الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية **الديوان الوطني للامتحانات والمسابقات**

امتحان شهادة التعليم المتوسط **دورة : ماي 2016**

اختبار في مادة: الرياضيات **المدة: ساعتان**

الجزء الأول: (12 نقطة)

التمرين الأول: (03 نقاط)

1) احسب القاسم المشترك الأكبر للعددين 1053 و 832.

2) اكتب الكسر $\frac{1053}{832}$ على شكل كسر غير قابل للاختزال.

3) اكتب العدد $A=\sqrt{1053}+2\sqrt{832}-8\sqrt{117}$ على الشكل $a\sqrt{13}$ حيث a عدد طبيعي يطلب تعيينه.

التمرين الثاني: (03 نقاط)

1) تحقق من صحة المساواة التالية: $5(2x+1)(2x-1)=20x^2-5$

2) حلل العبارة A بحيث: $A=(2x+1)(3x-7)-(20x^2-5)$

3) حل المتراجحة: $-14x^2-11x-2<2(10-7x^2)$

– مثل حلولها بيانيا.

التمرين الثالث: (2,5 نقطة)

f دالة تآلفية تمثيلها البياني في مستو منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $\left(O,\vec{i},\vec{j}\right)$ يشمل النقطتين $A(2\ ;\ 5)$ و $B(-1\ ;\ -4)$.

1) بيّن أن العبارة الجبرية للدالة التآلفية f هي: $f(x)=3x-1$.

2) لتكن النقطة $C(4\ ;\ 11)$ من المستوي، هل النقط A ، B ، C على استقامة واحدة ؟

3) أوجد العدد الذي صورته 29 بالدالة f.

التمرين الرابع: (3,5 نقطة)

1) أنشئ المثلث EFG القائم في F حيث: $EF=FG=4\ cm$.

2) أنشئ النقطتين: D صورة النقطة F بالانسحاب الذي شعاعه $\overrightarrow{EF}$.

C صورة النقطة E بالانسحاب الذي شعاعه $\overrightarrow{GD}$.

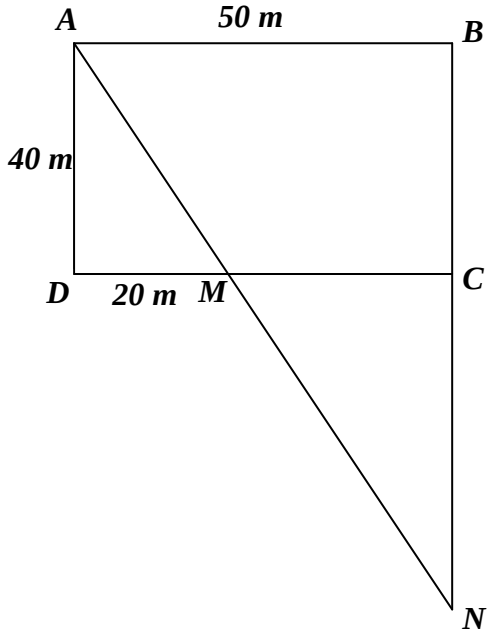
3) بيّن أن الرباعي $EGDC$ مربع.

– احسب مساحته.

4) ليكن الشعاع $\vec{U}$ حيث: $\vec{U}=\overrightarrow{EF}+\overrightarrow{EC}+\overrightarrow{FG}$، بيّن أن: $\vec{U}=\overrightarrow{ED}$

الجزء الثاني: (08 نقاط)

المسألـة:



لجدك قطعة أرض لها الشكل المقابل حيث:

$ABCD$ مستطيل أبعاده $50\ m$ و $40\ m$

و M نقطة من $[DC]$ حيث: $DM = 20\ m$

N نقطة تقاطع (BC) و (AM)

الجزء الأول:

1) بيّن أن: $\frac{MA}{MN} = \frac{2}{3}$.

2) احسب الطول BN.

3) احسب بالتدوير إلى الوحدة من الدرجة قيس الزاوية MAD.

