DIPLOME NATIONAL DU BREVET - SESSION 2005		
Académie d'Aix-Marseille		
Série : Collège		
Mathématiques		
Durée : 2 heures	Notation sur 40	Page 1/4

L'expression écrite et la présentation de la copie sont notées (4 points).

Toutes les calculatrices de poche y compris les calculatrices programmables, alphanumériques ou à écran graphique (à condition que leur fonctionnement soit autonome et qu'il ne soit pas fait usage d'imprimante), sont autorisées (circulaire n°99 - 186 du 16/11/1999).

Le sujet est composé de trois parties indépendantes :

ACTIVITES NUMERIQUES (12 points)
ACTIVITES GEOMETRIQUES (12 points)
PROBLEME (12 points)

Annexes : Annexe à rendre avec la copie

ACTIVITES NUMERIQUES (12 points)

Exercice 1 : (4 points)

Dans cet exercice, tous les calculs devront être détaillés.

1. Calculer l'expression $A = \frac{13}{3} - \frac{4}{3} \times \frac{5}{2}$ (donner le résultat sous la forme la plus simple).

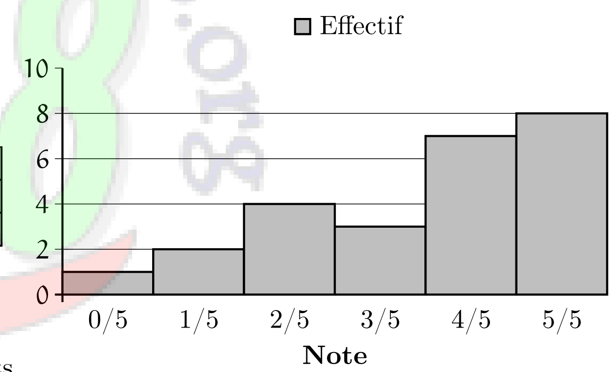
2. Donner l'écriture scientifique du nombre B tel que : $B = \frac{7 \times 10^{15} \times 8 \times 10^{-8}}{5 \times 10^{-4}}$.

3. Ecrire sous la forme $a\sqrt{7}$ (où a est un entier) le nombre C tel que : $C = 4\sqrt{7} - 8\sqrt{28} + \sqrt{700}$.

4. Développer et simplifier : $(4\sqrt{5} + 2)^2$.

Exercice 2 : (3 points)

Voici l'histogramme des notes d'un contrôle noté sur 5 pour une classe de 25 élèves.



1. Reproduire et remplir le tableau des notes suivant.

Note	0	1	2	3	4	5
Effectif						
Effectif cumulé croissant						

2. Calculer la moyenne des notes de la classe.

3. Quelle est la médiane des notes de la classe ?

4. Calculer la fréquence des notes inférieures ou égales à 3 points sur 5.

Exercice 3 : (2 points)

Répondre aux questions suivantes. (Les calculs pourront être totalement faits à la calculatrice : on ne demande pas d'étapes intermédiaires ni de justification)

1. Donner un arrondi au centième du nombre A tel que : $A = \frac{831 - 532}{84}$.

2. Convertir 3,7 heures en heures et minutes.

3. Donner un arrondi au millième du nombre B tel que : $B = \frac{\frac{53}{51} - \frac{32}{85}}{\frac{63}{34}}$.

4. Calculer à 0,01 près : $C = \sqrt{\frac{83 + 167}{158}}$.

Exercice 4 : (3 points)

