DIPLOME NATIONAL DU BREVET - SESSION 2009		
Académie d'Aix-Marseille		
Série : Collège		
Mathématiques		
Durée : 2 heures	Notation sur 40	Page 1/6

L'expression écrite et la présentation de la copie sont notées (4 points).

Toutes les calculatrices de poche y compris les calculatrices programmables, alphanumériques ou à écran graphique (à condition que leur fonctionnement soit autonome et qu'il ne soit pas fait usage d'imprimante), sont autorisées (circulaire n°99 - 186 du 16/11/1999).

Le sujet est composé de trois parties indépendantes :

ACTIVITES NUMERIQUES (12 points)
ACTIVITES GEOMETRIQUES (12 points)
PROBLEME (12 points)

ACTIVITÉS NUMÉRIQUES (12 points)

Exercice 1

1) Calculer A.

$$A = \frac{8+3\times 4}{1+2\times 1,5}.$$

2) Pour calculer A, un élève a tapé sur sa calculatrice la succession de touches ci-dessous :

$$\boxed{8}\ \boxed{+}\ \boxed{3}\ \boxed{\times}\ \boxed{4}\ \boxed{\div}\ \boxed{1}\ \boxed{+}\ \boxed{2}\ \boxed{\times}\ \boxed{1}\ \boxed{.}\ \boxed{5}\ \boxed{=}$$

Expliquer pourquoi il n'obtient pas le bon résultat.

Exercice 2

Trois personnes, Aline, Bernard et Claude ont chacune un sac contenant des billes.
Chacune tire au hasard une bille de son sac.

1) Le contenu des sacs est le suivant

Sac d'Aline :	Sac de Bernard :	Sac de Claude :
5 billes rouges	10 billes rouges et 30 billes noires	100 billes rouges et 3 billes noires

Laquelle de ces personnes a la probabilité la plus grande de tirer une bille rouge ?

2) On souhaite qu'Aline ait la même probabilité que Bernard de tirer une bille rouge.
Avant le tirage, combien de billes noires faut-il ajouter pour cela dans le sac d'Aline ?

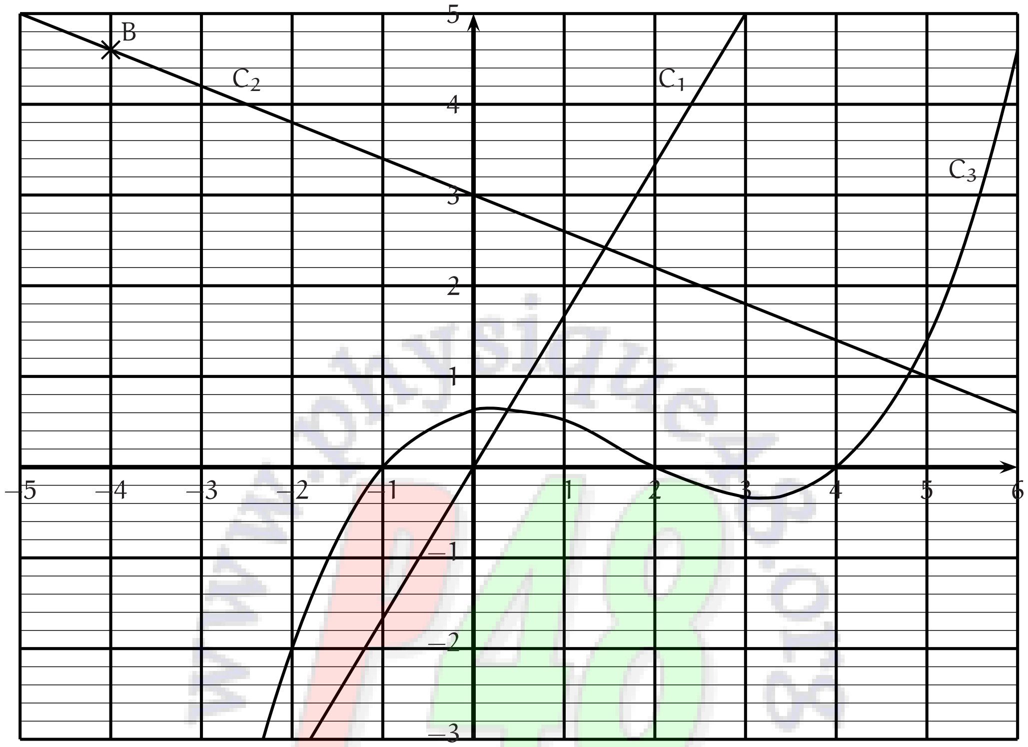
Exercice 3

On donne ci-dessous les représentations graphiques de trois fonctions.

Ces représentations sont nommées C_1, C_2 et C_3.

L'une d'entre elles est la représentation graphique d'une fonction linéaire.

Une autre est la représentation graphique de la fonction f telle que $f\ :\ x \mapsto -0,4x + 3$.



1) Lire graphiquement les coordonnées du point B.

2) Par lecture graphique, déterminer les abscisses des points d'intersection de la courbe C_3 avec l'axe des abscisses.

3) Laquelle de ces représentations est celle de la fonction linéaire ? Justifier.

4) Laquelle de ces représentations est celle de la fonction f ? Justifier.

5) Quel est l'antécédent de 1 par la fonction f ? Justifier par un calcul.

6) A est le point de coordonnées $(4,6\ ;\ 1,2)$. A appartient-il à C_2 ? Justifier par un calcul.

ACTIVITÉS GÉOMÉTRIQUES (12 points)

Exercice 1

L'unité de longueur est le centimètre.
ABC est un triangle tel que $AB = 16$ cm, $AC = 14$ cm et $BC = 8$ cm.

1) a) Tracer en vraie grandeur le triangle ABC sur la copie.

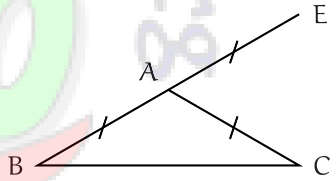
b) Le triangle ABC est-il rectangle ? Justifier.

