DIPLOME NATIONAL DU BREVET - SESSION 2003		
Académie d'Aix-Marseille		
Série : Collège		
Mathématiques		
Durée : 2 heures	Notation sur 40	Page 1/5

L'expression écrite et la présentation de la copie sont notées (4 points).

Toutes les calculatrices de poche y compris les calculatrices programmables, alphanumériques ou à écran graphique (à condition que leur fonctionnement soit autonome et qu'il ne soit pas fait usage d'imprimante), sont autorisées (circulaire n°99 - 186 du 16/11/1999).

Le sujet est composé de trois parties indépendantes :

ACTIVITES NUMERIQUES (12 points)
ACTIVITES GEOMETRIQUES (12 points)
PROBLEME (12 points)

Annexes : Annexe à rendre avec la copie

ACTIVITES NUMERIQUES (12 points)

Exercice 1 : (4 points)

On donne $A = \frac{9}{14} - \frac{2}{7} \times 5$ et $B = \sqrt{2} \times \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{9}}$

Ecrire chaque nombre A et B sous forme d'une fraction irréductible.

Exercice 2 : (4 points)

On considère $C = (3x-2)^2 + (3x-2)(x+3)$.

1. Développer et réduire C.

2. Factoriser C.

3. Résoudre l'équation $(3x-2)(4x+1) = 0$.

Exercice 3 : (4 points)

La course automobile des 24 heures du Mans consiste à effectuer en 24 heures le plus grand nombre de tours d'un circuit.

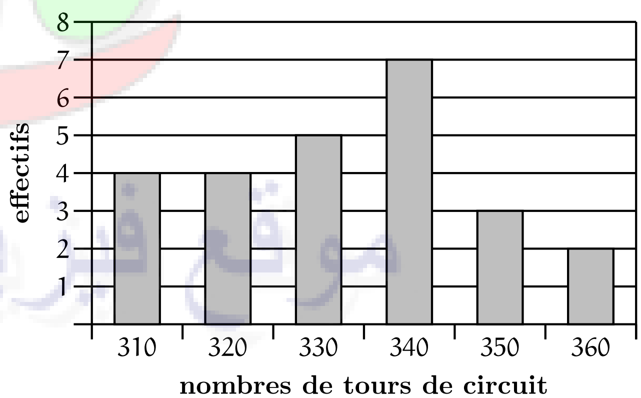
Le diagramme en bâtons ci-contre donne la répartition du nombre de tours effectués par les 25 premiers coureurs automobiles du rallye.

1. Compléter dans l'annexe le tableau des effectifs et des effectifs cumulés croissants de cette série statistique.

2. Déterminer la médiane et l'étendue de cette série.

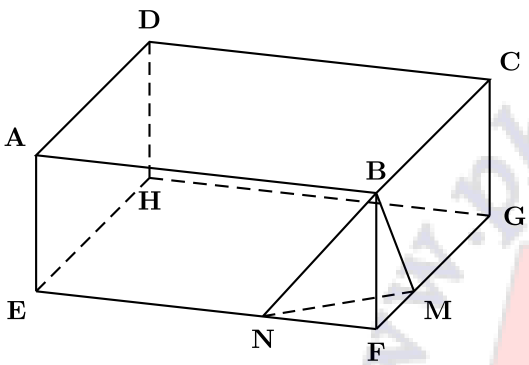
3. Calculer la moyenne de cette série (on donnera la valeur arrondie à l'unité).

Course automobile des 24 heures du Mans



ACTIVITES GEOMETRIQUES (12 points)

Exercice 1 : (9 points)



ABCDEFGH est un parallélépipède rectangle.
On donne : FE = 12 cm ; FG = 9 cm ; FB = 3 cm ; FN = 4 cm et FM = 3 cm.

