DIPLÔME NATIONAL DU BREVET

SESSION 2008

MATHÉMATIQUES

SÉRIE COLLÈGE

DURÉE DE L'ÈPREUVE : 2 h 00

Le candidat répondra sur une copie EN.

LA PAGE 6/6 EST À RENDRE AVEC LA COPIE.

Ce sujet comporte 6 pages numérotées de 1/6 à 6/6. Dès que le sujet vous est remis, assurez-vous qu'il est complet.

L'usage de la calculatrice est autorisé dans le cadre de la réglementation en vigueur.

I - Activités numériques	12 points
II - Activités géométriques	12 points
III - Problème	12 points
Qualité de rédaction et de présentation	4points

MÉTROPOLE - LA RÉUNION - MAYOTTE	**Code : DNB - 2008 - 06N**

ACTIVITÉS NUMÉRIQUES (12 points)

Exercice 1

On donne le programme de calcul suivant :

> Choisir un nombre.
> a) Multiplier ce nombre par 3.
> b) Ajouter le carré du nombre choisi.
> c) Multiplier par 2.
> Écrire le résultat.

1) Montrer que, si on choisit le nombre 10, le résultat obtenu est 260.

2) Calculer la valeur exacte du résultat obtenu lorsque :

- le nombre choisi est -5 ;
- le nombre choisi est $\frac{2}{3}$;
- le nombre choisi est $\sqrt{5}$.

3) Quels nombres peut-on choisir pour que le résultat obtenu soit 0 ?

Exercice 2

2 est-il solution de l'équation $2a^2 - 3a - 5 = 1$? Justifier.

Exercice 3

Trois points A, B et C d'une droite graduée ont respectivement pour abscisse :

$$\frac{1}{4} \,;\, \frac{1}{3} \text{ et } \frac{5}{12}.$$

Ces trois points sont-ils régulièrement espacés sur la droite graduée ? Justifier.

Exercice 4

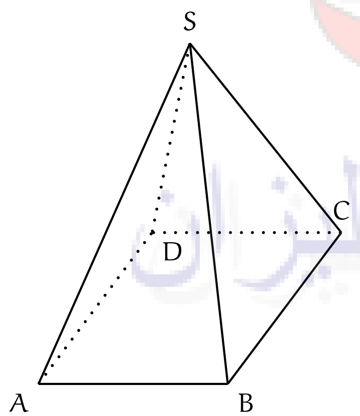
Pour 6 kilogrammes de vernis et 4 litres de cire, on paie 95 euros.
Pour 3 kilogrammes de vernis et 3 litres de cire, on paie $55,50$ euros.
Quels sont les prix du kilogramme de vernis et du litre de cire ? Justifier.

ACTIVITÉS GÉOMÉTRIQUES (12 points)

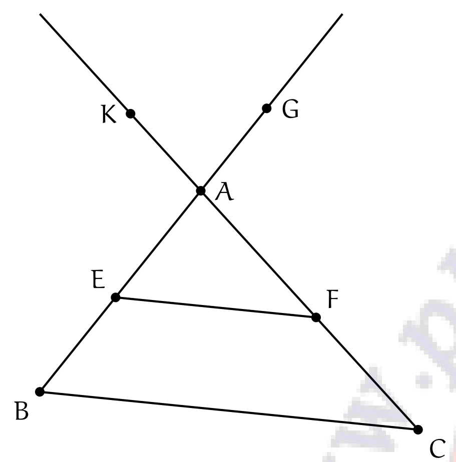
Exercice 1 : QCM

Cet exercice est un questionnaire à choix multiple.
Aucune justification n'est demandée.
Pour chacune des questions, trois réponses sont proposées. Une seule est exacte.
Chaque réponse exacte rapporte 1 point.
Une réponse fausse ou l'absence de réponse n'enlève aucun point.

Pour chacune des quatre questions, indiquer sur la copie le numéro de la question et recopier la réponse exacte.