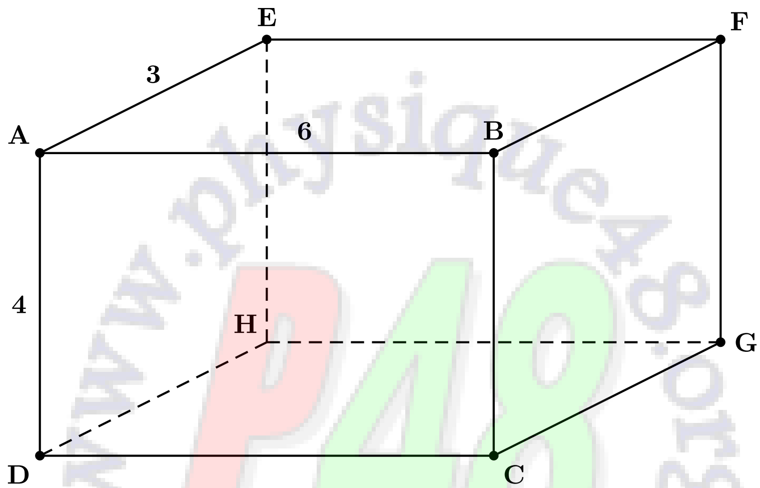
1. Trouver le PGCD de 6209 et 4435 en détaillant la méthode.

2. En utilisant le résultat de la question précédente, expliquer pourquoi la fraction $\frac{4435}{6209}$ n'est pas irréductible.

3. Donner la fraction irréductible égale à $\frac{4435}{6209}$.

ACTIVITES GEOMETRIQUES (12 points)

Exercice 1 : (5 points)



ABCDEFGH est un parallélépipède rectangle. On donne : AE = 3 m ; AD = 4 m ; AB = 6 m.

1. a) Que peut-on dire des droites (AE) et (AB) ? Le justifier.

b) Les droites (EH) et (AB) sont-elles sécantes ?

2. a) Calculer EG. On donnera la valeur exacte.

b) En considérant le triangle EGC rectangle en G, calculer la valeur exacte de la longueur de la diagonale [EC] de ce parallélépipède rectangle.

3. Montrer que le volume de ABCDEFGH est égal à 72 m^3.

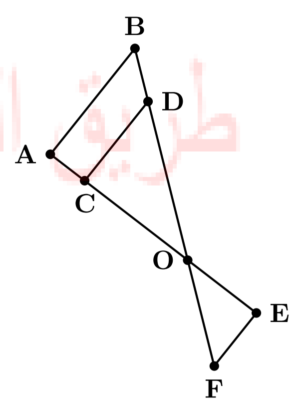
4. Montrer que l'aire totale de ABCDEFGH est égale à 108 m^2.

Exercice 2 : (3 points)

Sur le dessin ci-contre , les droites (AB) et (CD) sont parallèles,
les points A, C, O, E sont alignés ainsi que les points B, D, O et F.
(On ne demande pas de faire le dessin.)
De plus , on donne les longueurs suivantes :
CO = 3 cm, AO = 3,5 cm, OB = 4,9 cm, CD = 1,8 cm, OF = 2,8 cm
et OE = 2 cm.

1. Calculer (en justifiant) OD et AB.

2. Prouver que les droites (EF) et (AB) sont parallèles.



Exercice 3 : (4 points)

Soit ABC un triangle tel que : AB = 4,2 cm, BC = 5,6 cm, AC = 7 cm.

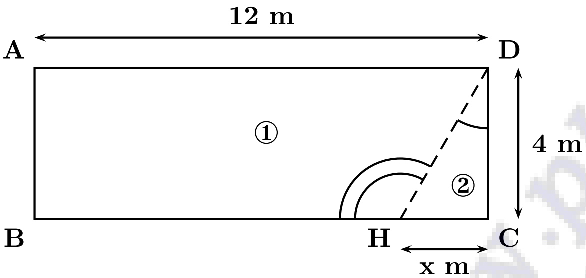
1. Faire une figure en vraie grandeur.

2. Prouver que ABC est rectangle en B.

3. Calculer le périmètre et l'aire de ABC.

PROBLEME (12 points)

On dispose d'un séjour rectangulaire dans lequel on veut réaliser un petit cagibi triangulaire.
Pour cela on veut installer une cloison.



Voici ci-contre une représentation de la pièce.