1. Calculer la longueur MN.

2. Montrer que l'aire du triangle FNM est égale à 6 cm^2.

3. Calculer le volume de la pyramide (P) de sommet B et de base le triangle FNM.

4. On considère le solide ABCDENMGH obtenu en enlevant la pyramide (P) au parallélèpipède rectangle.

a) Quel est le nombre de faces de ce solide ?
b) Calculer son volume.

Exercice 2 : (3 points)

On précisera pour chacune des deux questions de cet exercice la propriété de cours utilisée.

La figure ci-contre n'est pas représentée en vraie grandeur.

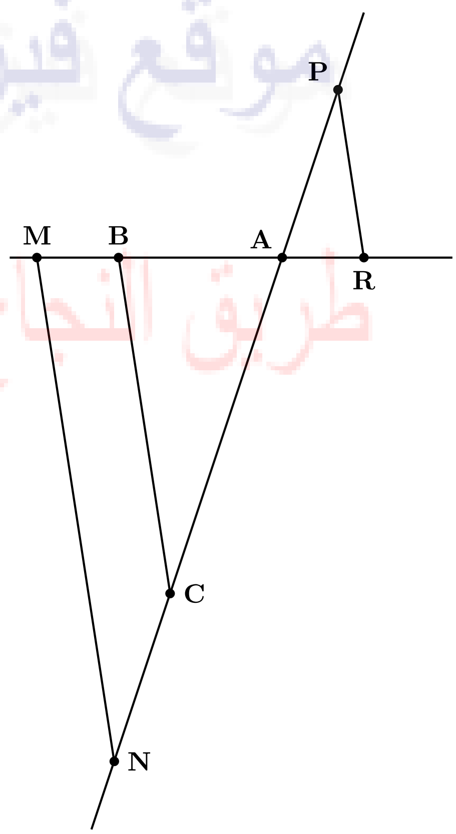
Les droites (BC) et (MN) sont parallèles.

On donne : AB = 2,4 cm ; AC = 5,2 cm ;

AN = 7,8 cm et MN = 4,5 cm.

1. Calculer les longueurs AM et BC.

2. Sachant que : AP = 2,6 cm et AR = 1,2 cm, montrer que les droites (PR) et (BC) sont parallèles.



PROBLEME (12 points)

Un fournisseur d'accès à Internet propose à ses clients deux formules d'abonnement :

- une formule A comportant un abonnement fixe de 20 € par mois auquel s'ajoute le prix des communications au tarif préférentiel de 2 € de l'heure.
- une formule B offrant un libre accès à Internet mais pour laquelle le prix des communications est de 4 € pour une heure de connexion.

Dans les deux cas, les communications sont facturées proportionnellement au temps de connexion.

1. Pierre se connecte 7 heures 30 minutes par mois et Annie 15 heures par mois.

Calculer le prix payé par chacune des deux personnes selon qu'elle choisit la formule A ou la formule B.
Conseiller à chacune l'option qui est pour elle la plus avantageuse.

2. On note x le temps de connexion d'un client, exprimé en heures.
On appelle P_A le prix à payer en euros avec la formule A et P_B le prix à payer en euros avec la formule B.
Exprimer P_A et P_B en fonction de x.

3. Dans le repère orthogonal de l'annexe (page 5/5), tracer :

- la droite (d), représentation graphique de la fonction $f : x \mapsto 2x + 20$
- la droite (d'), représentation graphique de la fonction $g : x \mapsto 4x$