2) Le mathématicien Héron d'Alexandrie (1er siècle) a trouvé une formule permettant de calculer l'aire d'un triangle.
En notant a, b et c les longueurs des trois côtés et p son périmètre, l'aire $\mathscr{A}$ du triangle est donnée par la formule :

$$\mathscr{A} = \sqrt{\frac{p}{2}\left(\frac{p}{2} - a\right)\left(\frac{p}{2} - b\right)\left(\frac{p}{2} - c\right)}.$$

Calculer à l'aide de cette formule l'aire du triangle ABC.
Donner le résultat arrondi au cm^2 près.

Exercice 2

Dans cet exercice, on étudie la figure ci-contre où : • ABC est un triangle isocèle tel que $AB = AC = 4$cm. • E est le symétrique de B par rapport à A.	

Partie 1 : On se place dans le cas particulier où la mesure de $\widehat{ABC}$ est 43°.

1) Construire la figure en vraie grandeur.

2) Quelle est la nature du triangle BCE ? Justifier.

3) Prouver que l'angle $\widehat{EAC}$ mesure 86°.

Partie 2 : Dans cette partie, on se place dans le cas général où la mesure de $\widehat{ABC}$ n'est pas donnée.

Jean affirme que pour n'importe quelle valeur de $\widehat{ABC}$, on a $\widehat{EAC} = 2\widehat{ABC}$.
Jean a-t-il raison ? Faire apparaître sur la copie la démarche utilisée.

PROBLEME (12 points)

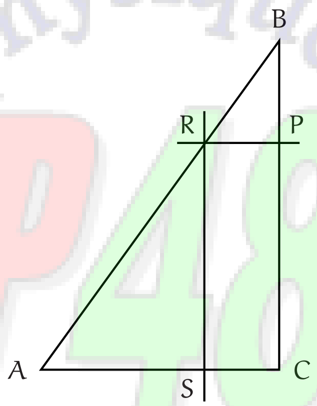
On considère un triangle ABC tel que : $AB = 17,5$ cm ; $BC = 14$ cm ; $AC = 10,5$ cm.

Partie I

1) Démontrer que le triangle ABC est rectangle en C.

2) Soit P un point du segment [BC].

La parallèle à la droite (AC) passant par P coupe le segment [AB] en R.
La parallèle à la droite (BC) passant par R coupe le segment [AC] en S.
Montrer que le quadrilatère PRSC est un rectangle.



La figure n'est pas en vraie grandeur.

3) Dans cette question, on suppose que le point P est situé à 5 cm du point B.

a) Calculer la longueur PR.

b) Calculer l'aire du rectangle PRSC.

Partie II :

On déplace le point P sur le segment [BC] et on souhaite savoir quelle est la position du point P pour laquelle l'aire du rectangle PRSC est maximale.

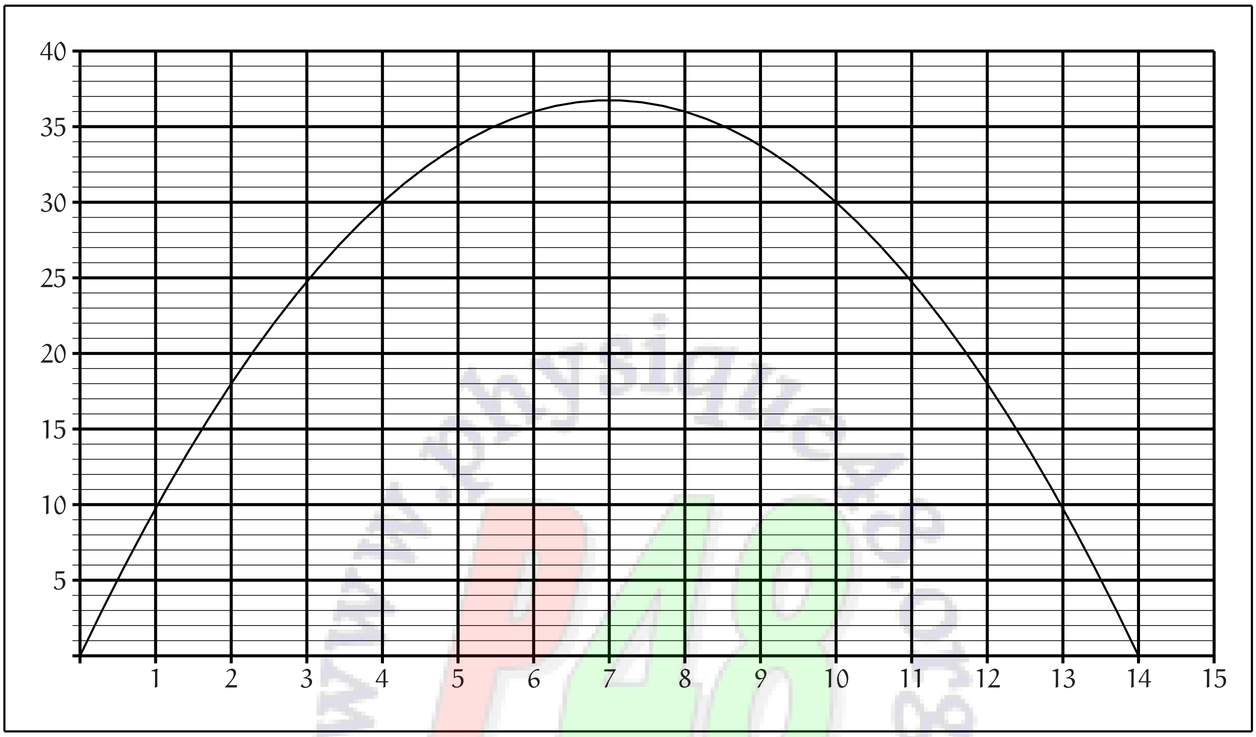
1) L'utilisation d'un tableur a conduit au tableau de valeurs suivant :

Longueur BP en cm	0	1	3	5	8	10	12	14
Aire de PRSC en cm^2	0	9,75	24,75		36		18	0

Indiquer sur la copie les deux valeurs manquantes du tableau.
Justifier par un calcul la valeur trouvée pour $BP = 10$ cm.

