متوسطة وادي جر

التحضير لشهادة التعليم المتوسط

مواضيع وحلول مترجمة من حوليات فرنسية

من 1996 إلى 2007

مستوى الرّابعة متوسط

الرّياضيّات

إعداد الأستاذ محمّد منوّر

البليدة

بسم الله الرحمن الرحيم

المقدمة :

هذا العمل هو نتاج جهد شاق وعمل دام لأيام طويلة ، وأنا أبحث عن مواقع من الإنترنت مختصة في الرياضيات و تفيد التلميذ الذي يحضر شهادة التعليم المتوسط صادفني موقع فرنسي يُعْنَى بحوليات من 1996 إلى 2007 فما كان مني إلا أن قررت أن أعمم الفائدة لتشمل كل تلميذ من السنة الرابعة يود أن ينجح في نهاية السنة أو أن يكون متفوقا في الرياضيات ، ولصعوبة وضعف أغلبية التلاميذ في اللغة الفرنسية ، عزمت على ترجمتها إلى اللّغة العربيّة مع إجراء بعض التعديلات التي تجعل الأسئلة ملائمة لوسطنا ، حيث غيّرت بعض الأسماء أو بعض المواقع ، وربما بعض العملات كي تكون التمارين أقرب لذهن التلميذ وإدراكه.

أما في الجانب التنظيمي ، فقد قمت بأخذ مواضيع كل عام على حدة ، ثم موضوع كل مقاطعة لوحده متبوعا بالحل .

أرجو أن ينفع عملي هذا كل تلميذ يسعى إلى المعالي ، والله ولي التوفيق .

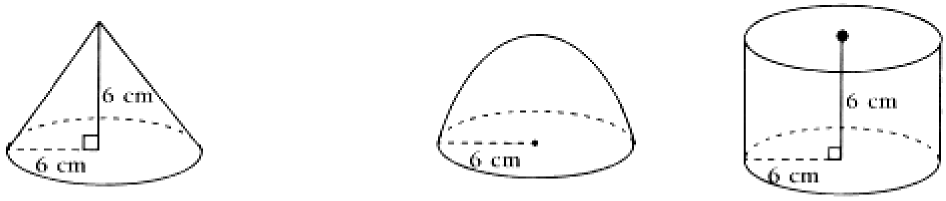
الأستاذ محمد منور

أكاديميات Aix-Marseille, Corse, Montpellier, Nice, Toulouse

أنشطة هندسية:

التمرين الأوّل:

نعتبر أسطوانة ، ونصف الكرة ومخروط الدوران المبينة في الأشكال الآتية :



1) تحقق بالحساب أنّ V_1 حجم الأسطوانة معبرا عنه بالسنتيمتر المكعب يساوي 216π ، و أن V_2 حجم نصف الكرة مُعبَّر عنه بالسنتيمتر المكعب يساوي 144π .

2) أحسب بال cm^3 الحجم V_3 لمخروط الدوران واكتبه على شكل $K\pi$ (K هو عدد ناطق).

3) تحقق أن $V_2 = 2V_3$ ، باستعمال العلاقات الآتية :

- حجم الأسطوانة : Bh حيث B مساحة القاعدة و h ارتفاع الأسطوانة .
- حجم الكرة : $\frac{4}{3}\pi R^3$ حيث R هو نصف قطر الكرة .
- حجم المخروط : $\frac{B \times h}{3}$ حيث B هو مساحة القرص(القاعدة) و h هو ارتفاع المخروط.

