# [ الـــــــدّوران ]

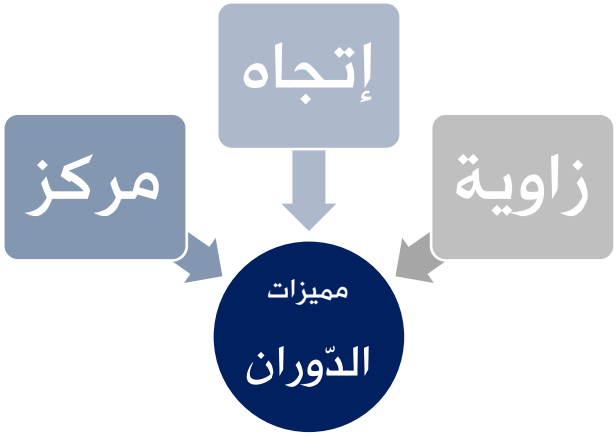


## الدّوران

**مفهوم الدّوران:** بتدوير شكل حول نقطة $O$ وبالحفاظ على نفس المسافة بين الشكل والنقطة $O$، في اتجاه معين وبزاوية محددة $\alpha$ نحصل على صورة هذا الشكل بالدّوران الذي مركزه $O$ وزاويته $\alpha$.

**تعريف** [الكتاب المدرسي]: تحويل شكل بدوران هو تدويره بزاوية معيّنة حول نقطة ثابتة وفي اتجاه معين.

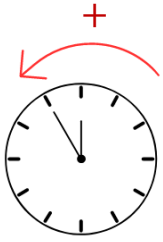
## مميزات الدّوران



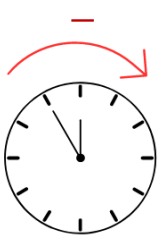

### اصطلاحات

في الدّوران يسمّى **الاتجاه المعاكس** لاتجاه عقارب الساعة **الاتجاه المباشر** أو **الاتجاه الموجب**، أمّا الاتجاه الآخر **الاتجاه غير المباشر** أو **الاتجاه السالب**.

**ملاحظة:** نأخذ عامة. الاتجاه الموجب (المباشر) للدوران. ما لم يذكر عكس ذلك.




الاتجاه المباشر




الاتجاه غير المباشر

المبادرة للرياضيات

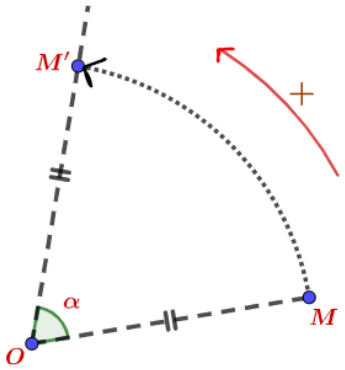
## صورة نقطة

صورة النقطة $M$ بدوران مركزه $O$ وزاويته $\alpha$ هي النقطة $M'$ بحيث:

$$\widehat{MOM'} = \alpha \quad | \quad OM = OM'$$

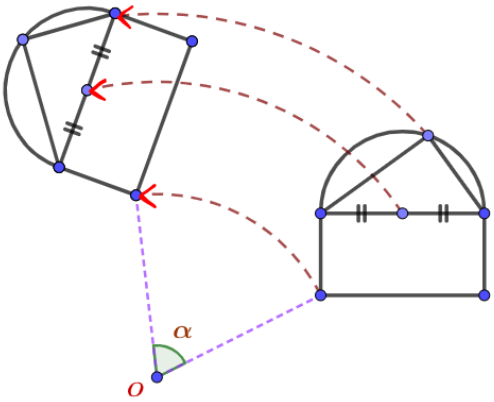
**إرشاد:** لإنشاء صورة نقطة بدوران، نستعمل المسطرة، المنقلة والمدور.

مثال:




## صورة شكل بالدوران

مثال:




1- لإنشاء صورة شكل بدوران، ننشئ صورة كل نقطة من نقاطه.

2- الدوران يحافظ على طبيعة الأشكال أي أن صورة شكل بدوران هي شكل يطابقه وله نفس الخصائص.

## خواص الدوران

الدوران يحفظ المسافات (صورة قطعة بدوران هي قطعة لها نفس الطول).

الدوران يحفظ أقياس الزوايا.

الدوران يحفظ استقامية النقط (صورة مستقيم بدوران هي مستقيم).