2) Un logiciel a permis d'obtenir la représentation graphique suivante :

Aire du rectangle PRSC en fonction de la longueur BP



À l'aide d'une lecture graphique, donner :

a) Les valeurs de BP pour lesquelles le rectangle PRSC a une aire de 18 cm^2.
b) La valeur de BP pour laquelle l'aire du rectangle semble maximale.
c) Un encadrement à 1 cm^2 près de l'aire maximale du rectangle PRSC.

Partie III :

1) Exprimer PC en fonction de BP.

2) Démontrer que PR est égale à $0,75 \times$ BP.

3) Pour quelle valeur de BP le rectangle PRSC est-il un carré ?

Brevet - Session 2009

Corrigé

ACTIVITES NUMERIQUES (12 points)

Exercice 1

1)

$$\begin{aligned} A &= \frac{8+3\times 4}{1+2\times 1,5} \\ &= \frac{8+12}{1+3} \\ &= \frac{20}{4} \\ &= 5. \end{aligned}$$

$$\boxed{A = 5.}$$

2) Le calcul fait par l'élève fournit $A = 23$. Le résultat obtenu n'est pas le bon car l'élève n'a pas tenu compte des priorités : à la machine la multiplication et la division sont prioritaires devant l'addition et la soustraction. La machine a effectué le calcul :

$$8 + \frac{3\times 4}{1} + 2\times 1,5 = 8+12+3 = 23.$$

L'élève aurait du taper :

$\boxed{(}\ \boxed{8}\ \boxed{+}\ \boxed{3}\ \boxed{\times}\ \boxed{4}\ \boxed{)}\ \boxed{\div}\ \boxed{(}\ \boxed{1}\ \boxed{+}\ \boxed{2}\ \boxed{\times}\ \boxed{1}\ \boxed{.}\ \boxed{5}\ \boxed{)}\ \boxed{=}$

Exercice 2

1) • La probabilité qu'Aline tire une boule rouge est $\frac{5}{5}$ ou encore 1.

• La probabilité que Bernard tire une boule rouge est $\frac{10}{40}$ ou encore $\frac{1}{4}$.

• La probabilité que Claude tire une boule rouge est $\frac{100}{103}$.

> La personne qui a la probabilité la plus grande de tirer une bille rouge est Aline.

2) Notons x le nombre de billes noires qu'il faut ajouter dans le sac d'Aline pour qu'Aline ait la même probabilité que Bernard de tirer une bille rouge.

Si on ajoute x billes noires dans la sac d'Aline, le sac contient $x+5$ billes. La probabilité qu'Aline tire une bille rouge est alors $\frac{5}{x+5}$. D'autre part, on a vu à la première question que la probabilité que Bernard tire une bille rouge est $\frac{1}{4}$.

On veut qu'Aline ait la même probabilité que Bernard de tirer une bille rouge. Ceci fournit l'équation

$$\frac{5}{x+5} = \frac{1}{4}.$$

Cette équation est équivalente à $1\times(x+5) = 4\times 5$ ou encore à $x+5 = 20$ ou enfin à $x = 20-5 = 15$.

> Il faut ajouter 15 billes noires dans le sac d'Aline pour qu'Aline ait la même probabilité que Bernard de tirer une bille rouge.

Exercice 3

1) Le point B a pour coordonnées $(-4\,;\,4,6)$.

2) Les points d'intersection de la courbe C_3 avec l'axe des abscisses sont les trois points de la courbe C_3 dont l'ordonnée est nulle. Les abscisses de ces points sont -1, 2 et 4.

3) La représentation graphique d'une fonction linéaire est une droite passant par l'origine du repère. Donc la représentation graphique de la fonction linéaire est C_1.

4) La fonction f est une fonction affine car est de la forme $x \mapsto ax + b$ mais n'est pas une fonction linéaire car $b \neq 0$. La représentation graphique de f est donc une droite ne passant pas par l'origine du repère c'est-à-dire C_2.

5) Sur le graphique, on lit l'antécédent de 1 par la fonction f : c'est le nombre 5. Justifions le résultat par un calcul.

On note x l'antécédent de 1 par f. L'égalité $f(x) = 1$ s'écrit

$$-0,4x + 3 = 1.$$

Cette équation est équivalente à $-0,4x = 1 - 3$ ou encore $-0,4x = -2$ ou encore à $x = \dfrac{-2}{-0,4}$ ou enfin à $x = 5$.

L'antécédent de 1 par la fonction f est 5.

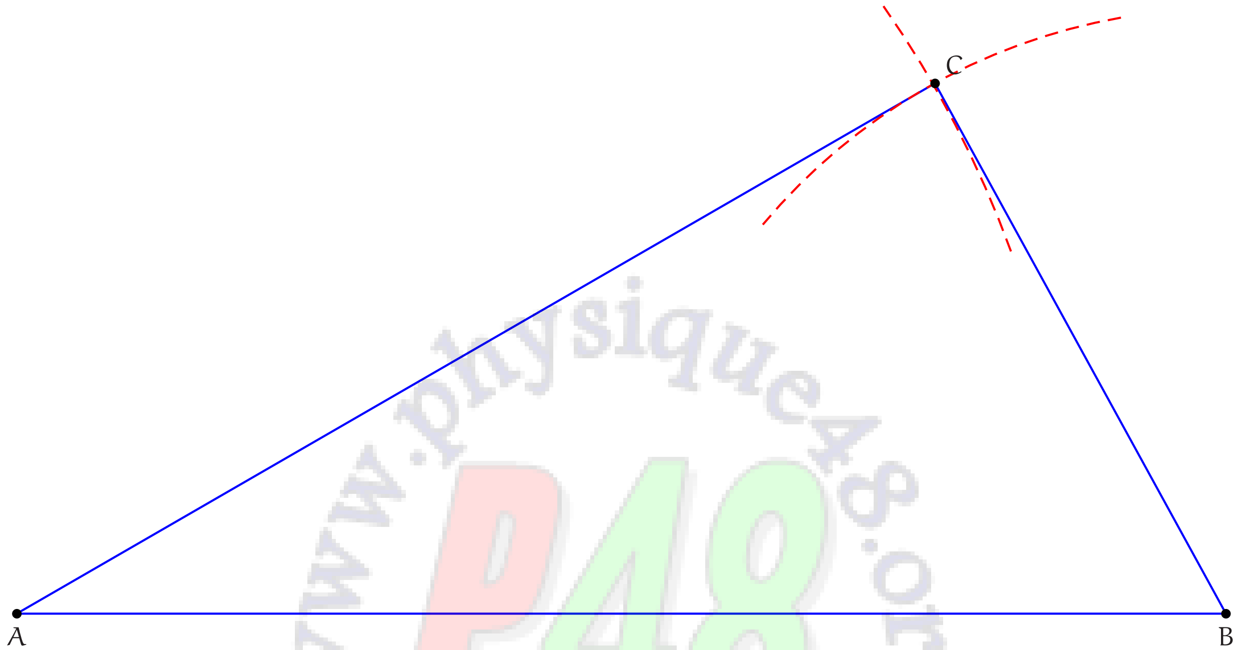
6) $f(4,6) = -0,4 \times 4,6 + 3 = -1,84 + 3 = 1,16$. Donc $f(4,6) \neq 1,16$ et on en déduit que