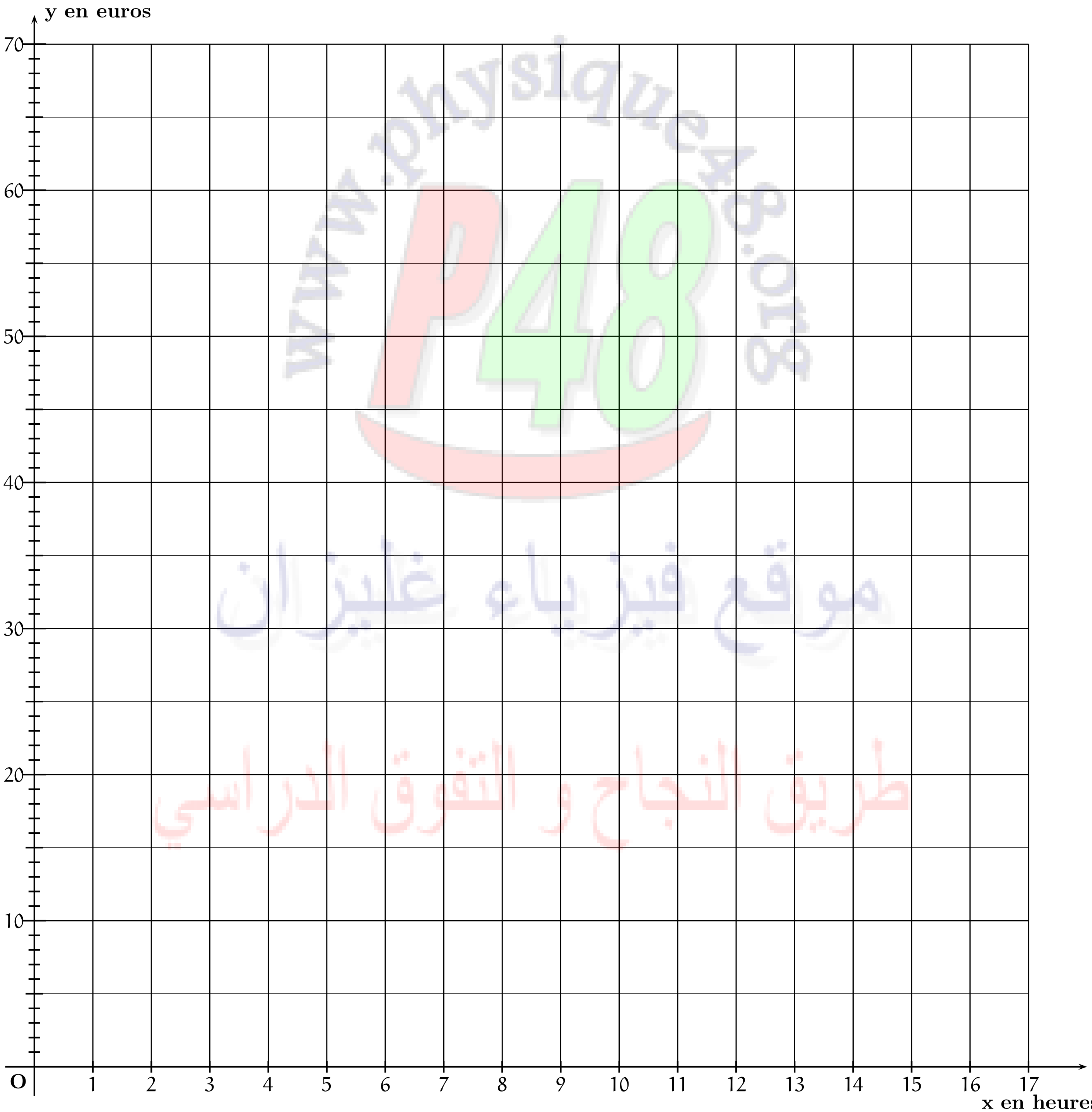
4. En **faisant apparaître sur le graphique précédent les traits nécessaires**, répondre aux deux questions suivantes :

a) Coralie, qui avait choisi la formule B, a payé 26 €. Combien de temps a-t-elle été connectée ?
b) Jean se connecte 14 heures dans le mois. Combien va-t-il payer selon qu'il choisit la formule A ou la formule B ?

5. Résoudre l'inéquation : $4x \leq 2x + 20$.
Que permet de déterminer la résolution de cette inéquation dans le contexte du problème ?

