DIPLOME NATIONAL DU BREVET - SESSION 2004		
Académie d'Aix-Marseille		
Série : Collège		
Mathématiques		
Durée : 2 heures	**Notation sur 40**	**Page 1/6**

L'expression écrite et la présentation de la copie sont notées (4 points).

Toutes les calculatrices de poche y compris les calculatrices programmables, alphanumériques ou à écran graphique (à condition que leur fonctionnement soit autonome et qu'il ne soit pas fait usage d'imprimante), sont autorisées (circulaire n°99 - 186 du 16/11/1999).

Le sujet est composé de trois parties indépendantes :

ACTIVITES NUMERIQUES (12 points)
ACTIVITES GEOMETRIQUES (12 points)
PROBLEME (12 points)

Annexes : Annexe à rendre avec la copie

ACTIVITES NUMERIQUES (12 points)

Exercice 1 : (4 points)

1. On donne : $A = \frac{3}{7} - \frac{15}{7} \div \frac{5}{24}$.
Calculer A et donner le résultat sous la forme d'une fraction irréductible.

2. On donne :

$$B = \sqrt{300} - 4\sqrt{27} + 6\sqrt{3}, \quad C = (5+\sqrt{3})^2, \quad D = (2+\sqrt{5})(2-\sqrt{5}).$$

a) Ecrire B sous la forme $b\sqrt{3}$ où b est un nombre entier.
b) Ecrire C sous la forme $e + f\sqrt{3}$ avec e et f entiers.
c) Montrer que D est un nombre entier.

Exercice 2 : (4 points)

On donne : $E = (2x-3)(x+2) - 5(2x-3)$.

1. Développer et réduire E.

2. Factoriser E.

3. Calculer E pour $x = -2$.

4. Résoudre l'équation $(2x-3)(x-3) = 0$.

Exercice 3 : (4 points)

Une station de ski réalise une enquête auprès de 300 skieurs qui la fréquentent. Les résultats de l'enquête sont notés dans le tableau ci-dessous et indiquent la répartition en classe des skieurs en fonction de leur âge (en années) :

Age	[0 ; 10[	[10 ; 20[	[20 ; 30[	[30 ; 40[	[40 ; 50[	[50 ; 60[	[60 ; 70[	[70 ; 80[	[80 ; 90[
Centre de classe	5								
Effectifs	27	45	48	39	42	36	33	24	6

1. Dans l'annexe 1, compléter ce tableau en indiquant le centre de chaque classe d'âge.

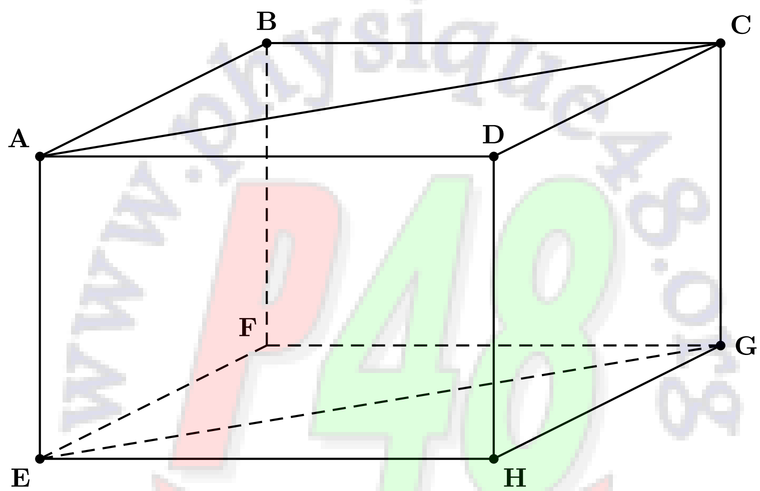
2. Calculer l'âge moyen des skieurs fréquentant cette station.

3. Quelle est la fréquence, en pourcentage, de skieurs ayant un âge strictement inférieur à 20 ans ?

ACTIVITES GEOMETRIQUES (12 points)

Exercice 1 : (4 points)

On considère le pavé droit ABCDEFGH représenté ci-dessous :



Observer la figure et compléter le tableau dans l'annexe 1 . Sans justification.

Exercice 2 : (6 points)

Dans le triangle CDE : A est un point du segment $[CE]$;
B est un point du segment $[CD]$.