le point A de coordonnées $(4,6\,;\,1,2)$ n'appartient pas à la courbe C_2.

ACTIVITES GEOMETRIQUES (12 points)

Exercice 1

1) a)



b) Le plus long des trois côtés du triangle ABC est le côté [AB]. Donc si le triangle ABC est rectangle, c'est en C.
D'une part, $AB^2 = 16^2 = 256$ et d'autre part $AC^2 + BC^2 = 14^2 + 8^2 = 196 + 64 = 260$. Donc $AB^2 \neq AC^2 + BC^2$ et d'après le théorème de PYTHAGORE,

le triangle ABC n'est pas rectangle.

2) Ici, $p = 16 + 14 + 8 = 38$. D'après la formule de Héron d'Alexandrie

$$\mathscr{A} = \sqrt{\frac{38}{2}\left(\frac{38}{2} - 8\right)\left(\frac{38}{2} - 14\right)\left(\frac{38}{2} - 16\right)} = \sqrt{19 \times 11 \times 5 \times 3} = \sqrt{3135}.$$

L'aire du triangle ABC est $\sqrt{3135}$ cm^2 ou encore 56 cm^2 arrondi au cm^2.

Exercice 2

Partie 1 :

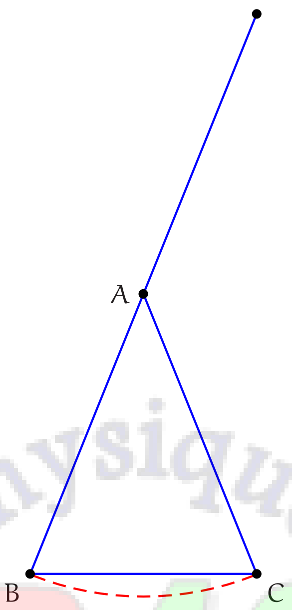
1) Voir figure page suivante.

2) Puisque le point A est le milieu du segment [BE], le cercle de diamètre [BE] est aussi le cercle de centre A et de rayon AB = 4 cm. Puisque AC = 4 cm, le point C est sur le cercle de diamètre [BE]. On sait alors que le triangle BCE est rectangle en C.

Le triangle BCE est rectangle en C.

3) Puisque le triangle ABC est isocèle en A et que la mesure de $\widehat{ABC}$ est 43°, la mesure de l'angle $\widehat{BAC}$ est $180 - 2 \times 43 = 180 - 86 = 94°$.
Puisque les points B, A et E sont alignés dans cet ordre, la mesure de l'angle $\widehat{BAE}$ est 180°.
L'angle $\widehat{EAC}$ est donc l'angle supplémentaire de l'angle $\widehat{BAC}$ et sa mesure est $180 - 94 = 86°$.

La mesure de l'angle $\widehat{EAC}$ est 86°.



Partie 2 :

Puisque le triangle ABC est isocèle en A, $\widehat{BAC} = 180 - 2\widehat{ABC}$.
L'angle $\widehat{EAC}$ est l'angle supplémentaire de l'angle $\widehat{BAC}$ et donc

$$\widehat{EAC} = 180 - \widehat{BAC} = 180 - \left(180 - 2\widehat{ABC}\right) = 180 - 180 + 2\widehat{ABC} = 2\widehat{ABC}.$$

Pour n'importe quelle valeur de $\widehat{ABC}$, on a $\widehat{EAC} = 2\widehat{ABC}$.

PROBLEME (12 points)

PARTIE I

1) $AB^2 = 17,5^2 = 306,25$ et $AC^2 + BC^2 = 10,5^2 + 14^2 = 110,25 + 196 = 306,25$.
Donc $AB^2 = AC^2 + BC^2$ et d'après le théorème de Pythagore

$$\boxed{\text{le triangle ABC est rectangle en C.}}$$

2) La droite (RP) est parallèle à la droite (AC) et la droite (AC) est perpendiculaire à la droite (BC) car le triangle ABC est rectangle en C. Donc la droite (RP) est perpendiculaire à la droite (BC) qui est aussi la droite (PC).
De même, la droite (RS) est parallèle à la droite (BC) et la droite (BC) est perpendiculaire à la droite (AC). Donc la droite (RS) est perpendiculaire à la droite (AC) qui est aussi la droite (SC).

