

04

متوسط



$$(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$$

$$(a \times b)^m = a^m \times b^m$$

$$(a+b)^2 = a^2 + b^2 + 2ab$$



الأستاذ بوزيدي حمزة

12 تمرين محلول

تمارين الحساب الحرفي الواردة في
الشهادات السابقة بالحل المفصل

من 2012 الى غاية 2023



المبادرة للرياضيات



mobadaramath

الحساب الحرفـي

شهادة. ت.م 2012

التمرين الأول [01]

لتكن العبارة E حيث:

$$E = (4x - 1)^2 - (3x + 2)(4x - 1)$$

1 أنشر وبسط العبارة E .2 حل العبارة E الى جداء عاملين.3 حل المعادلة: $(4x - 1)(x - 3) = 0$ 4 حل المتراجحة: $4x^2 - 13x + 3 \leq 4x^2 + 29$

الحساب الحرفـي

شهادة. ت.م 2012

حل التمرين الأول [01]

1 نشر وتبسيط العبارة E :

$$E = (4x - 1)^2 - (3x + 2)(4x - 1)$$

$$E = (4x)^2 + (1)^2 - 2 \times 4x \times 1 - (3x \times 4x - 3x \times 1 + 2 \times 4x - 2 \times 1)$$

$$E = 16x^2 + 1 - 8x - (12x^2 - 3x + 8x - 2)$$

$$E = 16x^2 + 1 - 8x - 12x^2 + 3x - 8x + 2$$

$$E = (16 - 12)x^2 + (-8 + 3 - 8)x + (1 + 2)$$

$$E = 4x^2 - 13x + 3$$

4 حل المتراجحة:

$$4x^2 - 13x + 3 \leq 4x^2 + 29$$

عليـنا نـقل كلـ المـجاـهـيلـ الىـ طـرـفـ وـاحـدـ بـعـدـ ذـلـكـ نـباـشـ
الـحـلـ:

$$4x^2 - 13x + 3 - 4x^2 \leq 29$$

$$-13x + 3 \leq 29$$

$$-13x \leq 29 - 3$$

$$-13x \leq 26$$

نـضـرـبـ الـطـرـفـيـنـ فـيـ $\frac{1}{-13}$ مـعـ عـكـسـ اـتـجـاهـ المـتـرـاجـحةـ

$$\frac{1}{-13} \times -13x \geq \frac{1}{-13} \times 26$$

$$x \geq \frac{26}{-13}$$

$$x \geq -2$$

حلـلـ المتـرـاجـحةـ هـيـ الأـعـدـادـ الأـكـبـرـ مـنـ أوـ تـسـاوـيـ 2

2 تـحلـيلـ العـبـارـةـ E ـ إـلـىـ جـاءـ عـامـلـيـنـ:

$$E = (4x - 1)^2 - (3x + 2)(4x - 1)$$

$$E = (4x - 1)[(4x - 1) - (3x + 2)]$$

$$E = (4x - 1)[4x - 1 - 3x - 2]$$

$$E = (4x - 1)(x - 3)$$

3 حلـلـ المعـادـلـةـ: $(4x - 1)(x - 3) = 0$

أـمـاـ:

$$x - 3 = 0$$

$$x = 3$$

$$4x - 1 = 0$$

$$4x = 1$$

$$x = \frac{1}{4} = 0.25$$

لـلـمـعـادـلـةـ حـلـانـ هـمـاـ: $\left\{ \frac{1}{4}; 3 \right\}$

الحساب الحرفـي

شهادة. ت.م 2013

التمرين الثاني [02]

إليك العبارتين A و B حيث:

$$\left| \begin{array}{l} A = 3x - 5 \\ B = (3x - 5)^2 + 9x^2 - 25 \end{array} \right.$$

1 أنشر ثم بسط العبارـة B .

2 بيـن أن: $B = 6x(3x - 5)$

3 حل المعادلة: $B = 0$

4 احسب القيمة المقرـبة الى 10^{-2} بالتقـصـان للعـدـد A من أجل $x = \sqrt{2}$.