Sur le schéma ci-contre, les longueurs représentées ne sont pas exactes.

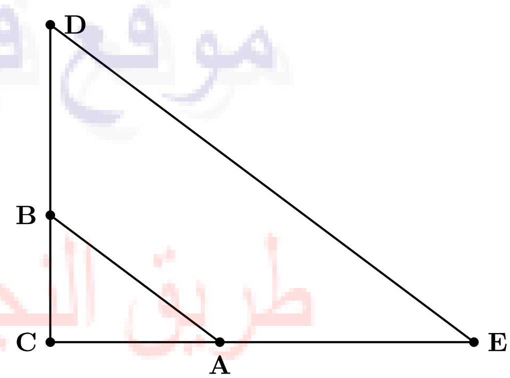
On donne :
$AC = 8$ cm ; $CE = 20$ cm ; $BC = 6$ cm ; $CD = 15$ cm et $DE = 25$ cm.

1. Montrer que les droites (AB) et (DE) sont parallèles.

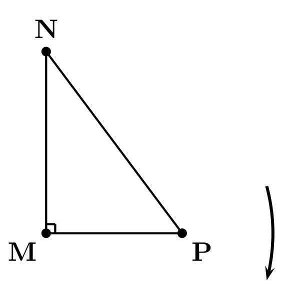
2. Le triangle CDE est-il rectangle ? Justifier.

3. Calculer AB.

4. Calculer la valeur arrondie au degré de l'angle $\widehat{CDE}$.



Exercice 3 : (2 points)



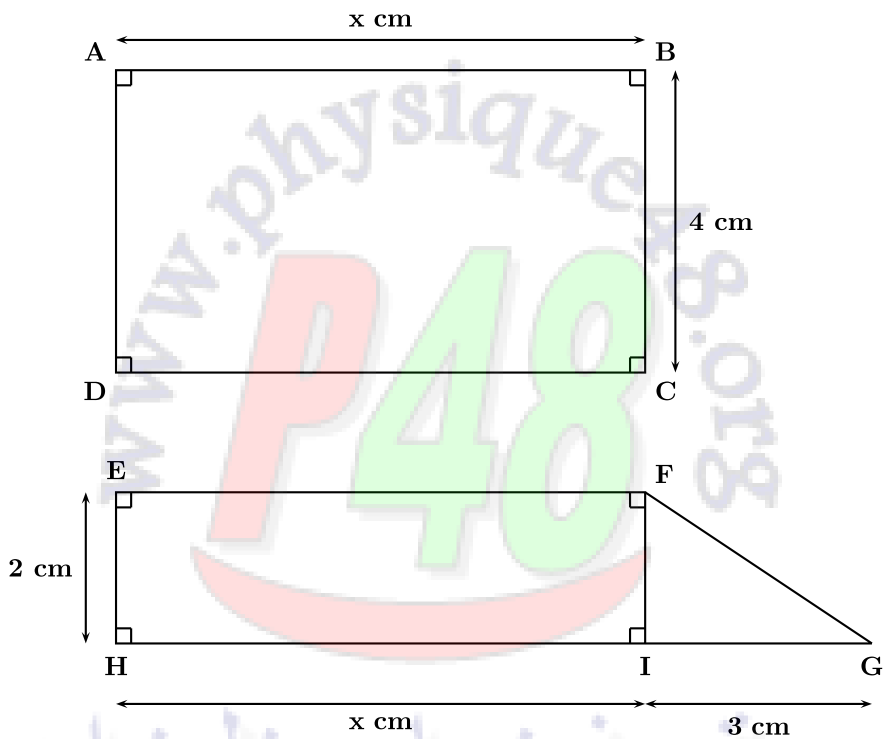
On considère un triangle MNP rectangle en M.

1. Sur l'annexe 1, tracer l'image F1 de ce triangle MNP par la rotation de centre P et d'angle 90° dans le sens indiqué par la flèche.

2. Tracer l'image F2 du triangle MNP dans la translation de vecteur $\overrightarrow{PM}$.

PROBLEME (12 points)

On donne les figures suivantes :



1. Exprimer en fonction de x l'aire $\mathscr{A}_{ABCD}$ du rectangle ABCD.

2. Exprimer en fonction de x l'aire $\mathscr{A}_{EFGH}$ du quadrilatère EFGH.

3. Dans le repère orthonormal de l'annexe 2, tracer en justifiant :

- la représentation graphique (d) de la fonction f définie par : $x \mapsto 4x$.
- la représentation graphique (d') de la fonction g définie par : $x \mapsto 2x + 3$.