N°	Situation	Proposition 1	Proposition 2	Proposition 3
1	ABCD est un parallélogramme. Quelle égalité vectorielle peut-on en déduire ?	$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$	$\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{DB}$	$\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BC}$
2	On considère un cylindre de rayon 3 cm et de hauteur 6 cm. Quel est le volume du cylindre exprimé en cm^3 ?	18π	54π	36π
3	On considère dans un cercle, un angle inscrit et un angle au centre qui interceptent le même arc. L'angle au centre mesure 34°. Combien l'angle inscrit mesure-t-il ?	34°	17°	68°
4	 Le dessin ci-dessus représente en perspective un pyramide à base carrée de sommet S. Quelle est en réalité la nature du triangle ABC ?	Ni rectangle, ni isocèle.	Rectangle et isocèle.	Isocèle mais non rectangle.

Exercice 2



Sur la figure ci-contre :

- les points K, A, F, C sont alignés ;
- les points G, A, E, B sont alignés ;
- (EF) et (BC) sont parallèles ;
- $AB = 5$ et $AC = 6,5$;
- $AE = 3$ et $EF = 4,8$;
- $AK = 2,6$ et $AG = 2$.

1) Démontrer que $BC = 8$.

2) Tracer en vraie grandeur la figure complète en prenant comme unité le centimètre.

3) Les droites (KG) et (BC) sont-elles parallèles ? Justifier.

4) Les droites (AC) et (AB) sont-elles perpendiculaires ? Justifier.

PROBLEME (12 points)

Dans ce problème, on étudie deux méthodes permettant de déterminer si le poids d'une personne est adapté à sa taille.

Partie I :

Dans le graphique figurant en annexe, on lit pour une taille comprise entre 150 cm et 200 cm :

- en abscisse la taille exprimée en cm.
- en ordonnée le poids exprimé en kg.

À l'aide du graphique, répondre aux questions suivantes :

1) Donner le poids minimum et le poids maximum conseillés pour une personne mesurant 180 cm. On donnera les valeurs arrondies des poids au kg près.

2) Une personne mesure 165 cm et pèse 72 kg. Elle dépasse le poids maximum conseillé. De combien ? Donner la valeur arrondie au kg près.

3) Une personne de 72 kg a un poids inférieur au poids maximum conseillé pour sa taille. Quelle peut être sa taille ?

Partie II :

Dans cette partie, **t représente la taille d'une personne, exprimée en cm**.
On calcule ce qu'on appelle **le poids idéal**, que l'on note p.

p, exprimé en kg, est donné par la formule : $p = t - 100 - \dfrac{t-150}{4}$.

1) Calculer le poids idéal de personnes mesurant respectivement :