الجزء الثاني:

وهب جدك لأبيك وعمك القطعة MCN ليقسمانها بينهما بالعدل.

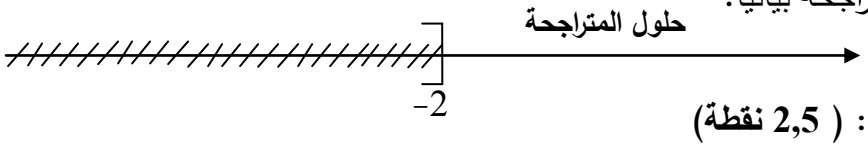
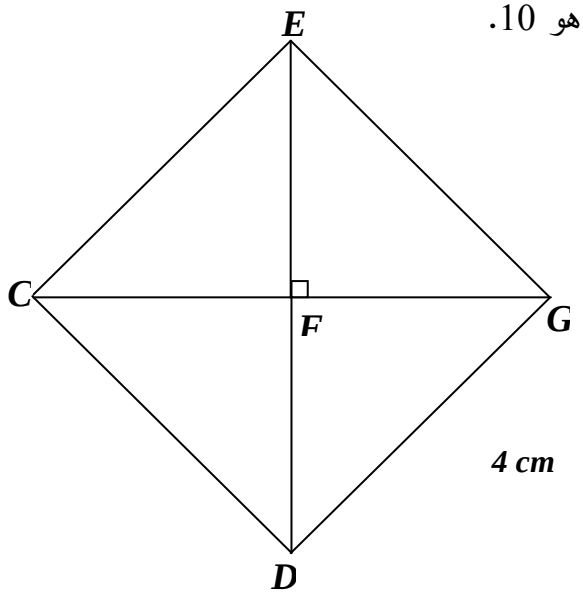
1) اقترح عمك أن تكون النقطة E صورة النقطة M بالدوران الذي مركزه C وزاويته $90°$ في الاتجاه الموجب هي بداية الخط الفاصل $[EM]$ بين القطعتين MNE و MCE الناتجتين عن هذه القسمة.

أثبت أنه كان محقا في اختياره.

2) تحصل أبوك على مبلغ $5,4\times10^6\ DA$ من عملية بيع قطعته الأرضية MNE بعد دفعه ضريبة نسبتها $20\ \%$ على المبلغ الإجمالي للقطعة.

– حدّد سعر المتر المربع الواحد لهذه القطعة واكتبه كتابة علمية.

عناصر الإجابة	العلامة مجزأة	العلامة مجموع
الجزء الأول: (12 نقطة)		
حل التمرين الأول: (3 نقاط)		
1) حساب القاسم المشترك الأكبر للعددين 1053 و 832:		
$1053 = 832 \times 1 + 221$		
$832 = 221 \times 3 + 169$	3×0,25	
$221 = 169 \times 1 + 52$		**1**
$169 = 52 \times 3 + 13$		
$52 = 13 \times 4 + 0$		
آخر باق غير معدوم هو 13 إذن: $PGCD(1053\ ;\ 832) = 13$	0,25	
2) كتابة الكسر $\frac{1053}{832}$ على شكل كسر غير قابل للاختزال:		
$\frac{1053}{832} = \frac{1053 \div 13}{832 \div 13} = \frac{81}{64}$	2×0,25	**0,5**
3) كتابة العدد $A = \sqrt{1053} + 2\sqrt{832} - 8\sqrt{117}$ على شكل $a\sqrt{13}$ حيث a عدد طبيعي يطلب تعيينه:		
لدينا: $A = \sqrt{1053} + 2\sqrt{832} - 8\sqrt{117}$ ومنه: $A = \sqrt{81 \times 13} + 2\sqrt{64 \times 13} - 8\sqrt{9 \times 13}$	3×0,25	
وعليه: $A = 9\sqrt{13} + 2 \times 8\sqrt{13} - 8 \times 3\sqrt{13}$ أي: $A = (9 + 16 - 24)\sqrt{13}$	0,25	**1,5**
وبالتالي: $A = \sqrt{13}$ حيث: $a = 1$ وهو عدد طبيعي.	2×0,25	
حل التمرين الثاني: (3 نقاط)		
1) التحقق من صحة المساواة $5(2x+1)(2x-1) = 20x^2 - 5$:		
لدينا: $5(2x+1)(2x-1) = 5\left[(2x)^2 - 1^2\right]$		
ومنه: $5(2x+1)(2x-1) = 5(4x^2 - 1)$ أي: $5(2x+1)(2x-1) = 20x^2 - 5$	3×0,25	**0,75**
ملاحظة: يمكن التحقق من صحة المساواة بطريقة أخرى.		
2) تحليل العبارة $A = (2x+1)(3x-7) - (20x^2 - 5)$:		
بما أن: $5(2x+1)(2x-1) = 20x^2 - 5$		
فإن: $A = (2x+1)(3x-7) - 5(2x+1)(2x-1)$		
أي: $A = (2x+1)[(3x-7) - 5(2x-1)]$	3×0,25	
وبالتالي: $A = (2x+1)(3x - 7 - 10x + 5)$		**1**
ومنه: $A = (2x+1)(-7x-2)$		
3) حل المتراجحة $-14x^2 - 11x - 2 < 2(10 - 7x^2)$:	0,25	