Les angles $\widehat{RPC}$, $\widehat{PCS}$ et $\widehat{CSR}$ sont donc des angles droits. Puisque trois au moins des quatre angles du quadrilatère $PRSC$ sont des angles droits, le quadrilatère $PRSC$ est un rectangle.

$$\boxed{\text{Le quadrilatère PRSC est un rectangle.}}$$

3) a) Le point R est sur le segment $[AB]$ et le point P est sur le segment $[BC]$. De plus, la droite (RP) est parallèle à la droite (AC). D'après le théorème de Thales,

$$\frac{PR}{AC} = \frac{BP}{BC} \text{ ou encore } \frac{PR}{10,5} = \frac{5}{14}.$$

On en déduit que $PR = \dfrac{5 \times 10,5}{14} = 3,75$ cm.

$$\boxed{PR = 3,75 \text{ cm.}}$$

b) $PC = BC - BP = 14 - 5 = 9$ cm et $PR = 3,75$ cm. Donc l'aire du rectangle $PRSC$ est

$$PC \times PR = 9 \times 3,75 = 33,75 \text{ cm}^2.$$

$$\boxed{\text{L'aire du rectangle PRSC est } 33,75 \text{ cm}^2.}$$

PARTIE II

1) Dans la partie I, on a vu que quand $BP = 5$ cm, l'aire du rectangle $PRSC$ est $33,75$ cm^2.

Quand $BP = 10$ cm, $PC = BC - BP = 14 - 10 = 4$. D'autre part, comme dans la question 3)a) de la partie I, le théorème de Thales permet d'écrire

$$PR = \frac{BP \times AC}{BC} = \frac{10 \times 10,5}{14} = 7,5 \text{ cm.}$$

Donc quand $BP = 10$ cm, l'aire du rectangle $PRSC$ est $4 \times 7,5 = 30$ cm^2.

Longueur BP en cm	0	1	3	5	8	10	12	14
Aire de PRSC en cm^2	0	9,75	24,75	33,75	36	30	18	0

2) a) Sur le graphique, on voit que le rectangle $PRSC$ a une aire de 18 cm^2 quand $BP = 12$ cm (valeur déjà fournie dans le tableau de la question 1)) et quand $BP = 2$ cm.

b) L'aire du rectangle semble maximale quand $BP = 7$ cm.

c) L'aire maximale du rectangle est comprise entre 36 cm^2 et 37 cm^2.

Partie III :

1) $PC = BC - BP = 14 - BP$.

2) Comme à la question 3)a) de la partie I, on peut appliquer le théorème de Thales. On obtient

$$\frac{PR}{AC} = \frac{BP}{BC} \text{ ou encore } \frac{PR}{10,5} = \frac{BP}{14}.$$

On en déduit que $PR = \dfrac{10,5}{14}BP = 0,75BP$.

$$\boxed{PR = 0,75BP.}$$

2) Si le rectangle PRSC est un carré, $PR = PC$ et si $PR = PC$ alors le rectangle PRSC est un carré.

L'égalité $PR = PC$ équivaut à l'égalité $14 - BP = 0,75BP$ ou encore $1,75BP = 14$ ou enfin $BP = \dfrac{14}{1,75} = 8$.

$$\boxed{\text{Le rectangle PRSC est un carré quand } BP = 8 \text{ cm.}}$$

DIPLÔME NATIONAL DU BREVET

SESSION 2009

MATHÉMATIQUES

SÉRIE COLLÈGE

DURÉE DE L'ÉPREUVE : 2 h 00

Ce sujet comporte 5 pages numérotées de 1/5 à 5/5.
(la page 5/5 est à rendre avec la copie).
Dès que ce sujet vous est remis, assurez-vous qu'il est complet.

L'usage de la calculatrice est autorisé, dans le cadre de la réglementation en vigueur.

I – Activités numériques	12 points
II – Activités géométriques	12 points
III – Problème	12 points
Expression écrite et présentation	4 points

I- Activités numériques

Exercice 1

1) Calculer A et donner le résultat sous la forme d'une fraction irréductible : $A = \frac{7}{15} - \frac{4}{15} \times \frac{5}{8}$

2) $B = 3\sqrt{2} - \sqrt{98}$

a) Donner la valeur arrondie au centième de B.

b) Écrire B sous la forme $a\sqrt{2}$ où a est un entier.

Exercice 2

1) -2 est-il solution de l'inéquation : $3x + 12 < 4 - 2x$? Justifier.
2) -2 est-il solution de l'équation : $(x-2)(2x+1) = 0$? Justifier.
3) -2 est-il solution de l'équation : $x^3 + 8 = 0$? Justifier.
4) Le couple (-2 ; 1) est-il solution du système $\begin{cases} 2x + 3y = -1 \\ x + 5y = 3 \end{cases}$? Justifier.

Exercice 3

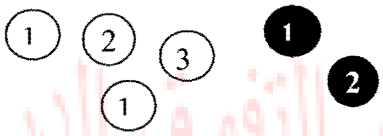
2) Déterminer le PGCD de 238 et 170 par la méthode de votre choix. Faire apparaître les calculs intermédiaires.

3) En déduire la forme irréductible de la fraction $\frac{170}{238}$.

Exercice 4

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples. Aucune justification n'est demandée.
Pour chacune des questions, trois réponses sont proposées. Une seule est exacte.
Chaque réponse exacte rapporte 1 point.
Une réponse fausse ou l'absence de réponse n'enlève aucun point.
Pour chacune des trois questions, indiquer sur la copie le numéro de la question et recopier la réponse exacte.

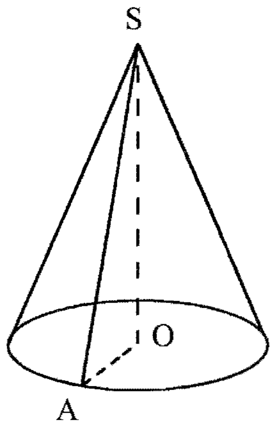
<u>Enoncé</u> :
Un sac contient six boules : quatre blanches et deux noires. Ces boules sont numérotées :
Les boules blanches portent les numéros 1 ; 1 ; 2 et 3 et les noires portent les numéros 1 et 2.



Numéro	Question	Réponse A	Réponse B	Réponse C
1	Quelle est la probabilité de tirer une boule blanche ?	$\frac{2}{3}$	$\frac{6}{4}$	4
2	Quelle est la probabilité de tirer une boule portant le numéro 2 ?	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{3}$
3	Quelle est la probabilité de tirer une boule blanche numérotée 1 ?	$\frac{1}{3}$	$\frac{2}{4}$	$\frac{3}{6}$

II- Activités géométriques

Exercice 1



On considère une bougie conique représentée ci-contre.
(*la figure n'est pas aux dimensions réelles.*)
Le rayon OA de sa base est 2,5 cm.
La longueur du segment [SA] est 6,5 cm.