4. a) Calculer l'aire du rectangle ABCD pour $x = 3$.
b) Retrouver ce résultat sur le graphique (on laissera apparents les traits nécessaires).

5. a) Calculer la valeur de x pour que l'aire du quadrilatère EFGH soit égale à 15 cm^2.
b) Retrouver ce résultat sur le graphique (on laissera apparents les traits nécessaires).

6. a) Résoudre graphiquement l'équation : $4x = 2x + 3$.
b) Retrouver ce résultat en résolvant l'équation : $4x = 2x + 3$.
c) Comment interpréter ce résultat pour le rectangle ABCD et le quadrilatère EFGH ?

ANNEXE 1 : A rendre avec la copie

1ère PARTIE : ACTIVITES NUMERIQUES

Exercice 3 :

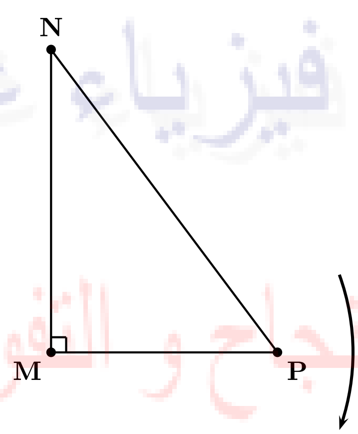
Age	[0 ; 10[	[10 ; 20[	[20 ; 30[	[30 ; 40[	[40 ; 50[	[50 ; 60[	[60 ; 70[	[70 ; 80[	[80 ; 90[
Centre de classe	5								
Effectifs	27	45	48	39	42	36	33	24	6

2ème PARTIE : ACTIVITES GEOMETRIQUES

Exercice 1 :

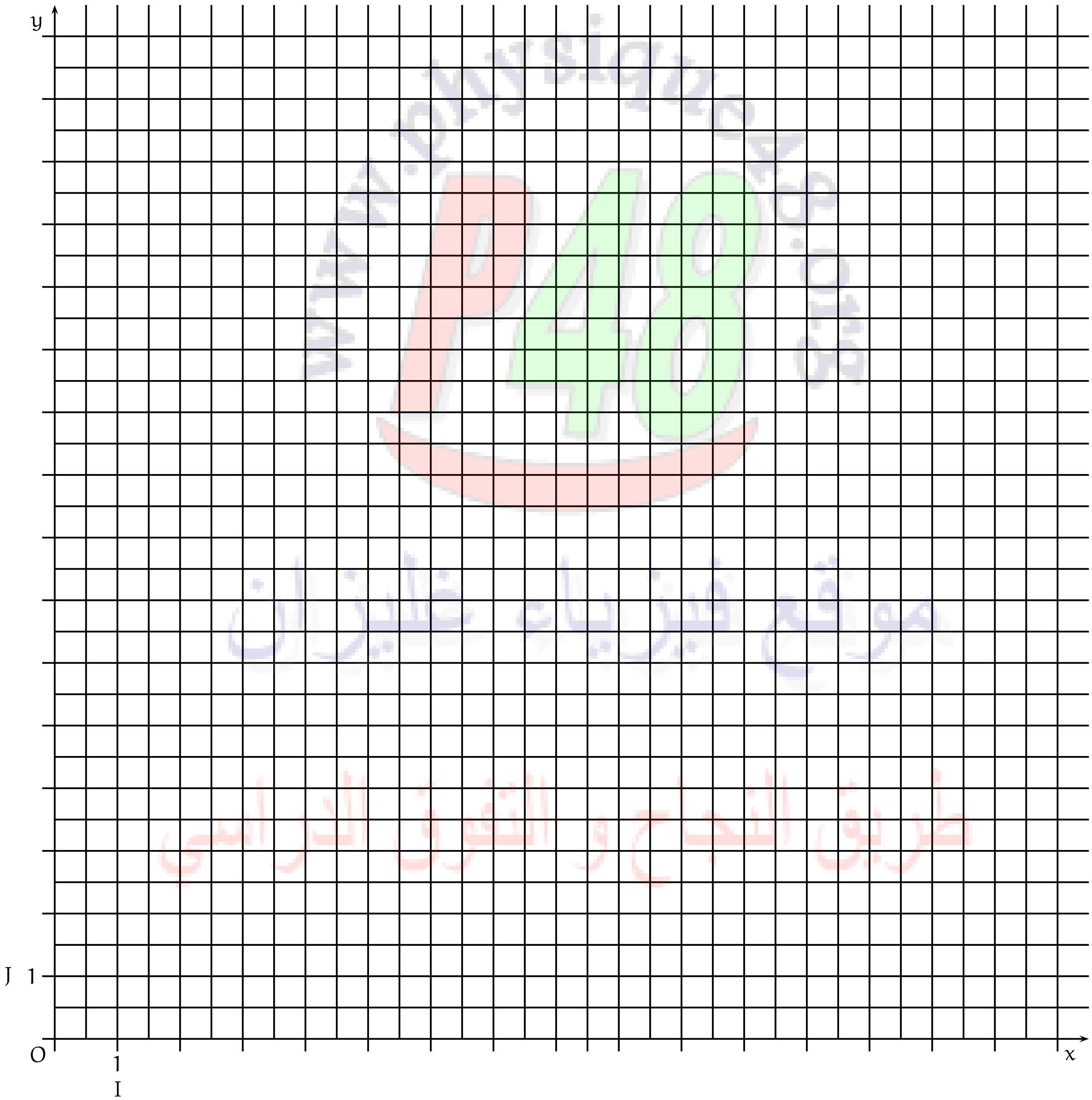
OBJET	**NATURE DE L'OBJET**
Triangle ABC	
Angle $\widehat{ABF}$	
Quadrilatère ABFE	
Angle $\widehat{ACG}$	
Quadrilatère ACGE	