الأستاذ بوزيدي حمزة
[المبادرة للرياضيات]

المبادرة للرياضيات

# سلسلة تمارين الـــــدّوران



## التمريـــــــن الأول [امتحان شهادة التعليم المتوسط 2009]

$[AB]$ قطعة مستقيم طولها $AB = 6\ cm$.

1. أنشئ النقطة $C$ صورة النقطة $B$ بالدوران الذي مركزه $A$ وقيس زاويته $90°$ في اتجاه عكس عقارب الساعة.
2. ما نوع المثلث $ABC$؟ برّر جوابك
3. جِـدْ الطول $BC$.

## التمريـــــــن الثاني [امتحان شهادة التعليم المتوسط 2010]

$(O;\vec{i};\vec{j})$ معلم متعامد ومتجانس للمستوي.

1. علّم النقط:

$$A(0\,;2) \quad | \quad B(1\,;0) \quad | \quad C(-1\,;0)$$

2. ما نوع المثلث $ABC$؟ علّل.
3. عيّن احداثيا النقطة $D$ صورة النقطة $A$ بالدوران الذي مركزه $O$ وزاويته $180°$، ثم استنتج نوع الرباعي $ABCD$.

## التمريـــــــن الثالث [امتحان شهادة التعليم المتوسط 2011]

$(O;\vec{i};\vec{j})$ معلم متعامد ومتجانس للمستوي.

1. علّم النقط:

$$A(-1\,;2) \quad | \quad B(3\,;2) \quad | \quad M(+1\,;-1)$$

2. بيّن أن $B$ هي صورة $A$ بالدّوران الذي مركزه $M$ وزاويته $\widehat{AMB}$.

## التمريـــــــن الرابع [امتحان شهادة التعليم المتوسط 2017]

$(O;\vec{i};\vec{j})$ معلم متعامد ومتجانس للمستوي.

1. علّم النقط:

$$A(0\,;4) \quad | \quad B(-3\,;\ 1) \quad | \quad C(5\ \,;-1)$$

2. أحسب احداثيي النقطة $E$ منتصف القطعة $[BC]$.
3. أنشئ النقطة $D$ صورة $A$ بالدوران الذي مركزه $E$ وزاويته $180°$ ثم استنتج احداثيي $D$.
4. بيّن أن الرباعي $ABCD$ مستطيل.

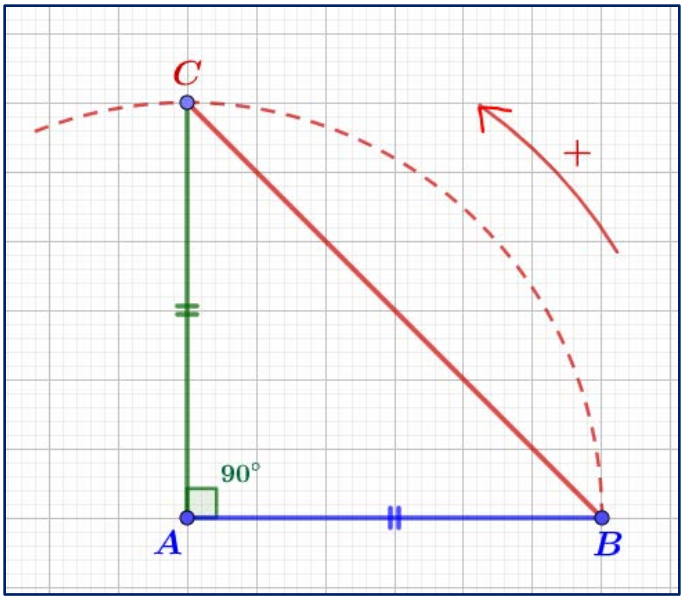
المبادرة للرياضيات

# الحل المفصّل لسلسلة الـــــدّوران



## التمرين الأول [امتحان شهادة التعليم المتوسط 2009]

❶ الانشاء:




❷ تحديد نوع المثلث $ABC$:

المثلث $ABC$ قائم في $A$ ومتساوي الساقين.

لأن الدوران يحفظ الأطوال فيصبح $AB = AC$. وقائم ذلك من قيس الزاوية $\widehat{BAC}$ المعطاة.