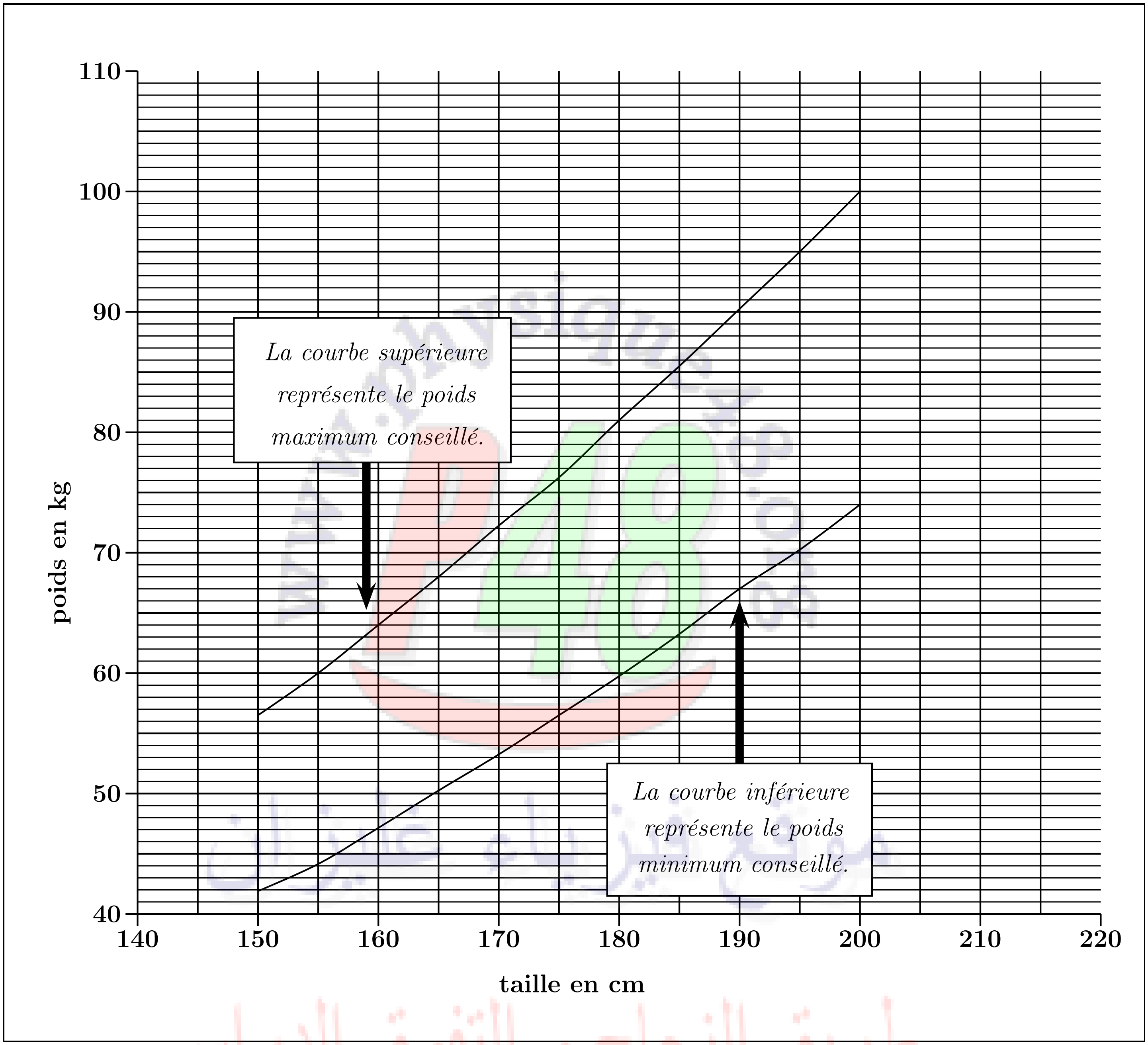
- 160 cm
- 165 cm
- 180 cm

Placer les points correspondants sur le graphique figurant en feuille annexe.

2) Démontrer que la représentation graphique du poids idéal en fonction de la taille est une droite. Tracer cette droite sur le graphique figurant en feuille annexe.

3) Une personne mesure 170 cm et son poids est égal au poids idéal augmenté de 10%.
Dépasse-t-elle le poids maximum conseillé ?

ANNEXE À RENDRE AVEC LA COPIE



Brevet - Session 2008

Corrigé

ACTIVITES NUMERIQUES (12 points)

Exercice 1

1) On multiplie 10 par 3 et on obtient 30. On ajoute à 30 le carré de 10 c'est-à-dire 100 et on obtient 130. On multiplie ce dernier résultat par 2 et on obtient 260.

2) • $3 \times (-5) = -15$ et $(-5)^2 = 25$. Puis $3 \times (-5) + (-5)^2 = -15 + 25 = 10$. Enfin, $2 \times (3 \times (-5) + (-5)^2) = 2 \times 10 = 20$.

Quand le nombre choisi est -5, le résultat est 20.

• $2 \times \left(3 \times \frac{2}{3} + \left(\frac{2}{3}\right)^2\right) = 2 \times \left(\frac{3 \times 2}{3} + \frac{2^2}{3^2}\right) = 2 \times \left(2 + \frac{4}{9}\right) = 2 \times \left(\frac{18}{9} + \frac{4}{9}\right) = 2 \times \frac{22}{9} = \frac{44}{9}$.

Quand le nombre choisi est $\frac{2}{3}$, le résultat est $\frac{44}{9}$.

• $2 \times \left(3 \times \sqrt{5} + \left(\sqrt{5}\right)^2\right) = 2 \times \left(3\sqrt{5} + 5\right) = 6\sqrt{5} + 10$.

Quand le nombre choisi est $\sqrt{5}$, le résultat est $6\sqrt{5} + 10$.