عناصر الإجابة	العلامة مجزأة	العلامة مجموع
$(10-7x^2)2<-14x^2-11x-2<20-14x^2$ تعني أن: $-14x^2-11x-2<2(10-7x^2)$	0,25	
أي: $-14x^2-11x+14x^2<2+20$ ومنه: $-11x<22$ بالقسمة على (-11) نجد: $x>-2$	2×0,25	
وبالتالي حلول المتراجحة $-14x^2-11x-2<2(10-7x^2)$ هي كل القيم x الأكبر تماما من (-2).	0,25	**1,25**
– تمثيل حلول المتراجحة بيانيا:		
	0,25	
حل التمرين الثالث: (2,5 نقطة)		
1) إثبات أن $f(x)=3x-1$:		
بما أن التمثيل البياني للدالة f يشمل النقطتين $A(2;5)$ و $B(-1;-4)$		
فإن: $f(2)=5$ و $f(-1)=-4$	0,25	
وعليه: $a=\frac{f(2)-f(-1)}{2+1}=\frac{5+4}{3}=3$ و: $b=f(2)-a\times 2=5-3\times 2=-1$	2×0,25	**1**
وبالتالي: $f(x)=3x-1$.	0,25	
2) معرفة هل النقط A ، B ، C على استقامة واحدة :		
بما أن $f(4)=3\times 4-1=12-1=11$	0,25	**0,5**
وعليه $C\in(AB)$ وبالتالي النقط A ، B ، C على استقامة واحدة.	0,25	
3) إيجاد العدد الذي صورته 29 بالدالة f :	3×0,25	
لدينا: $f(x)=29$ ومنه: $3x-1=29$ وعليه: $3x=30$ أي: $x=\frac{30}{3}=10$	0,25	**1**
وبالتالي العدد الذي صورته 29 بالدالة f هو 10.		
حل التمرين الرابع: (3,5 نقطة)		
1) إنشاء المثلث EFG القائم في F :		
	3×0,25	**0,75**