Exercice 3 :



<u>ANNEXE 2</u> : A rendre avec la copie

3ème PARTIE : PROBLEME



Brevet - Session 2004

Corrigé

ACTIVITES NUMERIQUES (12 points)

Exercice 1 : (4 points)

1.

$$\begin{aligned}A &= \frac{3}{7} - \frac{15}{7} \div \frac{5}{24} = \frac{3}{7} - \frac{15}{7} \times \frac{24}{5} = \frac{3}{7} - \frac{3 \times 5 \times 24}{7 \times 5} = \frac{3}{7} - \frac{3 \times 24}{7} \\ &= \frac{3}{7} - \frac{72}{7} = \frac{3 - 72}{7} = -\frac{69}{7}.\end{aligned}$$

Comme le PGCD de 7 et 69 est 1, la fraction $\frac{69}{7}$ est bien irréductible.

$$\boxed{A = -\frac{69}{7}.}$$

2. a)

$$\begin{aligned}B &= \sqrt{300} - 4\sqrt{27} + 6\sqrt{3} \\ &= \sqrt{3 \times 10^2} - 4\sqrt{3 \times 3^2} + 6\sqrt{3} \\ &= 10\sqrt{3} - 4 \times 3\sqrt{3} + 6\sqrt{3} \\ &= 4\sqrt{3}.\end{aligned}$$

$$\boxed{B = 4\sqrt{3}.}$$

b)

$$\begin{aligned}C &= (5 + \sqrt{3})^2 = 5^2 + 2 \times 5\sqrt{3} + (\sqrt{3})^2 = 25 + 10\sqrt{3} + 3 \\ &= 28 + 10\sqrt{3}.\end{aligned}$$

$$\boxed{C = 28 + 10\sqrt{3}.}$$

c)

$$D = (2 + \sqrt{5})(2 - \sqrt{5}) = 2^2 - (\sqrt{5})^2 = 4 - 5 = -1.$$

$$\boxed{D = -1 \text{ et donc } D \text{ est un entier.}}$$

Exercice 2 : (4 points)

1.

$$E = (2x-3)(x+2) - 5(2x-3) = 2x \times x + 2x \times 2 - 3 \times x - 3 \times 2 - 5 \times 2x + 5 \times 3 = 2x^2 + 4x - 3x - 6 - 10x + 15$$
$$= 2x^2 + 4x - 3x - 10x - 6 + 15 = 2x^2 - 9x + 9.$$

$$\boxed{E = 2x^2 - 9x + 9.}$$

2.