1) Sans justifier, donner la nature du triangle SAO et le construire en vraie grandeur.

2) Montrer que la hauteur SO de la bougie est 6 cm.

3) Calculer le volume de cire nécessaire à la fabrication de cette bougie ; on donnera la valeur arrondie au dixième de cm^3.

4) Calculer l'angle $\widehat{ASO}$; on donnera la valeur arrondie au degré.

Exercice 2

On considère un triangle EFG tel que EF = 6 cm, FG = 7,5 cm et GE = 4,5 cm.

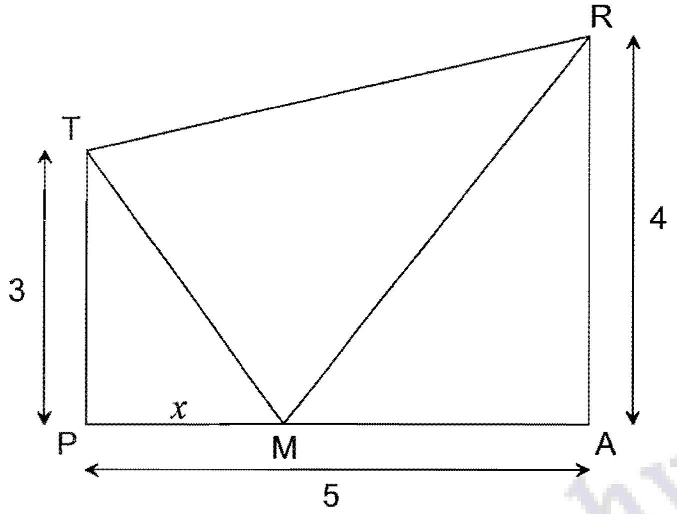
1) Construire le triangle EFG.

2) Montrer que le triangle EFG est rectangle et préciser en quel point.

3) Construire le point M milieu de [EF] et construire la droite parallèle à [EG] passant par M ; elle coupe [FG] en N.

4) Montrer que N est le milieu de [FG].

III- Problème



Les longueurs sont exprimées en centimètres.

TRAP est un trapèze rectangle en A et en P tel que :
TP = 3 PA = 5 AR = 4

M est un point variable du segment [PA],
et on note x la longueur du segment [PM].

1) Dans cette question, on se place dans le cas où $x = 1$

a) Faire une figure.

b) Démontrer que, dans ce cas, le triangle ARM est isocèle en A.

c) Calculer les aires des triangles PTM et ARM.

2) Dans cette question, on se place dans le cas où x est un nombre inconnu.

a) Donner les valeurs entre lesquelles x peut varier.

b) Montrer que l'aire du triangle PTM est $1{,}5\,x$ et l'aire du triangle ARM est $10 - 2x$.

La représentation graphique, dans le plan rapporté à un repère orthogonal, de la fonction représentant l'aire du triangle ARM en fonction de x est donnée en annexe.

Répondre aux questions suivantes, 3) et 4), en utilisant ce graphique à rendre avec la copie.
Laisser apparents les traits nécessaires.

3) a) Pour quelle valeur de x l'aire du triangle ARM est égale à 6 cm² ?

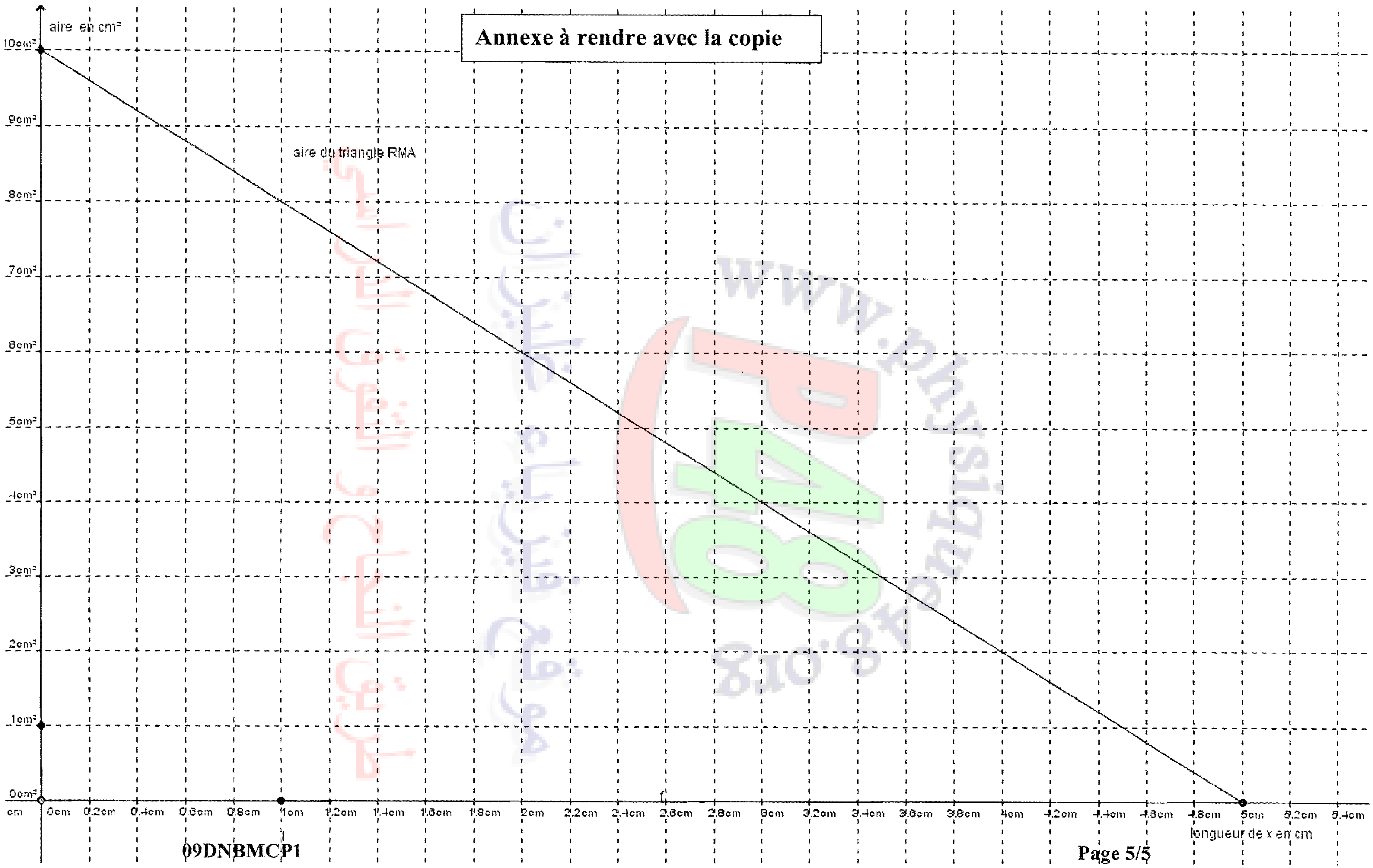
b) Lorsque x est égal à 4 cm, quelle est l'aire du triangle ARM ?