عناصر الإجابة	العلامة مجزأة	العلامة مجموع
2) إنشاء النقطتين: D صورة F بالانسحاب الذي شعاعه $\overrightarrow{EF}$.		
Cصورة E بالانسحاب الذي شعاعه $\overrightarrow{GD}$.		
3) إثبات أن الرباعي $EGDC$ مربع ثم حساب مساحته:		
C هي صورة E بالانسحاب الذي شعاعه $\overrightarrow{GD}$معناه $\overrightarrow{GD}=\overrightarrow{EC}$	0,25	
أي أن الرباعي $EGDC$ متوازي أضلاع.	0,25	**1,25**
بما أن: $FG=EF=FD=4cm$ فإن: $FG=\frac{1}{2}ED$ (في المثلث EGD طول المتوسط المتعلق		
بالضلع $[ED]$ يساوي نصف طول هذا الضلع، فالمثلث EGD قائم في G (خاصية)).	0,25	
$[ED]$ ، $[CG]$ قطرا متوازي الأضلاع $EGDC$ متعامدان فهو معين.	0,25	
للمعين $EGDC$ زاوية قائمة $\left(E\widehat{G}F=90°\right)$فهو مربع.	0,25	
ملاحظة: يمكن استعمال خواص القطران: متعامدان ومتناصفان ومتقايسان فالرباعي مربع.		
لتكن A مساحة المربع $EGDC$: $A=c^2=EG^2$		
بتطبيق نظرية فيثاغورث لدينا: $EG^2=EF^2+FG^2=4^2+4^2=32$	0,25	
ومنه: $EG=\sqrt{32}=4\sqrt{2}$	0,25	**0,75**
$A=c^2=EG^2=\left(\sqrt{32}\right)^2=32$		
وبالتالي مساحة المربع $EGDC$ هي $32\ cm^2$.	0,25	
4) لدينا: $\vec{U}=\overrightarrow{EF}+\overrightarrow{EC}+\overrightarrow{FG}=\left(\overrightarrow{EF}+\overrightarrow{FG}\right)+\overrightarrow{EC}=\overrightarrow{EG}+\overrightarrow{EC}$ (حسب علاقة شال)	2×0,25	**0,75**
بما أن الرباعي $EGDC$ متوازي أضلاع فإن: $\overrightarrow{EG}+\overrightarrow{EC}=\overrightarrow{ED}$ وعليه: $\vec{U}=\overrightarrow{ED}$.	0,25	
الجزء الثاني: (المسألة)		
الجزء الأول:		
1) إثبات أن $\frac{MA}{MN}=\frac{2}{3}$:		
لدينا: $(AD)//(NC)$ والنقط A,M,N و D,M,C استقامية بنفس الترتيب حسب نظرية طالس:		
$\frac{MA}{MN}=\frac{MD}{MC}=\frac{AD}{CN}$ ..... (1)		
بما أن: $MC=CD-MD=50-20=30$		
فإن: $\frac{MA}{MN}=\frac{20}{30}=\frac{2}{3}$		
2) حساب الطول BN:		
من (1) لدينا: $\frac{MA}{MN}=\frac{AD}{CN}$ وعليه: $\frac{2}{3}=\frac{40}{CN}$وبالتالي: $CN=\frac{40\times3}{2}=60$		

عناصر الإجابة	العلامة	
	مجزأة	مجموع

ومنه: $BN = BC + CN = 40 + 60 = 100$

وعليه: $BN = 100\ m$

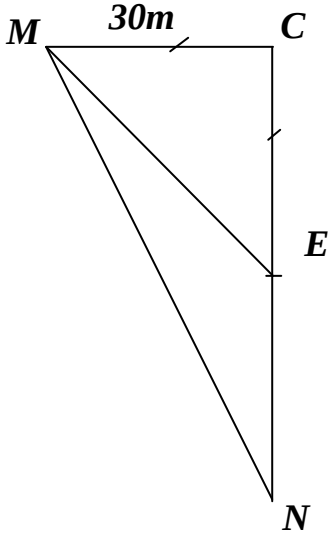
3) حسابالتدوير إلى الوحدة من الدرجة قيس الزاوية MAD :

لدينا في المثلث ADM القائم في D : $\tan MAD = \frac{DM}{AM}$ أي: $\tan MAD = \frac{20}{40} = \frac{1}{2}$

باستعمال الآلة الحاسبة وبالتدوير إلى الوحدة نجد: $MAD = 27°$

الجزء الثاني:

1) تعيين النقطة E صورة النقطة M بالدوران الذي مركزه C وزاويته $90°$ بالاتجاه الموجب موضع القسمة.