$$E = (2x-3)(x+2) - 5(2x-3) = (2x-3)\,[(x+2) - 5] = (2x-3)(x+2-5) = (2x-3)(x-3).$$

$$\boxed{E = (2x-3)(x-3).}$$

3. Quand $x = -2$, $E = (2 \times (-2) - 3)(-2+2) - 5(2 \times (-2) - 3) = (2 \times (-2) - 3) \times 0 - 5 \times (-7) = 35$.

$$\boxed{\text{Quand } x = -2,\ E = 35.}$$

4. Le produit $(2x-3)(x-3)$ est nul quand $2x - 3 = 0$ ou $x - 3 = 0$ ou encore $x = \dfrac{3}{2}$ ou $x = 3$.

$$\boxed{\text{Les solutions de l'équation } (2x-3)(x-3) = 0 \text{ sont } \frac{3}{2} \text{ et } 3.}$$

Exercice 3 : (4 points)

1.

Age	[0 ; 10[	[10 ; 20[	[20 ; 30[	[30 ; 40[	[40 ; 50[	[50 ; 60[	[60 ; 70[	[70 ; 80[	[80 ; 90[
Centre de classe	5	15	25	35	45	55	65	75	85
Effectifs	27	45	48	39	42	36	33	24	6

2. Calculons l'âge moyen a des skieurs fréquentant la station.

$$a = \frac{27 \times 5 + 45 \times 15 + 48 \times 25 + 39 \times 35 + 42 \times 45 + 36 \times 55 + 33 \times 65 + 24 \times 75 + 6 \times 85}{300}$$
$$= \frac{135 + 675 + 1200 + 1365 + 1890 + 1980 + 2145 + 1800 + 510}{300} = \frac{11700}{300} = 39.$$

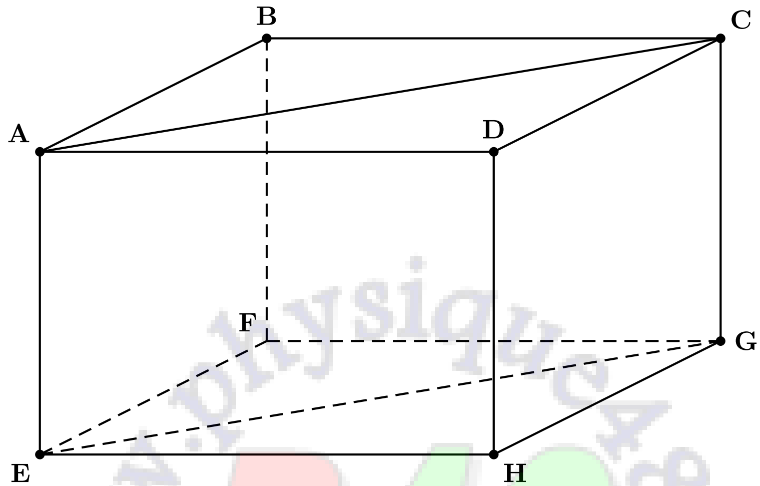
$$\boxed{\text{L'âge moyen des skieurs fréquentant la station est 39 ans.}}$$

3. Le nombre de skieurs ayant un âge strictement inférieur à 20 ans est $27 + 45$ c'est-à-dire 72.
La fréquence des skieurs ayant un âge strictement inférieur à 20 ans est $\dfrac{72}{300} = 0,24$ c'est-à-dire 24%.

$$\boxed{\text{La fréquence, en pourcentage, des skieurs ayant un âge strictement inférieur à 20 ans est } 24\%.}$$

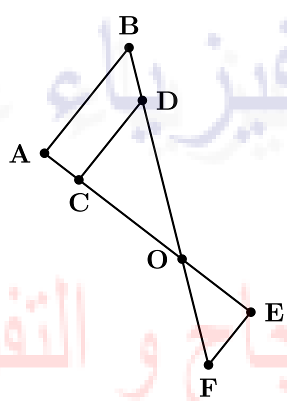
ACTIVITES GEOMETRIQUES (12 points)

Exercice 1 : (4 points)



OBJET	NATURE DE L'OBJET
Triangle ABC	Triangle rectangle en B
Angle $\widehat{ABF}$	Angle droit
Quadrilatère ABFE	Rectangle
Angle $\widehat{ACG}$	Angle droit
Quadrilatère ACGE	Rectangle