التّمرين الثّاني :

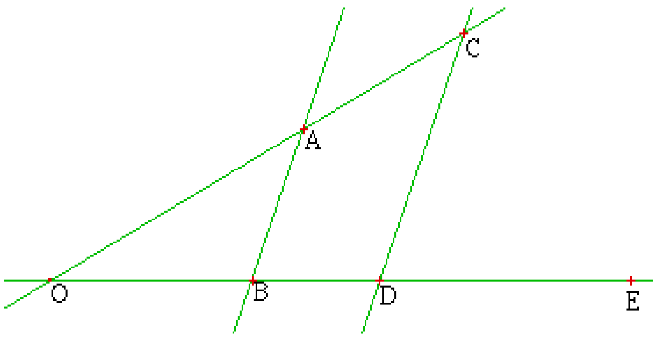
الشكل أسفله غير مرسوم بالأبعاد الحقيقة ، المستقيمان (AB) و (CD) متوازيان و الأبعاد هي كالآتي :

OA = 5 cm ; AC = AB = 4 cm ; OD = 6,3 cm ; DE = 5,04 cm

1)احسب OB و CD .

2) هل المستقيمان (AD) و (E

برّر إجابتك .



أنشطة عدديّة:

التّمرين الأوّل :

1) حل الجملة $\begin{cases} 3x - 7y = 18.8 \\ x - 5y = 10 \end{cases}$.

2) حل المتراجحة $4x - 5 < 10x + 1$.

مثّل بالتلوين حلول هذه المتراجحة على مستقيم مدرّج.

3) هل العدد 4 يحقق المعادلة $x^2 - 5x = 4$ ؟

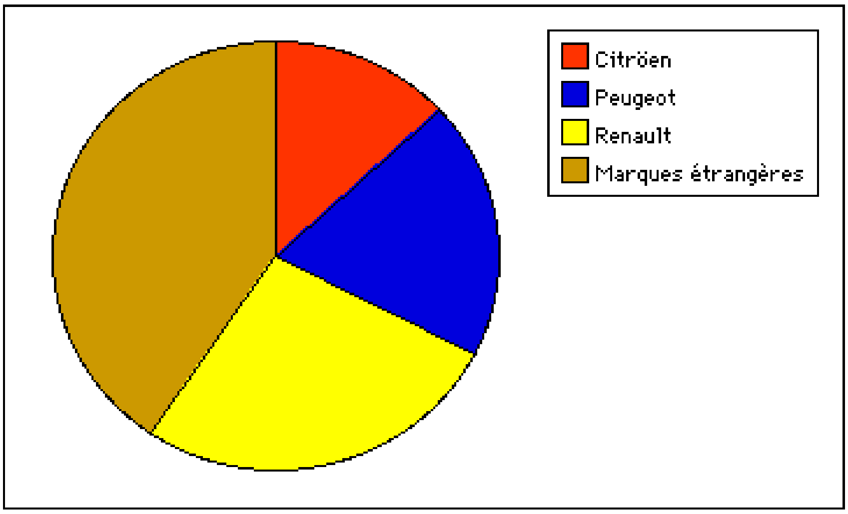
بيّن ذلك من دون حل المعادلة.

التّمرين الثاني :

162800 سيارة جديدة بيعت في فرنسا خلال شهر أكتوبر 1995 . الجدول الآتي يوضح المبيعات حسب كل نوع من السيارات .

نوع السيارة	عددها
Citroën	21164
Peugeot	31746
Renault	43956
أنواع أخرى	؟

المخطط الدائري الآتي يعطي تمثيلا لمبيعات كل نوع من السيارات .



1)ما هو عدد السيارات الأخرى التي بيعت خلال شهر أكتوبر 1995 ؟
2)ما هي النسبة المئوية لمبيعات السيارات ذات النوع Renault بالنسبة لجميع الأنواع؟.
3)احسب الزاوية $\widehat{AOB}$ من المخطط والموافقة للنوع Peugeot.

المسالة :

المستوي مزود بالمعلم المتعامد و المتجانس : (O, I, J).

نعتبر النقاط : A (6 ; 5) ، B (2 ; -3) و C (-4 ; 0) .

1) أرسم الشكل حيث الوحدة على المحورين هي السنتيمتر. النقطة O ـ مبدأ المعلم ـ تعيّن على في وسم صفحة الإجابة .
2) احسب الأطوال AB ، BC و CA ، أكتب النتائج على شكل $a\sqrt{b}$ حيث a عدد ناطق موجب .
3) استنتج نوع المثلث ABC، برّر الإجابة .
4) أحسب مساحة المثلث ABC.
5) احسب محيط المثلث ABC ، اعط النتيجة على شكل $a\sqrt{b}$ ، ثم بالتدوير إلى 0.1 .
6) نعتبر الدائرة التي تحيط بالمثلث ABC.