ANNEXE : A rendre avec la copie

3ème PARTIE : PROBLEME



Brevet - Session 2003

Corrigé

ACTIVITES NUMERIQUES (12 points)

Exercice 1 : (4 points)

$$A = \frac{9}{14} - \frac{2}{7} \times 5 = \frac{9}{14} - \frac{2 \times 5}{7} = \frac{9}{14} - \frac{10}{7} = \frac{9}{14} - \frac{20}{14}$$
$$= \frac{9-20}{14} = -\frac{11}{14}.$$

Comme le PGCD de 11 et 14 est 1, la fraction $\frac{11}{14}$ est bien irréductible.

$$\boxed{A = -\frac{11}{14}.}$$

$$B = \sqrt{2} \times \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{9}} = \frac{\sqrt{2} \times \sqrt{2}}{\sqrt{3^2}} = \frac{2}{3}.$$

$$\boxed{B = \frac{2}{3}.}$$

Exercice 2 : (4 points)

1.

$$(3x-2)^2 = (3x)^2 - 2 \times (3x) \times 2 + 2^2 = 9x^2 - 12x + 4,$$

et

$$(3x-2)(x+3) = 3x \times x + 3x \times 3 - 2 \times x - 2 \times 3 = 3x^2 + 9x - 2x - 6 = 3x^2 + 7x - 6.$$

Donc

$$C = (9x^2 - 12x + 4) + (3x^2 + 7x - 6) = 9x^2 - 12x + 4 + 3x^2 + 7x - 6 = 12x^2 - 5x - 2.$$

$$\boxed{C = 12x^2 - 5x - 2.}$$

2.

$$C = (3x-2)^2 + (3x-2)(x+3) = (3x-2)(3x-2) + (3x-2)(x+3) = (3x-2)\left[(3x-2) + (x+3)\right] =$$
$$(3x-2)(3x-2+x+3) = (3x-2)(4x+1).$$

$$\boxed{E = (2x-3)(x-3).}$$

3. Le produit $(3x-2)(4x+1) = 0$ est nul quand $3x-2=0$ ou $4x+1=0$ c'est-à-dire quand $x = \frac{2}{3}$ ou $x = -\frac{1}{4}$.

$$\boxed{\text{Les solutions de l'équation } (3x-2)(4x+1) = 0 \text{ sont } -\frac{1}{4} \text{ et } \frac{2}{3}.}$$

Exercice 3 : (4 points)

1.

Nombres de tours	310	3205	330	340	350	360
Effectifs	4	4	5	7	3	2
Effectifs cumulés croissants	4	8	13	20	23	25

2. La médiane de la série est la 13 ème valeur de la série car il y a douze valeurs avant la 13 ème et douze valeurs après.
La médiane de la série est donc 330.
L'étendue de la série est $360 - 310$ c'est-à-dire 50.

3. Calculons la moyenne de la série.

$$\frac{4 \times 310 + 4 \times 320 + 5 \times 330 + 7 \times 340 + 3 \times 350 + 2 \times 360}{25} = \frac{1240 + 1280 + 1650 + 2380 + 1050 + 720}{25} = \frac{8320}{25} = 332,8.$$

La moyenne de la série est 333 arrondie à l'unité.

ACTIVITES GEOMETRIQUES (12 points)

Exercice 1 : (9 points)

1. ABCDEFGH est un parallélépipède rectangle. Donc le quadrilatère EFGH est un rectangle et par suite, le triangle MFN est rectangle en F. D'après le théorème de PYTHAGORE, on a

$$MN^2 = FM^2 + FN^2 = 3^2 + 4^2 = 9 + 16 = 25,$$

et donc $MN = \sqrt{25} = 5$ cm.

$$\boxed{MN = 5 \text{ cm.}}$$

2. Puisque le triangle MFN, est rectangle en F, l'aire de MFN est $\dfrac{FM \times FN}{2} = \dfrac{4 \times 3}{2} = 6 \text{ cm}^2$.