La partie ② est le cagibi et la partie ① représente le séjour après la création du cagibi.

La cloison a été dessinée en pointillés.

Dans l'exercice, on considèrera que la cloison a une épaisseur nulle.

Les trois parties sont indépendantes.

Partie I : (3 points)

On considère ici que : $x = 3$ m.

1. Quelle est la longueur de la cloison (en pointillés) ?

2. Calculer la valeur (à 1° près) de l'angle $\widehat{HDC}$.

3. Calculer la valeur (à 1° près) de l'angle $\widehat{DHB}$.

Partie II : (6 points)

1. a) Exprimer la surface au sol du cagibi ② en fonction de x, sous la forme $f(x) =$ ....
b) Exprimer la surface au sol du séjour ① en fonction de x, sous la forme $g(x) =$ ....

2. On admet que : $f(x) = 2x$ et que : $g(x) = 48 - 2x$.

a) Quelle est la nature de la fonction f ? Quelle est la nature de la fonction g ?
b) Tracer dans un repère (abscisse : 1 cm pour 0,5 unité et en ordonnée 1 cm pour 5 unités) les représentations graphiques des fonctions f et g pour x compris entre 0 et 10.

3. On veut que le séjour ① ait une surface minimale de 35 m^2.

a) Lire sur le graphique la valeur maximale de x pour que cette condition soit respectée.
b) Ecrire une inéquation qui traduise que la surface du séjour doit être supérieure ou égale à 35 m^2.
c) Résoudre cette inéquation.

Partie III : (3 points)

On réalise une maquette de cette pièce, avant la création du cagibi, à l'échelle $1/200$.

1. Rappeler ce que signifie « échelle 1/200 ».

2. Quelle sera, sur la maquette, la longueur du mur de 12 m ?

3. La surface réelle du séjour est de 48 m^2. Quelle est la surface du sol du séjour dans la maquette (en cm^2) ?

4. Le volume du séjour de la maquette est $13,125$ cm^2. Quel est le volume réel du séjour (en cm^3 puis en m^3).

Brevet - Session 2005

Corrigé

ACTIVITES NUMERIQUES (12 points)

Exercice 1 : (4 points)

1.

$$\begin{aligned} A &= \frac{13}{3} - \frac{4}{3} \times \frac{5}{2} = \frac{13}{3} - \frac{2 \times 2 \times 5}{3 \times 2} = \frac{13}{3} - \frac{2 \times 5}{3} = \frac{13}{3} - \frac{10}{3} \\ &= \frac{3}{3} = 1. \end{aligned}$$

$$\boxed{A = 1.}$$

2.

$$\begin{aligned} B &= \frac{7 \times 10^{15} \times 8 \times 10^{-8}}{5 \times 10^{-4}} = \frac{7 \times 8}{5} \times \frac{10^{15} \times 10^{-8}}{10^{-4}} \\ &= 11,2 \times 10^{15+(-8)-(-4)} = 11,2 \times 10^{11} \\ &= 1,12 \times 10^{1} \times 10^{11} = 1,12 \times 10^{12}. \end{aligned}$$

$$\boxed{B = 1,12 \times 10^{12}.}$$

3.

$$\begin{aligned} C &= 4\sqrt{7} - 8\sqrt{28} + \sqrt{700} \\ &= 4\sqrt{7} - 8\sqrt{2^2 \times 7} + \sqrt{10^2 \times 7} \\ &= 4\sqrt{7} - 8 \times \sqrt{2^2} \times \sqrt{7} + \sqrt{10^2} \times \sqrt{7} \\ &= 4\sqrt{7} - 8 \times 2 \times \sqrt{7} + 10 \times \sqrt{7} \\ &= 4\sqrt{7} - 16\sqrt{7} + 10\sqrt{7} \\ &= -2\sqrt{7}. \end{aligned}$$