5 حل المتراجـحة $0 \geq A$ ثم مـثـل حلـولـها بـيـانـيـاً.

الحساب الحرفـي

شهادة. ت.م 2013

حل التمرين الثاني [02]

$$\left\{ 0 ; \frac{5}{3} \right\}$$

لـمـعادـلـة حـلـانـهـما:

4 حـسابـ الـقيـمةـ المـقرـبةـ بـالـتقـصـانـ إـلـىـ 10^{-2} لـلـعـدـدـ A :

$$A = 3\sqrt{2} - 5 \quad x = \sqrt{2} \quad \text{لـمـا}$$

بعـدـ الحـسـابـ نـجـدـ أـنـ:

$$A = -0.757 \dots$$

الـقـيـمةـ المـقرـبةـ بـالـتقـصـانـ إـلـىـ 10^{-2} لـلـعـدـدـ A هـيـ: -0.76

5 حلـ المتـراجـحةـ وـتمـثـيلـ حلـولـهاـ بـيـانـيـاـ:

$$\begin{aligned} A &\geq 0 \\ 3x - 5 &\geq 0 \\ 3x &\geq 5 \end{aligned}$$

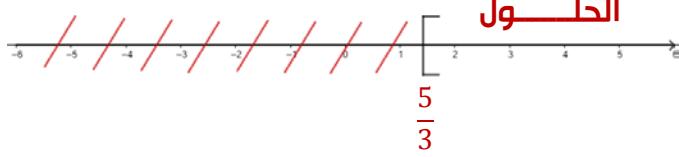
بـقـسـمـةـ كـلـاـ الطـرـفـيـنـ عـلـىـ العـدـدـ 3ـ نـتـحـصـلـ عـلـىـ:

$$\frac{3x}{3} \geq \frac{5}{3}$$

$$x \geq \frac{5}{3}$$

الـتمـثـيلـ الـبـيـانـيـ:

الـحـلـولـ



1 نـشـرـ وـتبـسيـطـ العـبـارـةـ B :

$$B = (3x - 5)^2 + 9x^2 - 25$$

$$B = (3x)^2 + (5)^2 - 2 \times 3x \times 5 + 9x^2 - 25$$

$$B = 9x^2 + 25 - 30x + 9x^2 - 25$$

$$B = 18x^2 - 30x$$

2 تـحلـيلـ العـبـارـةـ B إـلـىـ جـاءـ عـاـمـلـيـنـ وـمـقـارـنـةـ:

$$B = (3x - 5)^2 + 9x^2 - 25$$

$$B = (3x - 5)^2 + (3x)^2 - 5^2$$

$$B = (3x - 5)^2 + (3x + 5)(3x - 5)$$

$$B = (3x - 5)[(3x - 5) + (3x + 5)]$$

$$B = (3x - 5)(3x - 5 + 3x + 5)$$

$$B = (3x - 5) \times 6x$$

$$B = 6x(3x - 5)$$

3 حلـ المعـادـلـةـ:

$$6x(3x - 5) = 0 \quad B = 0$$

إـمـاـ:

$$3x - 5 = 0$$

$$3x = 5$$

$$x = \frac{5}{3}$$

$$6x = 0$$

$$0$$

$$x = \frac{6}{6}$$

$$x = 0$$

الحساب الحرفـي

شهادة. ت.م 2014

التمرين الثالث [03]

لتكن العبارة E حيث:

$$E = (2x + 5)^2 - 36$$

1 تحقق بالنشر أن:

2 حل العبارة E الى جداء عاملين.3 حل المعادلة: $(2x + 11)(2x - 1) = 0$

الحساب الحرفـي

شهادة. ت.م 2014

حل التمرين الثالث [03]

