 60° = \frac{1}{2}$ و $\tan 60° = \sqrt{3}$

2. أنشئ الدائرة (C) التي قطرها $[ML]$ وتقطع $[LN]$ في النقطة P.

* حدد طبيعة المثلث LMP. علل جوابك.
* أحسب LP و MP.
* تأكد باستعمال طريقة جبرية أن المثلث LMP قائم الزاوية.

**ت10:**

ABC. مثلث قائم الزاوية في B حيث: $\sin\hat{A} = \frac{\sqrt{5}}{5}$.

أ. أحسب: $\cos\hat{A}$ و $\tan\hat{A}$.

ب. استنتج النسب المثلثية للزاوية $\hat{C}$.

ج. علما أن: AB=4 أحسب: AC وBC.

بين أن المثلث ACD قائم الزاوية.

2. x قياس زاوية حادة، نضع: $A = \sin^2 x + 2\cos^2 x - 1$

أ. أحسب قيمة A في كل حالة من الحالتين: x=60°، x=45°.

ب.بين أن: $A = \cos^2 x$ ثم احسب A علما أن: $\tan x = 2\sqrt{2}$

**ت11:**

ABC مثلث قائم في B حيث: AB=5cm، $B\hat{A}C = 30°$

1. أحسب الطول AC

2. المتوسط المتعلق بالرأس B يقطع $[AC]$ في E.

* أرسم المستقيم الذي يشمل A ويوازي **(BE)** ويقطع(BC) في N.
* بين أن: B منتصف $[CN]$ ثم استنتج الطول: AN