4) a) Sur ce graphique donné en **annexe à rendre avec la copie**, tracer la droite représentant la fonction : $x \mapsto 1{,}5x$.

b) Estimer graphiquement, à un millimètre près, la valeur de x pour laquelle les triangles PTM et ARM ont la même aire. Faire apparaître les traits de construction nécessaires.

c) Montrer par le calcul que la valeur exacte de x pour laquelle les deux aires sont égales, est $\dfrac{100}{35}$.

Annexe à rendre avec la copie



Brevet - Session 2009 - Pondichéry
Corrigé

ACTIVITES NUMERIQUES (12 points)

Exercice 1

1)

$$\begin{aligned}
A &= \frac{7}{15} - \frac{4}{15} \times \frac{5}{8} \\
&= \frac{7}{15} - \frac{4 \times 5}{15 \times 8} \\
&= \frac{7}{15} - \frac{1}{3 \times 2} \\
&= \frac{7}{15} - \frac{1}{6} \\
&= \frac{14}{30} - \frac{5}{30} \\
&= \frac{9}{30} \\
&= \frac{3}{10}.
\end{aligned}$$

$$\boxed{A = \frac{3}{10}.}$$

2) a) La machine fournit $B = -5,656\ldots$ ou encore

$$\boxed{B = -5,66 \text{ arrondi au centième.}}$$

b)

$$\begin{aligned}
B &= 3\sqrt{2} - \sqrt{98} \\
&= 3\sqrt{2} - \sqrt{49} \times \sqrt{2} \\
&= 3\sqrt{2} - 7\sqrt{2} \\
&= -4\sqrt{2}.
\end{aligned}$$

$$\boxed{B = -4\sqrt{2}.}$$

Exercice 2

1) $3 \times (-2) + 12 = 6$ et $4 - 2 \times (-2) = 8$. Comme $6 < 8$

$$\boxed{-2 \text{ est solution de l'inéquation } 3x + 12 < 4 - 2x.}$$

2) $(-2-2)(2 \times (-2) + 1) = 12$. Comme $12 \neq 0$,

$$\boxed{-2 \text{ n'est pas solution de l'équation } (x-2)(2x+1) = 0.}$$

3) $(-2)^3 + 8 = -8 + 8 = 0$. Donc

$$\boxed{-2 \text{ est solution de l'équation } x^3 + 8 = 0.}$$

4) $2 \times (-2) + 3 \times 1 = -1$ et $-2 + 5 \times 1 = 3$. Donc

$$\boxed{\text{le couple } (-2\,;\,1) \text{ est solution du système } \left\{\begin{array}{l} 2x + 3y = -1 \\ x + 5y = 3 \end{array}\right. .}$$

Exercice 3

1) Ecrivons l'algorithme d'Euclide pour les nombres 238 et 170.

$$238 = 1 \times 170 + 68$$
$$170 = 2 \times 68 + 34$$
$$68 = 2 \times 34 + 0$$

Donc

le PGCD de 238 et 170 est 34.

2) $238 = 7 \times 34$ et $170 = 5 \times 34$. Donc

$$\frac{170}{238} = \frac{5 \times 34}{7 \times 34} = \frac{5}{7}.$$

Les deux nombres 5 et 7 sont premiers entre eux et donc la fraction $\frac{5}{7}$ est sous forme irréductible.

La forme irréductible de $\frac{170}{238}$ est $\frac{5}{7}$.

Exercice 4

Réponses.

Numéro 1 : Réponse A

Numéro 2 : Réponse C

Numéro 3 : Réponse A

Explications.

Numéro 1. Il y a 6 boules dans le sac dont 4 boules blanches La probabilité de tirer une boule blanche est donc $\frac{4}{6}$ ou encore $\frac{2}{3}$.

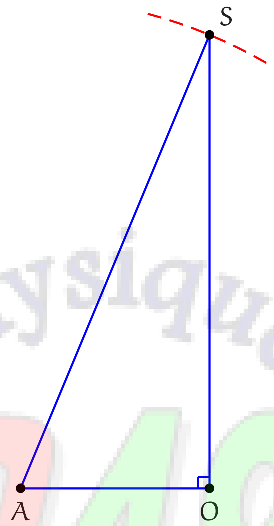
Numéro 2. Il y a 6 boules dans le sac dont 2 boules portant le numéro 2. La probabilité de tirer une boule portant le numéro 2 est donc $\frac{2}{6}$ ou encore $\frac{1}{3}$.

Numéro 3. Il y a 6 boules dans le sac dont 2 boules blanches portant le numéro 1. La probabilité de tirer une boule portant le numéro 2 est donc $\frac{2}{6}$ ou encore $\frac{1}{3}$.

ACTIVITES GEOMETRIQUES (12 points)

Exercice 1

1) La droite (SO) est perpendiculaire à la droite (OA) ou encore le triangle SAO est rectangle en O.