1 نشر وتبسيط العبارة E :

$$E = (2x + 5)^2 - 36$$

$$E = (2x)^2 + (5)^2 + 2 \times 2x \times 5 - 36$$

$$E = 4x^2 + 25 + 20x - 36$$

$$E = 4x^2 + 20x - 11$$

2 تحليل العبارة E الى جداء عاملين والمقارنة:

$$E = (2x + 5)^2 - 36$$

$$E = (2x + 5)^2 - 6^2$$

$$E = ((2x + 5) + 6)((2x + 5) - 6)$$

$$E = (2x + 5 + 6)(2x + 5 - 6)$$

$$E = (2x + 11)(2x - 1)$$

3 حل المعادلة: $(2x + 11)(2x - 1) = 0$

أو: إما:

$$2x - 1 = 0$$

$$2x = 1$$

$$x = \frac{1}{2}$$

$$x = 0.5$$

$$2x + 11 = 0$$

$$2x = -11$$

$$x = \frac{-11}{2}$$

$$x = -5.5$$

المعادلة حلان هما: $\{-5.5 ; 0.5\}$

الحساب الحرفـي	شهادة. ت.م 2016	التمـرين الخامس [05]
----------------	-----------------	----------------------

$$5(2x + 1)(2x - 1) = 20x^2 - 5 \quad \text{١ تحقق من صحة المساواة التالية:}$$

$$A = (2x + 1)(3x - 7) - (20x^2 - 5) \quad \text{٢ حل العبارة } A \text{ حيث:}$$

$$-14x^2 - 11x - 2 < 2(10 - 7x^2) \quad \text{٣ حل المتراجحة:}$$

الحساب الحرفـي	شهادة. ت.م 2016	حل التمـرين الخامس [05]
----------------	-----------------	-------------------------

١ التحقق من صحة المساواة المعطاة يعني الانطلاق من الطرف الأول لنصل للطرف الثاني عن طريق النشر:

$$\begin{aligned} 5(2x + 1)(2x - 1) &= 5 \times ((2x)^2 - 1^2) \\ &= 5(4x^2 - 1) \\ &= 5 \times 4x^2 - 5 \times 1 \\ &= 20x^2 - 5 \end{aligned}$$

٢ تحليل العبارة A الى جداء عاملين:

$$\begin{aligned} A &= (2x + 1)(3x - 7) - (20x^2 - 5) \\ A &= (2x + 1)(3x - 7) - (5 \times 4x^2 - 5) \\ A &= (2x + 1)(3x - 7) - 5(4x^2 - 1) \\ A &= (2x + 1)(3x - 7) - 5(2x - 1)(2x + 1) \\ A &= (2x + 1)[(3x - 7) - 5(2x - 1)] \\ A &= (2x + 1)[(3x - 7) - (5 \times 2x - 5 \times 1)] \\ A &= (2x + 1)[3x - 7 - (10x - 5)] \\ A &= (2x + 1)(3x - 7 - 10x + 5) \\ A &= (2x + 1)(-7x - 2) \end{aligned}$$

٣ حل المتراجحة: $-14x^2 - 11x - 2 < 2(10 - 7x^2)$

نلاحظ أن إشارة العدد الذي نريد القسمة عليه سالبة لذا نقوم بقلب اتجاه المتراجحة:

$$\frac{-11x}{-11} > \frac{22}{-11}$$

$$x > -2$$

$$\begin{aligned} -14x^2 - 11x - 2 &< 2(10 - 7x^2) \\ -14x^2 - 11x - 2 &< 20 - 14x^2 \end{aligned}$$

نقوم بنقل المجاهيل الى طرف والمعاليم الى الطرف الآخر:

$$\begin{aligned} -14x^2 - 11x + 14x^2 &< 20 + 2 \\ -11x &< 22 \end{aligned}$$

بضرب الطرفين في مقلوب العدد -11 (القسمة على -11 بـ)

الحساب الحرفـي

شهادة. ت.م 2017

التمرين السادس [06]

لتكن العبارة P حيث:

$$P = (1 - 3x)(3x + 3) - 2(3x + 3)$$

1 انشر وبسط العبارة P .2 حل العبارة P الى جداء عاملين من الدرجة الأولى.3 حل المعادلة: $(3x + 3)(-1 - 3x) = 0$

الحساب الحرفـي

شهادة. ت.م 2017

حل التمرين السادس [06]