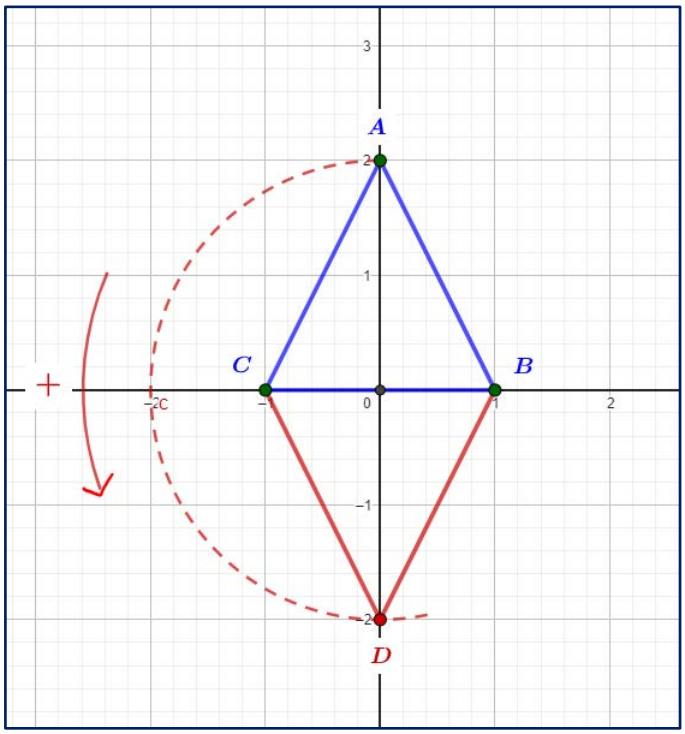
❸ حساب الطول $BC$:

بما أن المثلث $ABC$ قائم وحسب خاصية فيثاغورس فإنّ:

$$BC^2 = AB^2 + AC^2$$
$$BC^2 = (6)^2 + (6)^2$$
$$BC^2 = 36 + 36$$
$$\sqrt{BC^2} = \sqrt{72}$$
$$BC = \sqrt{36 \times 2} = \sqrt{36} \times \sqrt{2} = 6\sqrt{2}$$

## التمرين الثاني [امتحان شهادة التعليم المتوسط 2010]

❶ تعليم النقط والانشاء:




❷ تحديد نوع المثلث $ABC$:

نلاحظ أن محور التراتيب عمودي على القطعة $[BC]$ في منتصفها وبالتالي هو محور تناظر لها، ولدينا النقطة $A$ تنتمي للمحور. اذن $AC = AB$ (كل نقطة تنتمي لمحور قطعة فهي متساوية البعد بين طرفيها)

ملاحظة: يمكن حساب الطولين $AB$ و$AC$ باستعمال قانون حساب الطول والوصول الى أنهما متساويين.

❸ تعيين إحداثيي النقطة $D$:

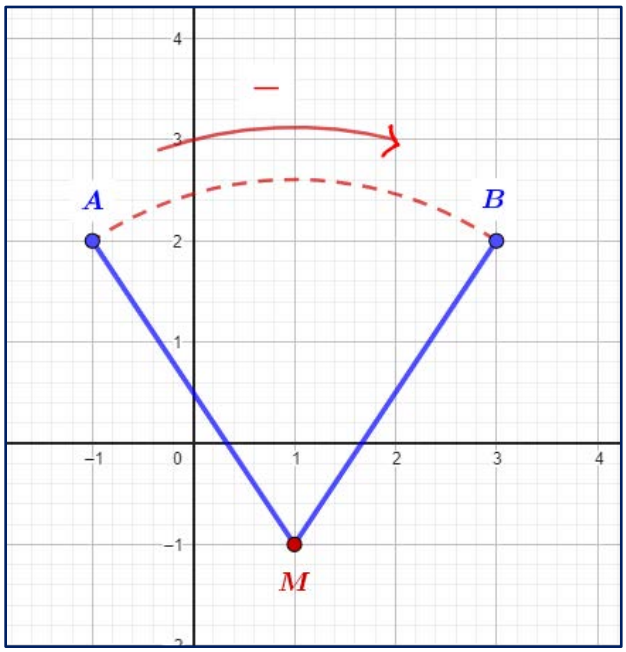
من المعلم نجد أنّ $D(0\ ;\ -2)$.

◄ استنتاج نوع الرباعي $ABDC$:

الرباعي $ABDC$ معيّن لأن قطراه متناصفان ومتعامدان وغير متقايسين.