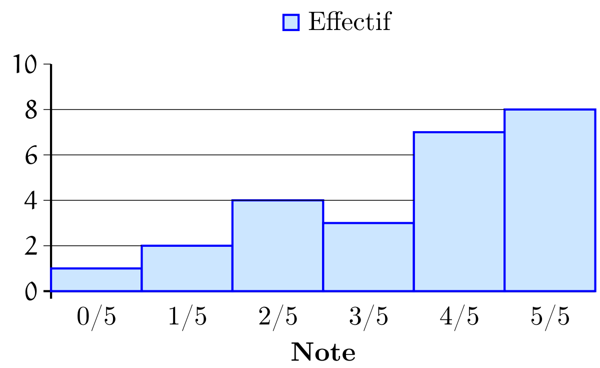
$$\boxed{C = -2\sqrt{7}.}$$

4.

$$(4\sqrt{5} + 2)^2 = (4\sqrt{5})^2 + 2 \times (4\sqrt{5}) \times 2 + 2^2 = 16 \times 5 + 16\sqrt{5} + 4 = 84 + 16\sqrt{5}.$$

$$\boxed{(4\sqrt{5} + 2)^2 = 84 + 16\sqrt{5}.}$$

Exercice 2 : (3 points)



1.

Note	0	1	2	3	4	5
Effectif	1	2	4	3	7	8
Effectif cumulé croissant	1	3	7	10	17	25

2.

$$\frac{1\times 0+2\times 1+4\times 2+3\times 3+7\times 4+8\times 5}{25}=\frac{2+8+9+28+40}{25}=\frac{87}{25}=3,48.$$

$$\boxed{\text{La moyenne des notes de la classe est } 3,48.}$$

3. La médiane des notes de la classe est la 13 ème note dans l'ordre croissant car elle partage l'effectif total des 25 notes en deux parties ayant un même effectif de 12 notes. Le tableau de la question 1. nous montre que 10 notes sont inférieures ou égales à 3 et 17 notes sont inférieures ou égales à 4. La 13 ème note est donc un 4.

$$\boxed{\text{La médiane des notes de la classe est } 4.}$$

4. Le tableau de la question 1. nous montre que 10 notes sont inférieures ou égales à 3. La fréquence de ces notes est donc $\frac{10}{25}$ ou encore $0,4$.

$$\boxed{\text{La fréquence des notes inférieures ou égales à 3 points est } 0,4.}$$

Exercice 3 : (2 points)

1. $A=3,559\ldots$ et donc

$$\boxed{A=3,56 \text{ arrondi au centième.}}$$

2. Il s'agit de convertir 0,7 heure en minutes. Une heure est égale à 60 minutes et donc 0,7 heure est égale à $0,7\times 60$ minutes ou encore 42 minutes.

$$\boxed{3,7 \text{ h} = 3 \text{ h } 42 \text{ min.}}$$

3. $B=\dfrac{\dfrac{53}{51}-\dfrac{32}{85}}{\dfrac{63}{34}}=0,3576\ldots$ et donc

$$\boxed{B=0,358 \text{ arrondi au millième.}}$$

4. $C=\sqrt{\dfrac{83+167}{158}}=1,25\ldots$ et donc

$$\boxed{C=1,25 \text{ à 0,01 près (ou aussi } 1,26 \text{ à } 0,01 \text{ près).}}$$

Exercice 4 : (3 points)

1. Déterminons le PGCD de 6209 et 4435 par l'algorithme d'Euclide.

$$\begin{aligned} 6209 &= 1 \times 4435 + 1774 \\ 4435 &= 2 \times 1774 + 887 \\ 1774 &= 2 \times 887 + 0. \end{aligned}$$

On sait alors que le PGCD de 6209 et 4435 est le dernier reste non nul c'est-à-dire 887.

$$\boxed{\text{le PGCD de } 6209 \text{ et } 4435 \text{ est } 887.}$$

2. Le numérateur et le dénominateur de la fraction $\dfrac{4435}{6209}$ sont des multiples de 887 et donc cette fraction n'est pas irréductible.