3. Notons x le nombre choisi et R le résultat du programme. On a donc $R = 2(3x + x^2) = 2x(3 + x)$.

Par suite, $R = 0$ quand $x = 0$ ou $3 + x = 0$ ou encore quand $x = 0$ ou $x = -3$.

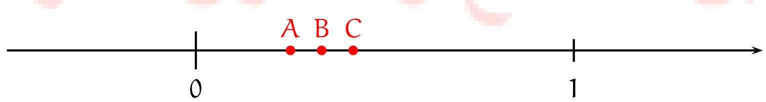
Le résultat est nul quand le nombre choisi est -3 ou 0.

Exercice 2

$2 \times 2^2 - 3 \times 2 - 5 = 2 \times 4 - 6 - 5 = 8 - 11 = -3$ et comme $-3 \neq 1$, le nombre 2 n'est pas solution de l'équation $2a^2 - 3a - 5 = 1$.

Le nombre 2 n'est pas solution de l'équation $2a^2 - 3a - 5 = 1$.

Exercice 3



On a $\frac{1}{4} = 0,25$, $\frac{1}{3} = 0,33\ldots$ et $\frac{5}{12} = 0,41\ldots$ Donc $\frac{1}{4} < \frac{1}{3} < \frac{5}{12}$.

$\frac{1}{3} - \frac{1}{4} = \frac{4}{12} - \frac{3}{12} = \frac{1}{12}$ et $\frac{5}{12} - \frac{1}{3} = \frac{5}{12} - \frac{4}{12} = \frac{1}{12}$. Donc $\frac{1}{3} - \frac{1}{4} = \frac{5}{12} - \frac{1}{3}$.

Les trois points A, B et C sont donc régulièrement espacés sur la droite graduée.

Les trois points A, B et C sont régulièrement espacés sur la droite graduée.

Exercice 4

Notons x le prix en euros du kilogramme de vernis et y le prix en euros du litre de cire. x et y sont solutions du système

$$\left\{\begin{array}{l}6x+4y=95\\3x+3y=55,5\end{array}\right..$$

• On divise les deux membres de l'équation $3x+3y=55,5$ par 3 et on obtient $x+y=18,5$ puis $y=18,5-x$.
• On reporte cette expression de y dans la première équation et on obtient $6x+4(18,5-x)=95$ ou encore $6x+74-4x=95$. On en déduit $6x-4x=95-74$ puis $2x=21$ et donc $x=10,5$.
• Enfin, $y=18,5-10,5=8$.

Vérification : $6\times 10,5+4\times 8=63+32=95$ et $3\times 10,5+3\times 8=31,5+24=55,5$.

Le prix du kilogramme de vernis est $10,50$ euros et le prix du litre de cire est 8 euros.

ACTIVITES GEOMETRIQUES (12 points)

Exercice 1

Réponses.

1)	$\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BC}$
2)	54π
3)	$17°$
4)	Rectangle et isocèle.

Explications.

1) Les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$ ont bien la même direction mais n'ont pas le même sens et sont donc différents. Les vecteurs $\overrightarrow{AC}$ et $\overrightarrow{DB}$ n'ont pas la même direction. Les vecteurs $\overrightarrow{AD}$ et $\overrightarrow{BC}$ ont même longueur, même sens et même direction et sont donc égaux.

2) Notons R le rayon du cylindre en cm, h sa hauteur en cm et V son volume en cm^3. On sait que

$$V = \pi \times R^2 \times h = \pi \times 3^2 \times 6 = 54\pi.$$

3) On sait que l'angle inscrit est la moitié de l'angle au centre et donc l'angle inscrit mesure $17°$.

4) Le quadrilatère $ABCD$ est un carré. Donc le triangle ABC est rectangle et isocèle en B.