## التمرين الثالث [امتحان شهادة التعليم المتوسط 2011]

❶ تعليم النقط:




❷ النقطة $B$ صورة $A$:

$B$ هي صورة $A$ بالدوران الذي مركزه $M$ وزاويته $\widehat{AMB}$ معناه أنّ: $MA = MB$

حساب $MA$:

$$MA = \sqrt{(x_A - x_M)^2 + (y_A - y_M)^2}$$

$$MA = \sqrt{(-1-1)^2 + (2+1)^2}$$

$$MA = \sqrt{(-2)^2 + (3)^2} = \sqrt{4+9} = \sqrt{13}$$

حساب $MB$:

$$MA = \sqrt{(x_B - x_M)^2 + (y_B - y_M)^2}$$

$$MA = \sqrt{(3-1)^2 + (2+1)^2}$$

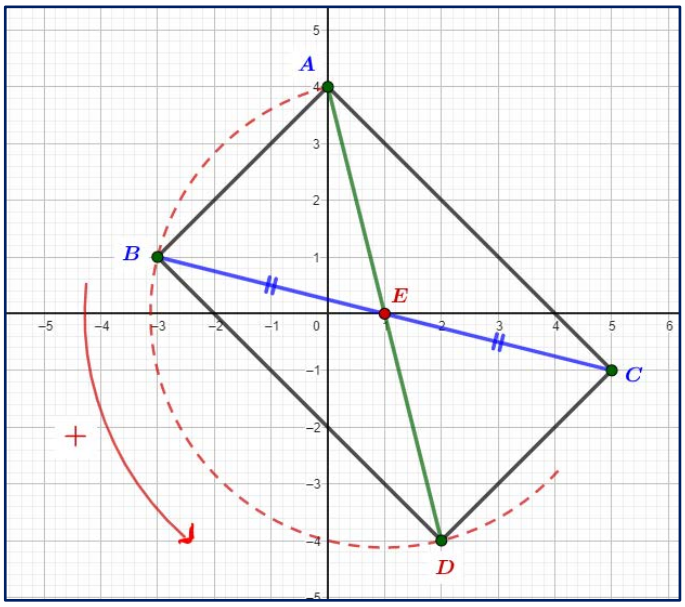
$$MA = \sqrt{(2)^2 + (3)^2} = \sqrt{4+9} = \sqrt{13}$$

إذن: $MA = MB$.

النقطة $B$ صورة $A$ بالدوران الذي مركزه $M$ وزاويته $\widehat{AMB}$ في الاتجاه غير المباشر (عكس عقارب الساعة أو نقول السالب).

## التمرين الرابع [امتحان شهادة التعليم المتوسط 2017]

❶ تعليم النقط:




❷ حساب احداثيي $E$ منتصف القطعة $[BC]$:

$$E\left(\frac{x_B + x_C}{2}\ ;\frac{y_B + y_C}{2}\right) = E\left(\frac{-3+5}{2}\ ;\frac{1-1}{2}\right)$$

$$E\left(\frac{2}{2}\ ;\frac{0}{2}\right) = E(1\ ;0)$$

❸ تعيين احداثيي $D$ بيانياً:

من المعلم نجد $D(2\ ;\ -4)$.

جبرياً: عليك الاعتماد على $\overrightarrow{AE} = \overrightarrow{ED}$، حيث أنه إذا تساوى شعاعين فإن مركباتهما ستكون متساوية. ويمكن عندها استنتاج احداثيي النقطة $D$.

❹ اثبات أن الرباعي $ABDC$ مستطيل:

$E$ منتصف القطعة $[AD]$ لأن $D$ صورة $A$ بالدوران الذي مركزه $E$ وزاويته $180°$، اذن الرباعي $ABDC$ متوازي أضلاع (القطران متناصفان).

■ حساب طول القطر $[BC]$:

$$BC = \sqrt{(x_C - x_B)^2 + (y_C - y_B)^2}$$

$$BC = \sqrt{(5 - (-3))^2 + (-1 - 1)^2}$$

$$BC = \sqrt{(8)^2 + (-2)^2} = \sqrt{64 + 4} = \sqrt{68}$$

■ حساب طول القطر $[AD]$:

$$AD = \sqrt{(x_D - x_A)^2 + (y_D - y_A)^2}$$

$$AD = \sqrt{(2 - 0)^2 + (-4 - 4)^2}$$

$$AD = \sqrt{(2)^2 + (-8)^2} = \sqrt{4 + 64} = \sqrt{68}$$

نستنتج أن $BC = AD$ وفي متوازي الأضلاع $ABDC$ القطران $[BC]$ و $[AD]$ متقايسان فهو مستطيل.

**♥ زكاة العلم نشره ♥**

**كل التوفيق لأبطالنا في امتحان شهادة التعليم المتوسط 2024**