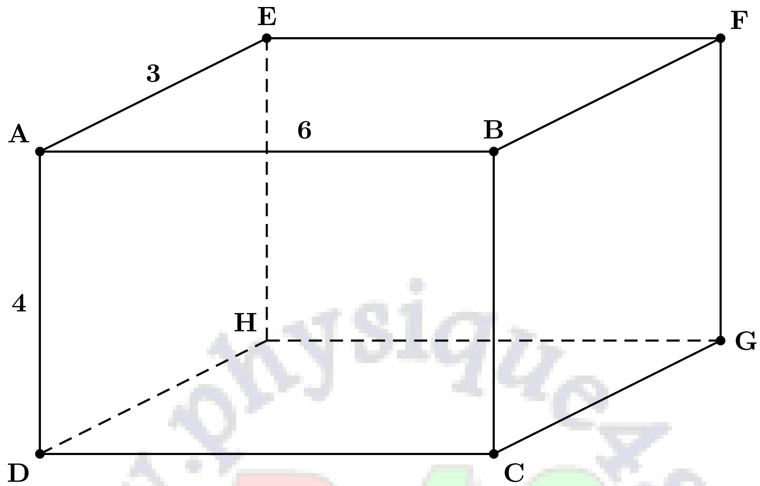
3. On obtient la fraction irréductible égale à $\dfrac{4435}{6209}$ en simplifiant le numérateur et le dénominateur de cette fraction par leur PGCD 887.

$$\frac{4435}{6209} = \frac{5 \times 887}{7 \times 887} = \frac{5}{7}.$$

$$\boxed{\text{La fraction irréductible égale à } \dfrac{4435}{6209} \text{ est } \dfrac{5}{7}.}$$

ACTIVITES GEOMETRIQUES (12 points)

Exercice 1 : (5 points)



1. a) Puisque ABCDEFGH est un parallélépipède rectangle, la face ABFE est un rectangle. On en déduit que les droites (AE) et (AB) sont perpendiculaires.

Les droites (AE) et (AB) sont perpendiculaires.

b) La droite (AB) est contenue dans le plan de la face ABCD et la droite (EH) est contenue dans le plan de la face EFGH. Ces deux faces sont strictement parallèles et n'ont donc pas de point commun. On en déduit que les droites (AB) et (EH) n'ont pas de point commun et ne sont donc pas sécantes.

Les droites (AB) et (EH) ne sont pas sécantes.

2. a) Le triangle EFG est rectangle en F avec $EF = AB = 6$ et $FG = AD = 4$. D'après le théorème de PYTHAGORE, on a alors

$$EG^2 = EF^2 + FG^2 = 6^2 + 4^2 = 36 + 16 = 52,$$

et donc $EG = \sqrt{52}$.

$$\boxed{EG = \sqrt{52}.}$$

b) Le triangle EGC rectangle en G d'après l'énoncé. D'après le théorème de PYTHAGORE, on a alors

$$EC^2 = EG^2 + GC^2 = 52 + 3^2 = 52 + 9 = 61,$$

et donc $EC = \sqrt{61}$.

$$\boxed{EC = \sqrt{61}.}$$

3. Le volume de ABCDEFGH est égal à $AB \times AD \times AE$ m^3 ou encore $3 \times 4 \times 6$ m^3 ou enfin 72 m^3.

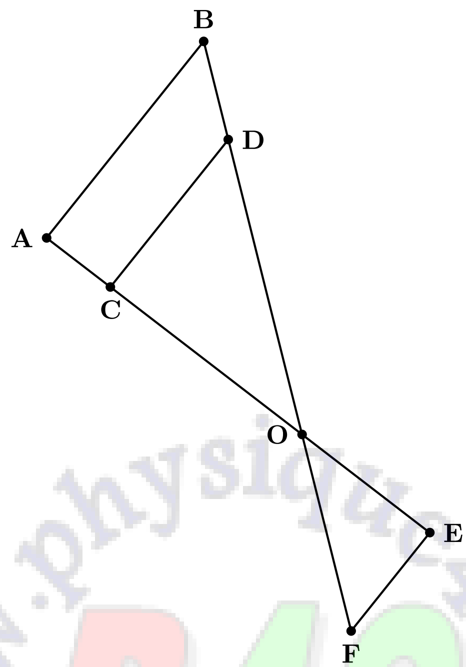
Le volume de ABCDEFGH est égal à 72 m^3.