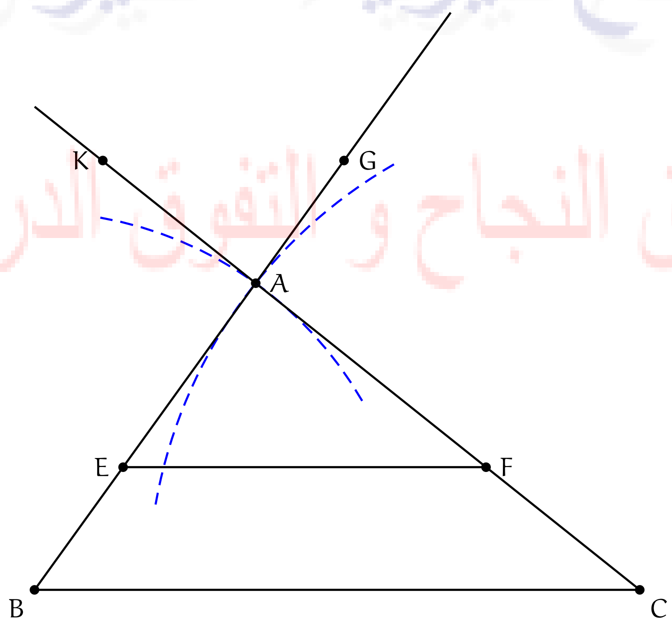
Exercice 2

1) Le point E est sur le segment $[AB]$ et le point F est sur le segment $[AC]$. De plus, la droite (EF) est parallèle à la droite (BC). D'après le théorème de Thalès, on a $\dfrac{BC}{EF} = \dfrac{AB}{AE}$ et donc

$$BC = \frac{AB}{AE} \times EF = \frac{5}{3} \times 4,8 = \frac{24}{3} = 8.$$

$$\boxed{BC = 8.}$$

2)



3) $\dfrac{AK}{AC} = \dfrac{2,6}{6,5} = \dfrac{26}{65} = \dfrac{2 \times 13}{5 \times 