1 نشر وتبسيط العبارة P :

$$P = (1 - 3x)(3x + 3) - 2(3x + 3)$$

$$P = 3x + 3 - 9x^2 - 9x - (6x + 6)$$

$$P = 3x + 3 - 9x^2 - 9x - 6x - 6$$

$$P = -9x^2 + (3 - 9 - 6)x + (3 - 6)$$

$$P = -9x^2 - 12x - 3$$

2 تحليل العبارة P الى جداء عاملين من الدرجة الأولى:

$$P = (1 - 3x)(3x + 3) - 2(3x + 3)$$

$$P = (3x + 3)[(1 - 3x) - 2]$$

$$P = (3x + 3)[1 - 3x - 2]$$

$$P = (3x + 3)(-1 - 3x)$$

3 حل المتراجحة: $(3x + 3)(-1 - 3x) = 0$

أو:

$$-1 - 3x = 0$$

$$-3x = 1$$

$$x = \frac{1}{-3}$$

$$3x + 3 = 0$$

$$3x = -3$$

$$x = \frac{-3}{3}$$

$$x = -1$$

إما:

$$\left\{ -1 ; \frac{1}{-3} \right\}$$
 للمعادلة $= 0$ $(3x + 3)(-1 - 3x)$ حلان هما

الحساب الحرفـي	شهادة. ت.م 2018	التمرين السابع [07]
----------------	-----------------	---------------------

$$(3x + 1)(x - 4) = 3x^2 - 11x - 4$$

١ تحقق من المساواة الآتية:

$$E = 3x^2 - 11x - 4 + (3x + 1)^2$$

٢ حل الى جداء عاملين العبارة:

$$(3x + 1)(x - 4) \leq 3x^2 + 7$$

٣ حل المتراجحة:

الحساب الحرفـي

شهادة. ت.م 2018

حل التمرين السابع [07]

١ التحقق من صحة المساواة عن طريق نشر وتبسيط الطرف الأول:

$$\begin{aligned} (3x + 1)(x - 4) &= 3x \times x - 3x \times 4 + 1 \times x - 1 \times 4 \\ &= 3x^2 - 12x + x - 4 \\ &= 3x^2 - 11x - 4 \end{aligned}$$

٢ تحليل العبارة E الى جداء عاملين من الدرجة الأولى:

$$E = 3x^2 - 11x - 4 + (3x + 1)^2$$

$$E = (3x + 1)(x - 4) + (3x + 1)^2$$

$$E = (3x + 1)[(x - 4) + (3x + 1)]$$

$$E = (3x + 1)(x - 4 + 3x + 1)$$

$$E = (3x + 1)(4x - 3)$$

٣ حل المتراجحة: $(3x + 1)(x - 4) \leq 3x^2 + 7$

$$-11x \leq 11$$

نقسم كلا الطرفين على -11 مع عكس اتجاه المتراجحة ذلك

اننا قسمنا على عدد سالب:

$$\frac{-11x}{-11} \geq \frac{11}{-11}$$

$$x \geq -1$$

$$(3x + 1)(x - 4) \leq 3x^2 + 7$$

نستبدل عبارة الأقواس بالعبارة المبسطة:

$$3x^2 - 11x - 4 \leq 3x^2 + 7$$

نضع المجاهيل في طرف والمعاليم في الطرف الآخر:

$$3x^2 - 11x - 3x^2 \leq 7 + 4$$

حلول المتراجحة هي الأكبر من أو تساوي العدد -1

لتكن العبارة E حيث:

$$E = (x + 1)^2 - (x + 1)(2x - 3)$$

1. انشر ثم بسط العبارة E .2. حل العبارة E الى جداء عاملين من الدرجة الأولى.3. حل المتراجحة: $3x + 4 \geq 6x - 2$ 1. نشر وتبسيط العبارة E :

$$E = (x + 1)^2 - (x + 1)(2x - 3)$$

$$E = (x)^2 + 2 \times x \times 1 + (1)^2 - (x \times 2x - x \times 3 + 1 \times 2x - 1 \times 3)$$