4. L'aire commune des rectangles ABFE et DCGH est égale à 6×3 m^2 ou encore 18 m^2.
L'aire commune des rectangles ADHE et BCGF est égale à 4×3 m^2 ou encore 12 m^2.
L'aire commune des rectangles ABCD et EFGH est égale à 6×4 m^2 ou encore 24 m^2.

L'aire totale de ABCDEFGH est donc égale à $2 \times (18 + 12 + 24)$ m^2 ou encore à 108 m^2.

L'aire totale de ABCDEFGH est égal à 108 m^2.

Exercice 2 : (3 points)



1. Le point C est sur le segment [OA], le point D est sur le segment [OB] et la droite (CD) est parallèle à la droite (AB). D'après le théorème de Thales, on a $\dfrac{OD}{OB} = \dfrac{OC}{OA}$ et donc

$$OD = \frac{OC}{OA} \times OB = \frac{3}{3,5} \times 4,9 = 4,2.$$

De même $\dfrac{AB}{CD} = \dfrac{OA}{OC}$ et donc

$$AB = \frac{OA}{OC} \times CD = \frac{3,5}{3} \times 1,8 = 2,1.$$

$$\boxed{OD = 4,2 \text{ et } AB = 2,1.}$$

2. Le point O est commun aux segments [AE] et [BF]. De plus,

$$\frac{OA}{OE} = \frac{3,5}{2} = 1,75,$$

et

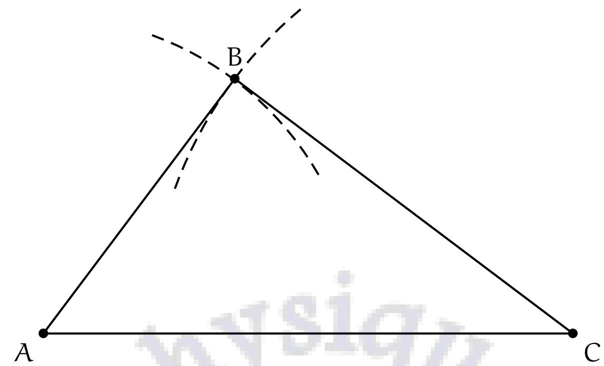
$$\frac{OB}{OF} = \frac{4,9}{2,8} = 1,75.$$

Donc, $\dfrac{OA}{OE} = \dfrac{OB}{OF}$ et d'après la réciproque du théorème de Thales,

$$\boxed{\text{les droites (EF) et (AB) sont parallèles.}}$$

Exercice 3 : (4 points)

1.



2. $BA^2 + BC^2 = 4,2^2 + 5,6^2 = 17,64 + 31,36 = 49$ et $AC^2 = 7^2 = 49$. Donc $BA^2 + BC^2 = AC^2$ et d'après la réciproque du théorème de Pythagore,

$$\boxed{\text{le triangle ABC est rectangle en B.}}$$

3. Notons $\mathscr{P}$ le périmètre de ABC exprimé en cm et $\mathscr{A}$ son aire exprimée en cm^2.

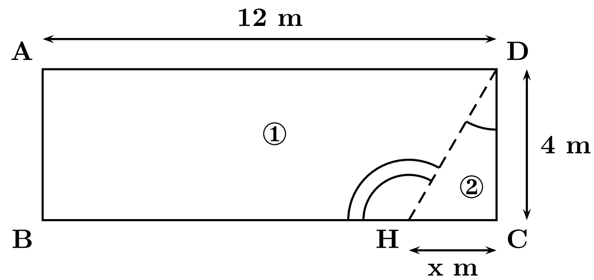
$$\mathscr{P} = AB + AC + BC = 4,2 + 5,6 + 7 = 16,8 \text{ cm}.$$