أ ـ حدّد E مركز هذه الدائرة مع تبرير الإجابة . احسب إحداثيي هذه النقطة.

ب ـ احسب القيمة المضبوطة لنصف قطر هذه الدائرة .

7) احسب القيمة المضبوطة ل : $\tan \widehat{ACB}$ ، ثمّ القيمة المقربة إلى الدرجة للزاوية $\widehat{ACB}$.

8) احسب احداثيي الشعاع $\overrightarrow{CA}$ ، واستنتج احداثيي النقطة D كي يكون ACBD متوازي أضلاع .

الـحـلّ لبعض التمارين

الأنشطة الهندسية :

التّمرين الأوّل:

1) التعبير عن V_1 حجم الإسطوانة و V_2 حجم نصف الدائرة بواسطة π :

$$V_1 = \pi R^2 \times h = \pi \times 6^2 \times 6 = 216\pi$$

$$V_2 = \frac{1}{2} \times \frac{4}{3} \times \pi R^3 = \frac{4}{6}\pi \times 6^3 = 144\pi$$

2) الحساب بال cm^3 ، V_3 حجم المخروط مكتوبا بالشكل $k\pi$.

نعلم أن V_3 حجم المخروط هو ثلث حجم الاسطوانة التي لها نفس القاعدة والارتفاع

ومنه : $V_3 = V_1 \div 3$

إذن : $V_3 = 216\,\pi : 3 = 72\,\pi$

3 ـ التحقق أنّ $V_2 = 2V_3$ ، مع التّبرير :

رأينا أنّ : حجم نصف الكرة هو:

$$V_2 = \frac{1}{2} \times \frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{2}{3}\pi R^3$$

نأخذ علاقة الحجم المخروط عندما يكون الارتفاع مساويا لنصف قطر القاعدة:

$$V_3 = \frac{\pi R^2 \times R}{3} = \frac{\pi R^3}{3}$$

لدينا $V_2 = \frac{2}{3}\pi R^3 = 2\frac{\pi R^3}{3} = 2\,V_3$ إذن محققة .

التّمرين الثّاني :

1 حساب OB و CD :

في المثلث ODC ، (AB) موازٍ لـ(CD) فحسب نظرية طالس لدينا $\frac{OB}{OD} = \frac{OA}{OC} = \frac{AB}{CD}$

فينتج عندنا : $\frac{OB}{6,3} = \frac{5}{9} = \frac{4}{CD}$

فيكون : OB = 6,3 x 5 : 9 = 3,5 cm و CD = 9 x 4 : 5 = 7,2 cm

2 توازي المستقيمين : (AD) و (CE) :

باستعمال النظرية العكسية لنظرية طالس نتحقق من أن : $\frac{OD}{OE} = \frac{OA}{OC}$ أو : $OA \times OE = OD \times OC$

لدينا : OA x OE = 5 x 11,34 = 56,7 ; OD x OC = 6,3 x 9 = 56,7.

النتيجتان متساويتان ، والمستقيمان (AD) و (CE) متوازيان .

الأنشطة العددية :

التّمرين الثاني :

1) عدد السيارات الأخرى التي بيعت خلال شهر أكتوبر 1995:

$162\ 800 - 21\ 164 - 31\ 746 - 43\ 956 = 65\ 934$

2) النسبة المئوية التي تمثلها مبيعات سيارات ذات النوع Renault

$$\frac{43\ 956}{162\ 800} = 0{,}27 \text{ soit } 27\%$$

3) حساب الزاوية $\widehat{AOB}$ التي الممثلة على المخطط الدائري للسيارات ذات النوع Peugeot.