$$E = x^2 + 2x + 1 - (2x^2 - 3x + 2x - 3)$$

$$E = x^2 + 2x + 1 - 2x^2 + 3x - 2x + 3$$

$$E = -x^2 + 3x + 4$$

2. تحليل العبارة E الى جداء عاملين من الدرجة الأولى:

$$E = (x + 1)^2 - (x + 1)(2x - 3)$$

$$E = (x + 1)[(x + 1) - (2x - 3)]$$

$$E = (x + 1)[x + 1 - 2x + 3]$$

$$E = (x + 1)(-x + 4)$$

3. حل المتراجحة: $3x + 4 \geq 6x - 2$

نقسم كلا الطرفين على العدد 3 – مع عكس اتجاه المتراجحة

ذلك اننا قسمنا على عدد سالب:

$$\frac{-3x}{-3} \leq \frac{-6}{-3}$$

$$x \leq 2$$

$$3x + 4 \geq 6x - 2$$

ننقل المجاهيل الى طرف والمعاليم الى الطرف الآخر:

$$3x - 6x \geq -2 - 4$$

$$-3x \geq -6$$

حلول المتراجحة هي الأعداد الأصغر من أو تساوي العدد 2

الحساب الحرفـي

شهادة. ت.م 2020

التمرين التاسع [09]

 $E = (3x + 1)^2 - (x - 2)^2$ عبارة جبرية حيث:1. انشر ثم بسط العبارة E .2. حل العبارة E الى جداء عاملين من الدرجة الأولى.3. حل المعادلة: $(4x - 1)(2x + 3) = 0$

الحساب الحرفـي

شهادة. ت.م 2020

حل التمرين التاسع [09]

1. نشر وتبسيط العبارة E :

$$E = (3x + 1)^2 - (x - 2)^2$$

$$E = (3x)^2 + 2 \times 3x \times 1 + (1)^2 - [(x)^2 - 2 \times x \times 2 + (2)^2]$$

$$E = 9x^2 + 6x + 1 - [x^2 - 4x + 4]$$

$$E = 9x^2 + 6x + 1 - x^2 + 4x - 4$$

$$E = 8x^2 + 10x - 3$$

2. تحليل العبارة E الى جداء عاملين من الدرجة الأولى:

$$E = (3x + 1)^2 - (x - 2)^2$$

$$E = ((3x + 1) + (x - 2))((3x + 1) - (x - 2))$$

$$E = (3x + 1 + x - 2)(3x + 1 - x + 2)$$

$$E = (4x - 1)(2x + 3)$$

3. حل المترادفة: $(4x - 1)(2x + 3) = 0$

أو:

$$2x + 3 = 0$$

$$2x = -3$$

$$x = \frac{-3}{2}$$

$$x = -1.5$$

$$4x - 1 = 0$$

$$4x = 1$$

$$x = \frac{1}{4}$$

$$x = 0.25$$

إما:

للمعادلة حلان هما $\{-1.5 ; 0.25\}$

الحساب الحرفى

شهادة. ت.م 2022

التمرين الحادى عشر [11]

1 انش وبسط العبارة E حيث:2 حل العبارة F الى جداء عاملين من الدرجة الأولى حيث:

$$F = 2x^2 - 7x + 6 - (2x - 3)(2x - 1)$$

3 حل المعادلة:

$$(2x - 3)(-x - 1) = 0$$

الحساب الحرفى

شهادة. ت.م 2022

حل التمرين الحادى عشر [11]

1 نشر وتبسيط العبارة E :

$$E = (2x - 3)(x - 2)$$

$$E = 2x \times x - 2x \times 2 - 3 \times x + 3 \times 2$$

$$E = 2x^2 - 4x - 3x + 6$$

$$E = 2x^2 - 7x + 6$$

2 تحليل العبارة F الى جداء عاملين من الدرجة الأولى:

$$F = 2x^2 - 7x + 6 - (2x - 3)(2x - 1)$$

$$F = (2x - 3)(x - 2) - (2x - 3)(2x - 1)$$

$$F = (2x - 3)[(x - 2) - (2x - 1)]$$

$$F = (2x - 3)(x - 2 - 2x + 1)$$

$$F = (2x - 3)(-x - 1)$$

3 حل المعادلة:

$$(2x - 3)(-x - 1) = 0$$

إما:

$$2x - 3 = 0$$

$$2x = 3$$

$$x = \frac{3}{2}$$

أو:

$$-x - 1 = 0$$

$$-x = 1$$

$$x = \frac{1}{-1}$$

$$x = -1$$

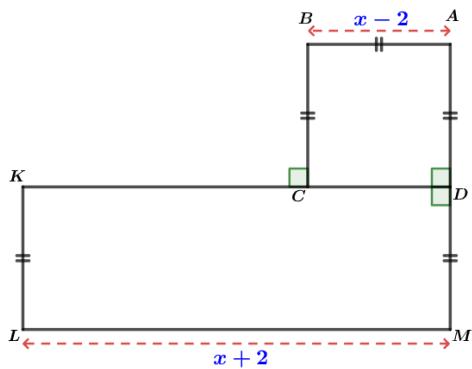
$$\left\{ -1 ; \frac{3}{2} \right\}$$

للمعادلة حلان هما

الحساب الحرفى

شهادة. ت.م 2023

التمرين الثاني عشر [12]



تمعن في الشكل المقابل حيث: $x > 2$ (وحدة الطول هي السنتيمتر)

➊ عبر عن مساحة كل من المربع والمستطيل بدلالة x .

➋ لتكن العبارتين F و E حيث:

$$F = (x+2)(x-2) \quad E = (x-2)^2$$

- بيّن أن: $E + F = 2x(x-2)$

➌ عيّن قيم x التي يكون من أجلها محيط الشكل يساوي على الأقل

.20 cm

الحساب الحرفى

شهادة. ت.م 2023

حل التمرين الثاني عشر [12]

➌ تعيين قيم x :

◀ تحديد محيط الشكل:

$$P_{ABC K L M D} = AB + BC + CK + KL + LM + MD + DA$$

$$AB = BC = AD = DM = KL \quad \text{لدينا:}$$

$$P_{ABC K L M D} = 5 \times AB + LM + (DK - DC)$$

$$P = 5(x-2) + (x+2) + ((x+2) - (x-2))$$

$$P = 5x - 10 + x + 2 + (x+2 - x+2)$$

$$P = 5x - 10 + x + 2 + \cancel{x+2} - \cancel{x+2}$$

$$P = 6x - 4$$

تعيّن قيم x التي يكون من أجلها محيط الشكل يساوي على الأقل 20 cm :

$$P \geq 20$$

$$6x - 4 \geq 20$$

$$6x \geq 20 + 4$$

$$6x \geq 24$$

بقسمة كلا الطرفين على العدد 6 :

$$\frac{6x}{6} \geq \frac{24}{6}$$

$$x \geq 4$$

الأعداد الأكبر من أو تساوي 4 هي القيم التي يكون من أجلها محيط الشكل يساوي على الأقل 20 cm

➊ التعبير عن مساحة المربع والمستطيل بدلالة x :

◀ مساحة المربع:

$$S_{ABCD} = a^2$$

العدد a يمثل طول ضلع المربع حيث:

$$S_{ABCD} = AB^2 = (x-2)^2$$

$$S_{ABCD} = (x)^2 - 2 \times x \times 2 + (2)^2$$

$$S_{ABCD} = x^2 - 4x + 4$$

◀ مساحة المستطيل:

$$S_{DKLM} = a \times b$$

في هذه الحالة يمثل a و b طول وعرض المستطيل

$$S_{DKLM} = LM \times DM$$

$$S_{DKLM} = (x-2)(x+2)$$

$$S_{DKLM} = (x)^2 - (2)^2$$

$$S_{DKLM} = x^2 - 4$$

➌ اثبات أن: $E + F = 2x(x-2)$

$$E + F = (x-2)^2 + (x+2)(x-2)$$

$$= (x-2)[(x-2) + (x+2)]$$

$$= (x-2)(x-2 + x+2)$$

$$= (x-2) \times 2x$$

$$= 2x(x-2)$$