Exercice 2 : (6 points)



1. Le point A est sur le segment [CE] et le point B est sur le segment [CD]. De plus,

$$\frac{CA}{CE} = \frac{8}{20} = \frac{4 \times 2}{4 \times 5} = \frac{2}{5},$$

et

$$\frac{CB}{CD} = \frac{6}{15} = \frac{3 \times 2}{3 \times 5}.$$

Donc $\frac{CA}{CE} = \frac{CB}{CD}$ et d'après la réciproque du théorème de THALES,

$$\boxed{\text{les droites (AB) et (DE) sont parallèles.}}$$

2. Le plus long des trois côtés du triangle CDE est le côté [DE]. Donc, si le triangle CDE est rectangle, ce ne peut être qu'en C. De plus,

- $CD^2 + CE^2 = 15^2 + 20^2 = 225 + 400 = 625$;
- $DE^2 = 25^2 = 625$.

Donc $DE^2 = CD^2 + CE^2$ et d'après la réciproque du théorème de PYTHAGORE,

$$\boxed{\text{le triangle CDE est rectangle en C.}}$$

3. Le point A est sur le segment [CE], le point B est sur le segment [CD] et la droite (AB) est parallèle à la droite (DE). D'après le théorème de THALES, $\dfrac{AB}{ED} = \dfrac{CA}{CE}$ et donc

$$AB = \frac{CA}{CE} \times DE = \frac{2}{5} \times 25 = 10 \text{ cm}.$$

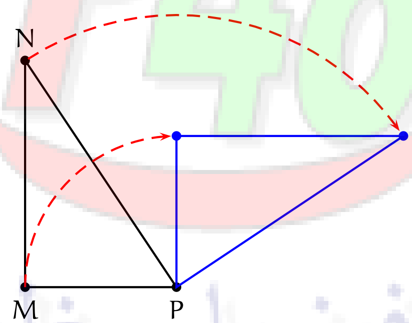
$$\boxed{AB = 10 \text{ cm.}}$$

4. Le triangle CDE est rectangle en C. Donc $\cos\widehat{CDE} = \dfrac{DC}{DE} = \dfrac{15}{25} = 0,6$. On en déduit que $\widehat{CDE} = 53,1\ldots^\circ$ et donc

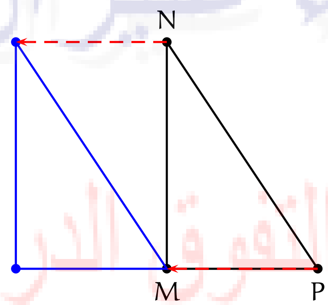
$$\boxed{\widehat{CDE} = 53^\circ \text{ arrondi au degré.}}$$

Exercice 3 : (2 points)