$$\boxed{\text{L'aire du triangle MFN est } 6 \text{ cm}^2.}$$

3. Le volume de la pyramide (P) est

$$\frac{1}{3} \times (\text{aire de MFN}) \times FB = \frac{1}{3} \times 6 \times 3 = 6 \text{ cm}^3.$$

$$\boxed{\text{Le volume de la pyramide (P) est } 6 \text{ cm}^3.}$$

4. a) Le solide ABCDENMGH a 7 faces.

b) Le volume du parallélépipède rectangle ABCDEFGH est

$$FE \times FG \times FB = 12 \times 9 \times 3 = 324 \text{ cm}^3.$$

Le volume du solide ABCDENMGH est donc $324 - 6 = 318$ cm^3.

$$\boxed{\text{Le volume du solide ABCDENMGH est } 324 - 6 = 318 \text{ cm}^3.}$$

Exercice 2 : (3 points)

1. Le point B est sur le segment [AM], le point C est sur le segment [AN] et les droites (BC) et (MN) sont parallèles. D'après le théorème de THALES, on a $\dfrac{AM}{AB} = \dfrac{AN}{AC}$ et donc

$$AM = \frac{AN}{AC} \times AB = \frac{7,8}{5,2} \times 2,4 = 3,6 \text{ cm}.$$

On a aussi $\dfrac{BC}{MN} = \dfrac{AC}{AN}$ et donc

$$BC = \frac{AC}{AN} \times MN = \frac{5,2}{7,8} \times 4,5 = 3 \text{ cm}.$$

$$\boxed{AM = 3,6 \text{ cm et } BC = 3 \text{ cm.}}$$

2. Le A est sur les segments [BR] et [PC]. De plus, $\dfrac{AB}{AR} = \dfrac{2,4}{1,2} = 2$ et $\dfrac{AC}{AP} = \dfrac{5,2}{2,6} = 2$. Donc $\dfrac{AB}{AR} = \dfrac{AC}{AP}$. D'après la réciproque du théorème de THALES,

$$\boxed{\text{Les droites (PR) et (BC) sont parallèles.}}$$

PROBLEME (12 points)

1. Prix payé par Pierre.

- **avec la formule A :** $20 + 7,5 \times 2 = 20 + 15 = 35$ €.
- **avec la formule B :** $7,5 \times 4 = 30$ €.

Pierre paye 35 €s'il choisit la formule A et 30 €s'il choisit la formule B.

Prix payé par Annie.

- **avec la formule A :** $20 + 15 \times 2 = 20 + 30 = 50$ €.
- **avec la formule B :** $15 \times 4 = 60$ €.

Annie paye 50 €si elle choisit la formule A et 60 €si elle choisit la formule B.

Pierre a intérêt à choisir la formule B et Annie a intérêt à choisir la formule A.

2. $P_A = 20 + 2x$ et $P_B = 4x$.

3. Les fonctions P_A et P_B sont des fonctions affines et donc les représentations graphiques des fonctions P_A et P_B sont des droites. Voir graphique page suivante.