2) D'après le théorème de Pythagore, $SA^2 = SO^2 + OA^2$ et donc

$$SO^2 = SA^2 - OA^2 = 6,5^2 - 2,5^2 = 42,25 - 6,25 = 36.$$

On en déduit que $SO = \sqrt{36} = 6$ cm.

$$\boxed{\text{La hauteur } SO \text{ de la bougie est 6 cm.}}$$

3) L'aire du disque de base est $\mathscr{A} = \pi \times OA^2 = \pi \times 2,5^2 = 6,25\ \pi$ cm^2. Le volume du cône est

$$\frac{1}{3} \times \mathscr{A} \times SO = \frac{1}{3} \times 6,25\pi \times 6 = 12,5\ \pi \text{ cm}^3.$$

La machine fournit $12,5\ \pi = 39,26\ldots$ et donc

$$\boxed{\text{le volume de la bougie est } 39,3 \text{ cm}^3 \text{ arrondi au dixième.}}$$

4) Puisque le triangle SOA est rectangle en O,

$$\cos\left(\widehat{ASO}\right) = \frac{SO}{SA} = \frac{6}{6,5}.$$

La machine fournit alors $\widehat{ASO} = 22,6\ldots°$ et donc

$$\boxed{\widehat{ASO} = 23° \text{ arrondi au degré.}}$$

Exercice 2

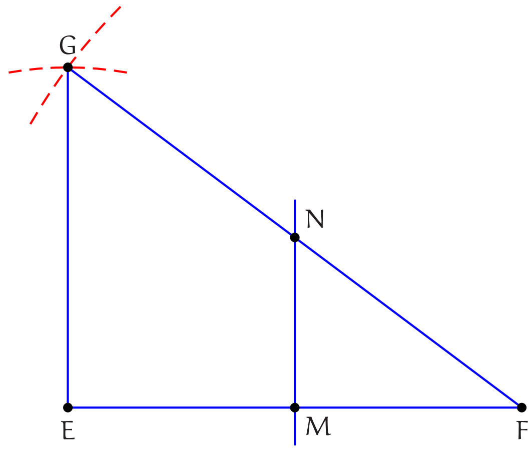
1) Voir figure page suivante.

2) Le plus long des trois côtés du triangle EFG est le côté FG. Donc, si le triangle EFG est rectangle, c'est en E.

D'une part, $FG^2 = 7,5^2 = 56,25$. D'autre part, $FE^2 + EG^2 = 6^2 + 4,5^2 = 36 + 20,25 = 56,25$. Donc $FG^2 = FE^2 + EG^2$. D'après la réciproque du théorème de Pythagore,

$$\boxed{\text{le triangle } EFG \text{ est rectangle en } E.}$$

3)

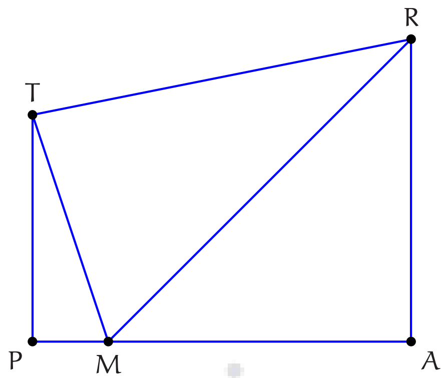


4) M est le milieu du segment $[\mathsf{EF}]$. Donc la droite passant par M et parallèle au côté $[\mathsf{EG}]$ coupe le troisième côté $[\mathsf{FG}]$ en son milieu. Ainsi,

$$\boxed{\text{le point N est le milieu du segment [FG].}}$$

PROBLEME (12 points)

1) a)



b) $AM = PA - PM = 5 - 1 = 4 = AR$. Donc

$$\boxed{\text{si } x = 1, \text{ le triangle } ARM \text{ est isocèle en } A.}$$

c) Le triangle PTM est rectangle en P. Donc l'aire du triangle PTM est

$$\frac{PM \times PT}{2} = \frac{1 \times 3}{2} = 1,5.$$

De même, le triangle ARM est rectangle en A. Donc l'aire du triangle ARM est

$$\frac{AM \times AR}{2} = \frac{4 \times 4}{2} = 8.$$

$$\boxed{\text{Si } x = 1, \text{ l'aire du triangle } PTM \text{ est } 1,5 \text{ cm}^2 \text{ et l'aire du triangle } ARM \text{ est } 8.}$$

2) a) Quand M varie du point P au point A, x varie de 0 à 5.

b) Le triangle PTM est rectangle en P. Donc l'aire du triangle PTM est

$$\frac{PM \times PT}{2} = \frac{x \times 3}{2} = 1,5x.$$

De même, le triangle ARM est rectangle en A. Donc l'aire du triangle ARM est

$$\frac{AM \times AR}{2} = \frac{(5 - x) \times 4}{2} = 2(5 - x) = 10 - 2x.$$

$$\boxed{\text{L'aire du triangle } PTM \text{ est } 1,5x \text{ et l'aire du triangle } ARM \text{ est } 10 - 2x.}$$

3) Voir graphique page suivante.

a) L'aire du triangle ARM est égale à 6 quand $x = 2$.

b) Quand $x = 4$, l'aire du triangle ARM est égale à 2.

4) a) Voir graphique page suivante.

b) La valeur de x pour laquelle les triangles PTM et ARM ont la même aire est l'abscisse du point d'intersection des droites représentant les fonctions $x \mapsto 1,5x$ et $x \mapsto 10 - 2x$. Cette valeur est approximativement $2,8$.

c)

$$\begin{aligned}
1,5x &= 10 - 2x \\
1,5x + 2x &= 10 \\
3,5x &= 10 \\
x &= \frac{10}{3,5} \\
x &= \frac{10 \times 10}{3,5 \times 10} \\
x &= \frac{100}{35}
\end{aligned}$$

Donc la valeur de x pour laquelle les triangles PTM et ARM ont la même aire est $\frac{100}{35}$. La machine fournit $\frac{100}{35} = 2,8\ldots$ ce qui confirme le résultat de la question b).