Ensuite, puisque le triangle ABC est rectangle en B,

$$\mathscr{A} = \frac{BA \times BC}{2} = \frac{4,2 \times 5,6}{2} = 11,76 \text{ cm}^2.$$

$$\boxed{\text{Le périmètre de ABC est } 16,8 \text{ cm et l'aire de ABC est } 11,76 \text{ cm}^2.}$$

PROBLEME (12 points)



Partie I : (3 points)

1. Le triangle HDC est rectangle en C. D'après le théorème de PYTHAGORE, on a

$$HD^2 = HC^2 + CD^2 = 3^2 + 4^2 = 9 + 16 = 25,$$

et donc $HD = \sqrt{25} = 5$ m.

$$\boxed{\text{Quand } x = 3 \text{ cm, la longueur de la cloison est } 5 \text{ m.}}$$

2. Le triangle HCD est rectangle en C. Donc,

$$\cos\widehat{HDC} = \frac{DC}{HD} = \frac{4}{5} = 0,8,$$

puis $\widehat{HDC} = 37°$ au degré près.

$$\boxed{\text{Quand } x = 3 \text{ cm, } \widehat{HDC} = 37° \text{ au degré près.}}$$

3. Le triangle HCD est rectangle en C donc $\widehat{CHD} + \widehat{CDH} = 90°$ puis

$$\widehat{CHD} = 90 - \widehat{CDH} = 90° - 37° = 53° \text{ au degré près.}$$

Enfin, l'angle $\widehat{BHC}$ est un angle plat et donc $\widehat{DHB} + \widehat{CHD} = 180°$ puis

$$\widehat{DHB} = 180 - \widehat{CHD} = 180° - 53° = 127° \text{ au degré près.}$$

$$\boxed{\text{Quand } x = 3 \text{ cm, } \widehat{DHB} = 127° \text{ au degré près.}}$$

Partie II : (6 points)