1. Construction de F_1



2. Construction de F_2

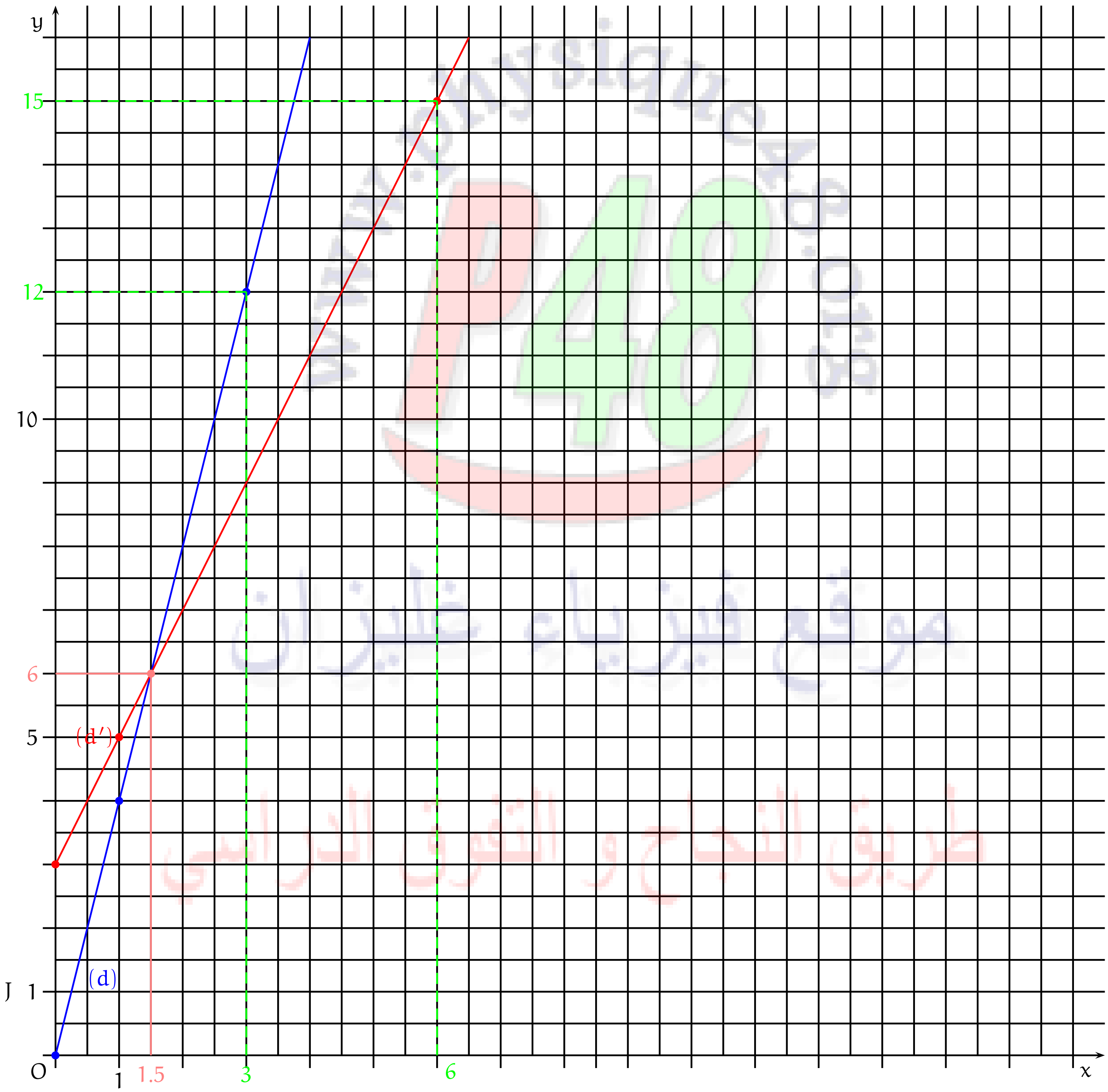


PROBLEME (12 points)

1. L'aire du rectangle ABCD, exprimée en cm^2, est $AB \times AD$ c'est-à-dire $4x$.

2. L'aire du trapèze rectangle EFGH, exprimée en cm^2, est $\dfrac{(HG + EF) \times HE}{2}$ ou encore $\dfrac{(x + 3 + x) \times 2}{2}$ ou enfin $2x + 3$.

3. Les fonctions f et g sont des fonctions affines et donc les représentations graphiques des fonctions f et g sont des droites.
Puisque $f(0) = 0$ et $f(1) = 4$, (d) passe par les points de coordonnées $(0; 0)$ et $(1; 4)$.
Puisque $g(0) = 3$ et $g(1) = 5$, (d) passe par les points de coordonnées $(0; 3)$ et $(1; 5)$.



4. a) $f(3) = 4 \times 3 = 12$. Donc, quand $x = 3$, l'aire du rectangle ABCD est 12 cm^2.

b) Voir graphique.

5. a) Le problème posé équivaut à la résolution de l'équation $2x + 3 = 15$. Résolvons donc cette équation.

$$\begin{aligned}
&2x + 3 = 15 \\
&2x = 15 - 3 \\
&2x = 12 \\
&x = \frac{12}{2} \\
&x = 6
\end{aligned}$$

L'air du quadrilatère $EFGH$ est égale à 15 cm^2 quand $x = 6$.

b) Voir graphique.

6. a) Voir graphique.
b) Résolvons l'équation $4x = 2x + 3$.

$$\begin{aligned}
&4x = 2x + 3 \\
&4x - 2x = 3 \\
&2x = 3 \\
&x = \frac{3}{2} \\
&x = 1,5.
\end{aligned}$$

La solution de l'équation $4x = 2x + 3$ est $1,5$.

c) L'aire du rectangle $ABCD$ et l'aire du quadrilatère $EFGH$ sont égales quand $x = 6$.