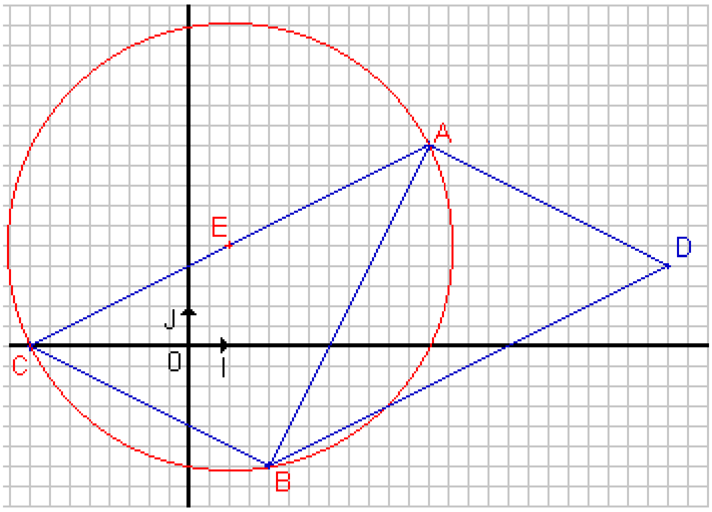
باستخدام جدول التناسبية :

31764	162800
x	360

$$X = \frac{360 \times 31\ 746}{162\ 800} = \frac{11\ 428\ 560}{162\ 800} = 70{,}2°$$

حل المسألة :

1) رسم الشكل :



2) حساب المسافات AB ، BC و CA وكتابتها على شكل $a\sqrt{b}$:

$$AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2} = \sqrt{(2-6)^2 + (-3-5)^2} = \sqrt{(-4)^2 + (-8)^2} = \sqrt{16+64} = \sqrt{80} = \sqrt{4^2 \times 5} = 4\sqrt{5}$$

$$BC = \sqrt{(x_C - x_B)^2 + (y_C - y_B)^2} = \sqrt{(-4-2)^2 + (0-(-3))^2} = \sqrt{(-6)^2 + (3)^2} = \sqrt{36+9} = \sqrt{45} = \sqrt{3^2 \times 5} = 3\sqrt{5}$$

$$CA = \sqrt{(x_A - x_C)^2 + (y_A - y_C)^2} = \sqrt{(6-(-4))^2 + (5-0)^2} = \sqrt{10^2 + 5^2} = \sqrt{100+25} = \sqrt{125} = \sqrt{5^2 \times 5} = 5\sqrt{5}$$

3) استنتاج نوع المثلث ABC :

لدينا: $AB^2 + BC^2 = 80 + 45 = 125 = AC^2$

إذن : $AB^2 + BC^2 = AC^2$ ، والمثلث ABC قائم في النقطة **B** حسب النظرية العكسية لنظرية فيثاغورث.

4) حساب مساحة المثلث ABC:

$$S = \frac{AB \times BC}{2} = \frac{4\sqrt{5} \times 3\sqrt{5}}{2} = \frac{4 \times 3 \times 5}{2} = \frac{60}{2} = 30\ \mathbf{cm}^2$$

5) حساب محيط المثلث ABC :

$$\text{المحيط} = 4\sqrt{5} + 3\sqrt{5} + 5\sqrt{5} = (3 + 4 + 5)\sqrt{5} = 12\sqrt{5} \approx 12 \times 2{,}236 \approx 26{,}8\ \text{cm}$$

6) أ تحديد مركز الدائرة التي تحيط بالمثلث ABC:

المثلث ABC قائم فمركز الدائرة التي تحيط به هو منتصف الوتر.[AC]:

$$x_E = \frac{x_C + x_A}{2} = \frac{-4 + 6}{2} = \frac{2}{2} = 1\ ;\quad y_E = \frac{y_C + y_A}{2} = \frac{0 + 5}{2} = \frac{5}{2} = 2{,}5$$

ب ـ حساب القيمة المضبوطة لنصف قطر هذه الدائرة :

نصف قطر هذه الدائرة هو نصف الطول AC ، فقيمته المضبوطة هي $\frac{5\sqrt{5}}{2}$

7) حساب القيمة المضبوطة ل $\tan \widehat{ACB}$ ثمّ القيمة المقربة إلى الدرجة للزاوية $\widehat{ACB}$.

$$\tan \widehat{ACB} = \frac{AB}{BC} = \frac{4\sqrt{5}}{3\sqrt{5}} = \frac{4}{3} \approx 1.333$$

ومنه : $\widehat{ACB} \approx 53°$ اكتب المعادلة هنا.