إثبات أن العم كان محقا في اختياره:

$S_{MCE} = \frac{MC \times CE}{2} = \frac{30 \times 30}{2} = 450$

لدينا: $EN = CN - CE = 60 - 30 = 30$

$S_{MEN} = \frac{EN \times CM}{2} = \frac{30 \times 30}{2} = 450$

وعليه: $S_{MCE} = S_{MEN} = 450\ m^2$

وبالتالي العم كان محقا في اختياره.

2) تحديد سعر المتر المربع الواحد لهذه القطعة:

بفرض سعر المتر المربع الواحد هو x فإن المبلغ الإجمالي للقطعة بدلالة x هو $450x$

من جهة أخرى المبلغ الإجمالي للقطعة بدون اقتطاع هو:

$5,4 \times 10^6$ ⟵ **80** ٪

y ⟵ **100**٪

أي: $y = \frac{5,4 \times 10^6}{80} \times 100 = 6,75 \times 10^6$

وعليه: $450x = 6.75 \times 10^6$

ومنه: $x = \frac{6,75 \times 10^6}{450} = 0,015 \times 10^6$

سعر المتر المربع الواحد لهذه القطعة هو: $15000DA$.

الكتابة العلمية لسعر المتر المربع الواحد لهذه القطعة: $1,5 \times 10^4\ DA$.

ملاحظة: يمكن كتابة المعادلة على شكل: $450\left(1 - \frac{20}{100}\right)x = 5,4 \times 10^6$

الإجابة النموذجية لموضوع امتحان شهادة التعليم المتوسط دورة: ماي 2016

اختبار مادة: الرياضيات المدة: ساعتان

عناصر الإجابة	العلامة	
	مجزأة	مجموع

السؤال	المعيار	المؤشرات	التنقـيط	مجزأة	مج
1	م1	- استعمال نظرية طالس في الإثبات. - استعمال نظرية طالس لحساب الطول *CN*. - استنتاج الطول *BN* . - استعمال النسب المثلثية لإيجاد قيس الزاوية *MAD* .	0,5 إن وفق في مؤشر 1 إن وفق في مؤشرين 1,25 إن وفق في ثلاث مؤشرات أو أكثر.	1,25	2,5
	م2	- الإثبات صحيح. - حساب الصحيح للطول *BN* . - إيجاد قيس الزاوية *MAD* بشكل صحيح.	0,5 إن وفق في مؤشر 1 إن وفق في مؤشرين 1,25 إن وفق في ثلاث مؤشرات أو أكثر.	1,25	
2	م1	تعيين صورة النقطة بدوران حساب الطول *EN*. حساب مساحة المثلثين. مقارنة المساحتين. ترييض الوضعية لحساب سعر المتر الواحد. استعمال تطبيقات التناسبية لتحديد السعر. الكتابة العلمية للسعر.	0,5 إن وفق في مؤشر 0,75 إن وفق في مؤشرين 1,25 إن وفق في ثلاث مؤشرات 1,75إن وفق في أربع مؤشرات. 2 إن وفق في خمسة مؤشرات فأكثر.	2	4
	م2	تعيين صورة النقطة ***E*** بشكل صحيح. حساب الطول *EN*بشكل صحيح. حساب المساحتين صحيح. المقارنة صحيحة. الترييض صحيح. تحديد السعر صحيح. الكتابة العلمية للسعر صحيح.	0,5 إن وفق في مؤشر 0,75 إن وفق في مؤشرين 1,25 إن وفق في ثلاث مؤشرات 1,75إن وفق في أربع مؤشرات. 2 إن وفق في خمسة مؤشرات فأكثر.	**2**	
حل المسألة	م3	- التسلسل المنطقي. - معقولية النتائج. - احترام وحدات القياس.	0,5 إن وفق في مؤشر 1 إن وفق في مؤشرين فأكثر.	1	1,5
	م4	- المقروئية . - عدم التشطيب .	0,25 إن وفق في مؤشر 0,5 إن وفق في مؤشرين	0,5	

م1 : التفسير السليم للوضعية. **م3 : انسجام النتائج.**

م2 :الاستعمال السليم للأدوات الرياضية. **م4 : تقديم الورقة.**