13} = \dfrac{2}{5}$ et $\dfrac{AG}{AB} = \dfrac{2}{5}$. Donc, $\dfrac{AK}{AC} = \dfrac{AG}{AB}$. D'après la réciproque du théorème de THALÈS, la droite (KG) est parallèle à la droite (BC).

La droite (KG) est parallèle à la droite (BC).

4) La plus grande des trois longueurs AB, AC ou BC est BC. Donc si le triangle ABC est rectangle, ce ne peut être qu'en A. Or

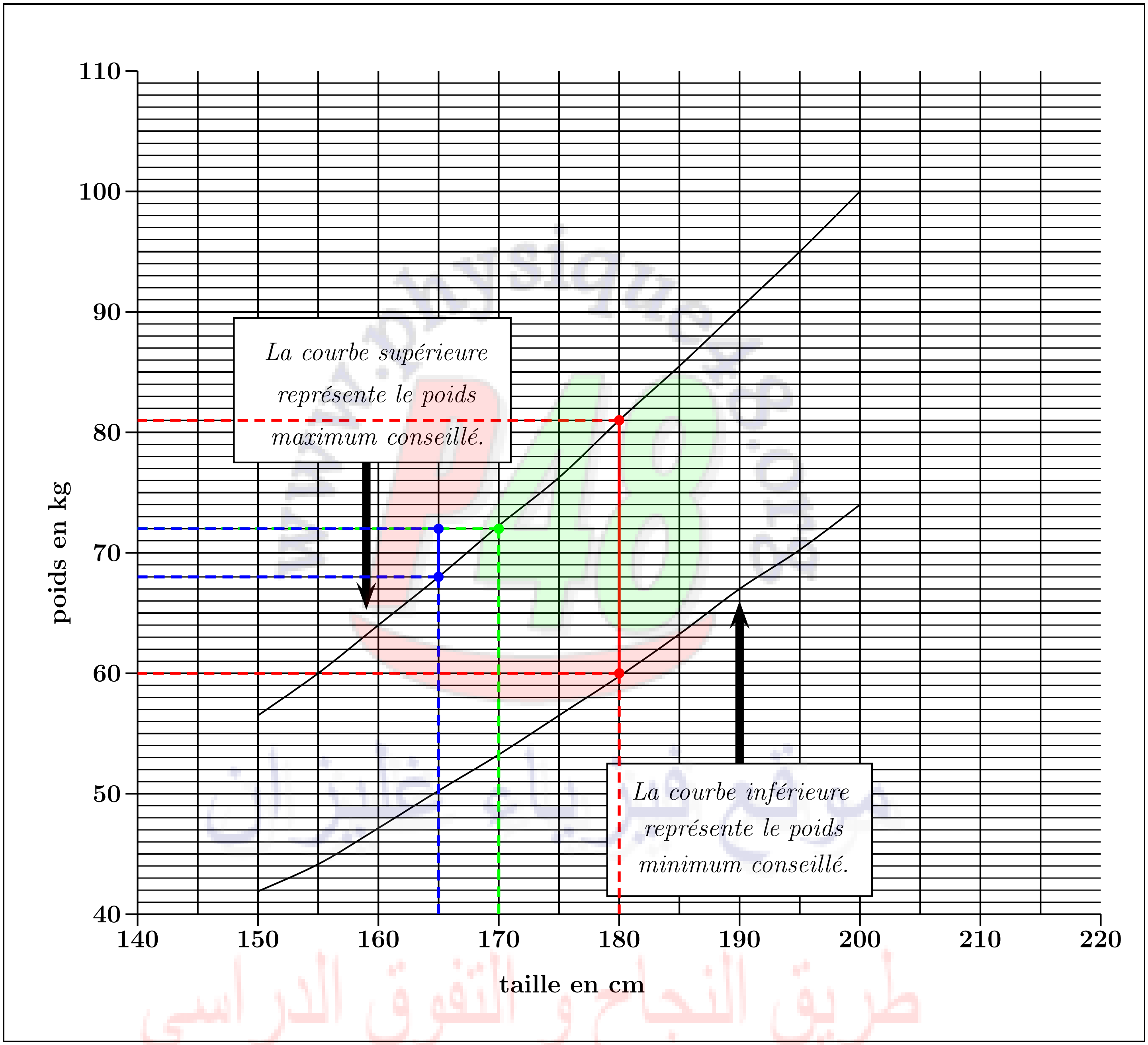
- $AB^2 + AC^2 = 5^2 + 6,5^2 = 25 + 42,25 = 67,25$,
- $BC^2 = 8^2 = 64$.