1. a) La surface au sol du cagibi ② exprimée en m^2 est

$$f(x) = \frac{CH \times CD}{2} = \frac{x \times 4}{2} = 2x.$$

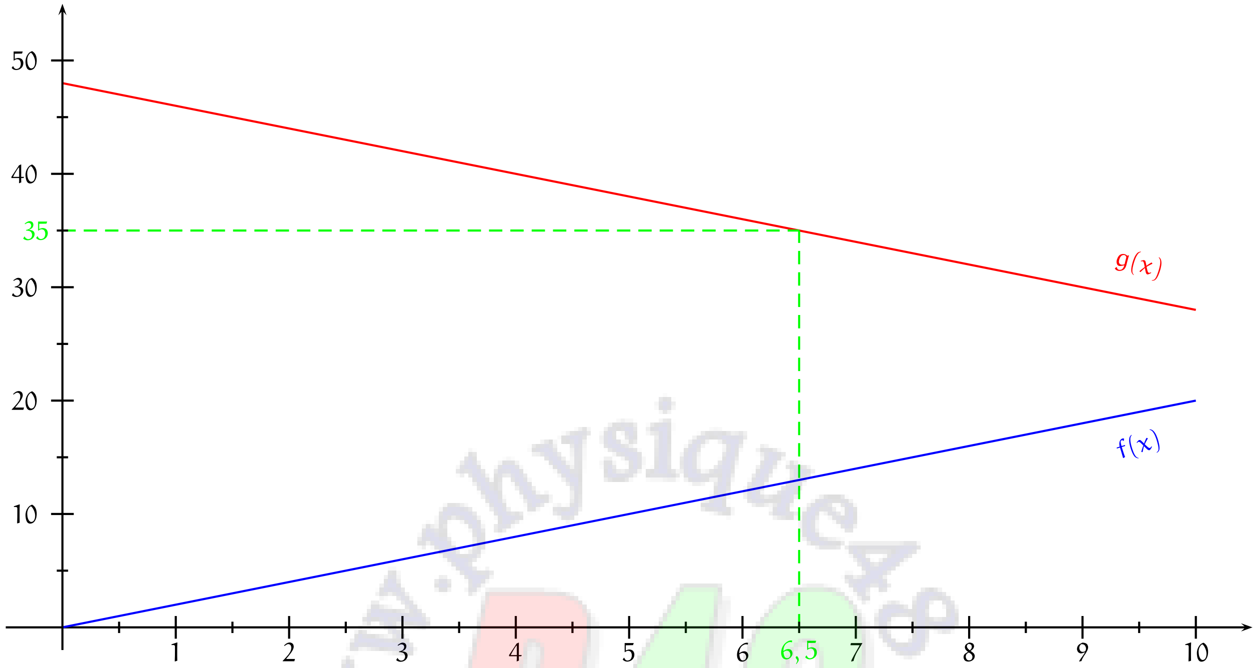
$$\boxed{f(x) = 2x.}$$

b) Le rectangle ABCD a une aire de 4×12 m^2 ou encore 48 m^2. La surface au sol du séjour ① exprimée en m est la différence entre l'aire du rectangle ABCD et l'aire du cagibi ②. Cette surface au sol est donc $g(x) = 48 - 2x$.

$$\boxed{g(x) = 48 - 2x.}$$

2. a) La fonction f est une fonction affine et même une fonction linéaire. La fonction g est une fonction affine.

b) Représentations graphiques des fonctions f et g.



3. a) La valeur maximale de x pour que la surface minimale du séjour soit 35 m^2 est $6,5$ m.

b) La surface du séjour est $48 - 2x$ m^2. Cette surface doit être supérieure ou égale à 35 m^2. L'inéquation à résoudre est donc $48 - 2x \geq 35$.

c) Résolvons cette inéquation :

$$\begin{array}{l} 48 - 2x \geq 35 \\ 48 - 35 \geq 2x \\ 13 \geq 2x \\ \dfrac{13}{2} \geq x \text{ (car } 2 > 0) \\ x \leq 6,5 \end{array}$$

et on retrouve le résultat obtenu graphiquement : la valeur maximale de x est $6,5$.

Partie III : (3 points)

1. « échelle 1/200 » signifie que les longueurs sur la maquette sont obtenues en multipliant les longueurs réelles par $\dfrac{1}{200}$.

2. $\dfrac{1}{200} \times 12 = 0,06$ et donc, sur la maquette, la longueur du mur de 12 m sera de $0,06$ m ou encore de 6 cm.

3. On sait que les aires sont multipliées par le carré de l'échelle. Or,

$$\left(\frac{1}{200}\right)^2 \times 48 = \frac{48}{40000} = 0,0012.$$

La surface du sol du séjour dans la maquette est donc de $0,012$ m^2 ou encore, comme 1 m^2 est égal à 10000 cm^2, de 120 cm^2.

4. On sait que le volume du séjour de la maquette en cm^3 est obtenu en multipliant le volume réel du séjour en cm^3 par le cube de l'échelle c'est-à-dire en multipliant par $\left(\dfrac{1}{200}\right)^3 = \dfrac{1}{200^3}$. Donc le volume réel du séjour en cm^3 est obtenu en divisant par $\dfrac{1}{200^3}$ ou encore en multipliant par 200^3 le volume du séjour de la maquette en cm^3.

$$200^3 \times 13,25 = 8 \times 10^6 \times 13,25 = 106 \times 10^6.$$

Le volume réel du séjour est donc 106×10^6 cm^3 c'est-à-dire 106 millions de cm^3 ou encore, comme 1 m^3 est égal à 10^6 cm^3, le volume réel du séjour est 106 m^3.