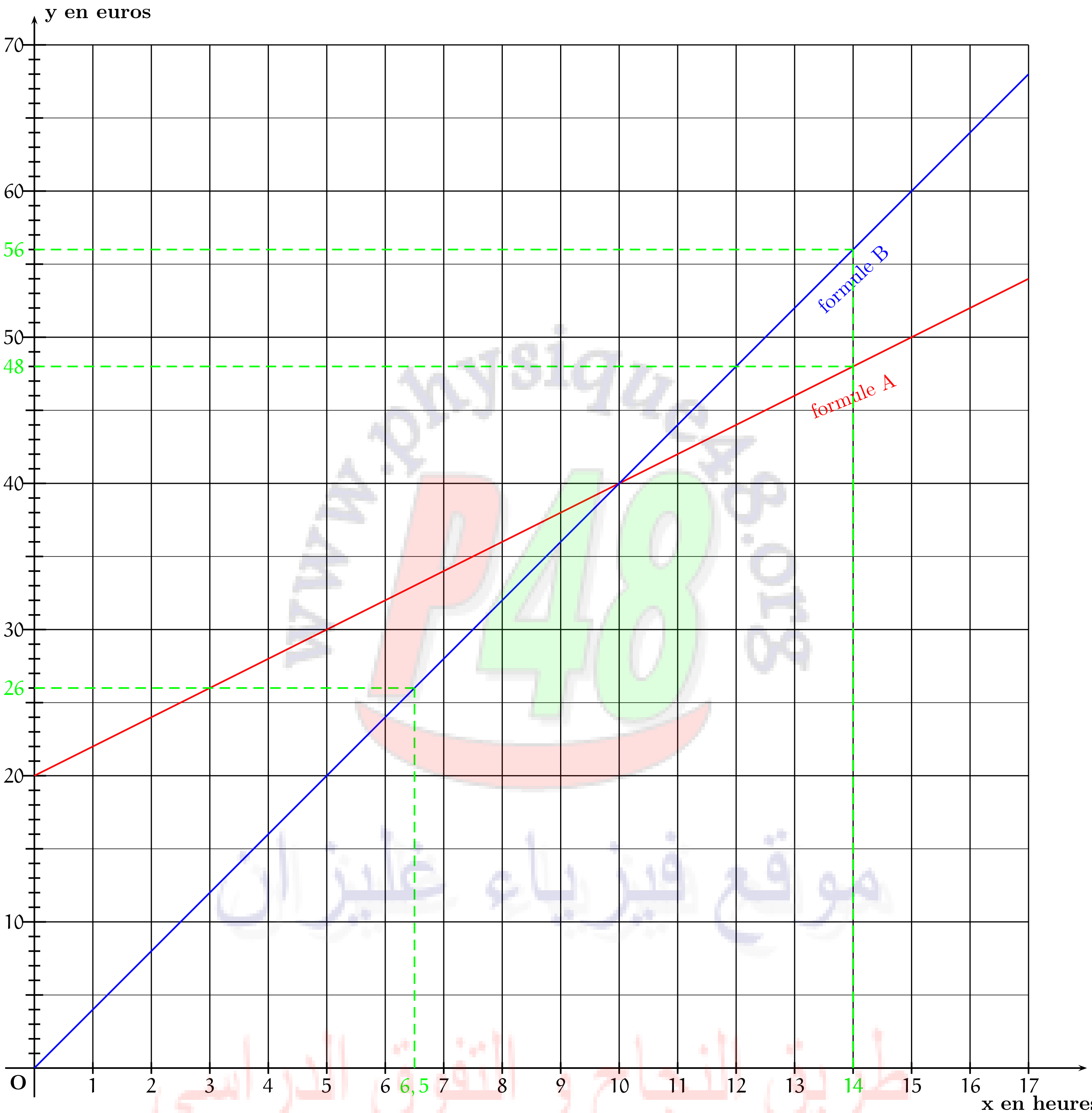
4. a) Sur le graphique on voit que Coralie a été connectée $6,5$ heures.

b) Si jean choisit la formule A, il paiera 48 €et s'il choisit la formule B, il paiera 56 €.

5. Résolvons l'inéquation $4x \leq 2x + 20$.

$$\begin{aligned}
&4x \leq 2x + 20\\
&4x - 2x \leq 20\\
&2x \leq 20\\
&x \leq \frac{20}{2} \text{ (car } 2 > 0)\\
&x \leq 10.
\end{aligned}$$

Ce dernier résultat signifie que la formule B est plus avantageuse pour un temps de connection inférieur à 10 et moins avantageux sinon.


y en euros
70
60
56
50
48
40
30
26
20
10
O
1
2
3
4
5
6
6, 5
7
8
9
10
11
12
13
14
15
16
17
x en heures
formule B
formule A