Donc, $AB^2 + AC^2 \neq BC^2$ et d'après la réciproque du théorème de PYTHAGORE, le triangle ABC n'est pas rectangle. On en déduit que les droites (AC) et (AB) ne sont pas perpendiculaires.

Les droites (AC) et (AB) ne sont pas perpendiculaires.

PROBLEME (12 points)

PARTIE I



1) Sur le graphique, on voit que pour une personne mesurant 180 cm, le poids minimum conseillé est 60 kg et le poids maximum conseillé est 81 kg.

2) Pour une personne mesurant 165 cm, le poids maximum conseillé est de 68 kg. Une personne mesurant 165 cm et pesant 72 kg dépasse donc le poids maximum conseillé de 4 kg.

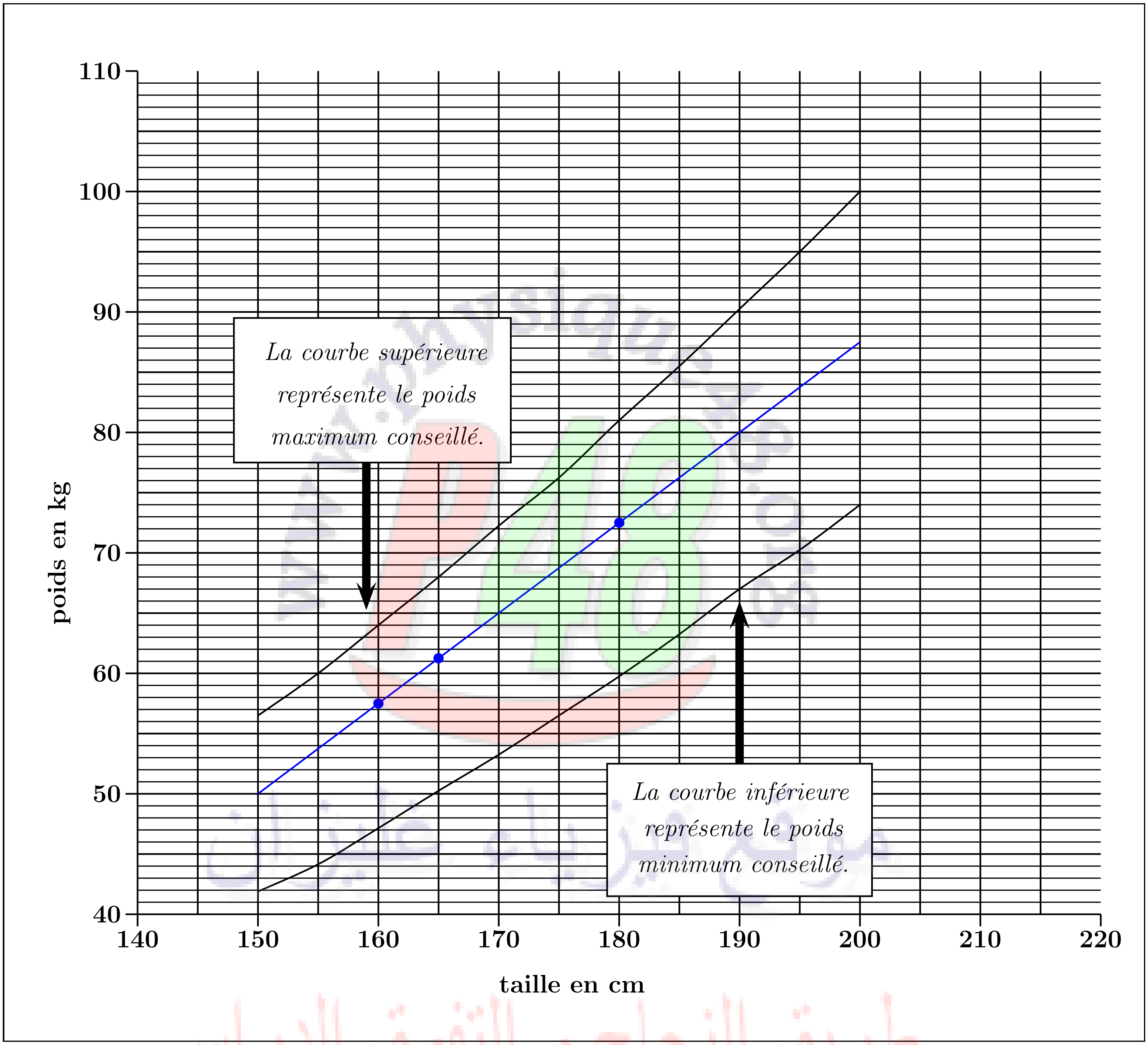
3) Une personne ayant un poids maximum conseillé supérieur à 72 kg mesure au minimum 170 cm.

PARTIE II

1) • Si $t = 160$, alors $p = 160 - 100 - \dfrac{160 - 150}{4} = 60 - \dfrac{10}{4} = 60 - 2,5 = 57,5$. Donc si une personne mesure 160 cm, son poids idéal est $57,5$ kg.

• Si $t = 165$, alors $p = 165 - 100 - \dfrac{165 - 150}{4} = 65 - \dfrac{15}{4} = 65 - 3,75 = 61,25$. Donc si une personne mesure 165 cm, son poids idéal est $61,25$ kg.

• Si $t = 180$, alors $p = 180 - 100 - \dfrac{180-150}{4} = 80 - \dfrac{30}{4} = 80 - 7,5 = 72,5$. Donc si une personne mesure 180 cm, son poids idéal est $72,5$ kg.



2) Simplifions l'expression de p.

$$p = t - 100 - \frac{t-150}{4} = t - 100 - \frac{t}{4} + \frac{150}{4} = t - 0,25t - 100 + 37,5 = 0,75t - 62,5.$$

p est une fonction affine de t et donc la représentation graphique du poids idéal en fonction de la taille est une droite. Voir graphique ci-dessus.

3) Si $t = 170$ cm, $p = 0,75 \times 170 - 62,5 = 65$. Le poids idéal d'une personne mesurant 170 cm est donc de 65 kg. On augmente alors ce poids de 10% :

$$65 + \frac{10}{100} \times 65 = 65 + 6,5 = 71,5.$$

Ainsi, la personne considérée dans l'énoncé a un poids de $71,5$ kg. Or le poids maximum conseillé pour une personne mesurant 170 cm est 72 kg. La personne considérée dans l'énoncé ne dépasse donc pas le poids maximum conseillé.