8) حساب احداثيي الشعاع $\overrightarrow{CA}$ ، واستنتاج احداثيي النقطة D حيث يكون ACBD متوازي أضلاع :

$$\overrightarrow{CA}\begin{cases} x_A - x_C \\ y_A - y_C \end{cases},\ \overrightarrow{CA}\begin{cases} 6 - (-4) \\ 5 - 0 \end{cases},\ \overrightarrow{CA}\begin{cases} 6 + 4 \\ 5 \end{cases},\ \overrightarrow{CA}\begin{cases} 10 \\ 5 \end{cases}$$

$$\overrightarrow{BD}\begin{cases} x_D - x_B \\ y_D - y_B \end{cases},\ \overrightarrow{BD}\begin{cases} x_D - 2 \\ y_D - (-3) \end{cases}$$

يكون ACBD متوازي أضلاع إذا كان $\overrightarrow{CA} = \overrightarrow{BD}$

$\overrightarrow{CA} = \overrightarrow{BD}$ فينتج $x_D - 2 = 10$ ومنه $x_D = 10 + 2 = 13$

و : $y_D - (-3) = 5$; ومنه : $x_D = 5 + (-3) = 2$

شهادة التعليم المتوسط Brevet des collèges 1996

أكاديمية Amiens

الأنشطة الهندسية :

التّمرين الأوّل :

المسافة AD هي الطريق الذي يسلكه قطار سلكي وهي $125m$.

1) ما هو الإرتفاع AH الذي يبلغه هذا القطار عند الوصول؟.
2) عندما يقطع القطار السلكي مسافة 42 m، يكون ارتفاعه MP.

أ ـ أنشيء شكلا بسلم 1/ 1 000 (على ورقة الإجابة)

ب ـ ماذا يمكن أن نقول عن المستقيمين : (MP) و (AH)؟ برّر .

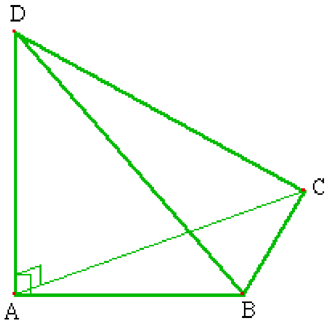
ج ـ احسب MP .

د ـ عيّن قيس $\hat{D}$ بالتدوير إلى الدّرجة.

التّمرين الثاني :

لإنجاز هذا التمرين ، يمكنك أن تستعمل العلاقات الآتية :

حجم المشور القائم	$L \times \ell \times h$
حجم المخروط	$\frac{\pi \times R^2 \times h}{3}$
حجم الهرم	$\frac{B \times h}{3}$



الرسم غير مرسوم بالأبعاد الحقيقية

L الطول ، ℓالعرض ، **h** الارتفاع ، **R** نصف القطر ، **B** مساحة القاعدة.

نعتبر الهرم ABCD:

- AD =5cm هو الارتفاع ،

- القاعدة هي المثلث ABC حيث AB = 4,8 cm ; BC = 3,6 cm ; CA = 6 cm. :

1) برهن أن المثلث **ABC** قائم في B ,

2)أحسب حجم هذا الهرم .

3)نريد صنع أهرامات مماثلة من الجبس ، كم يمكن أن نصنع ب **1 dm** من الجبس؟

الأنشطةالعددية :

التّمرين الأوّل :

نعتبر الأعداد التالية : $A = \frac{7}{18} \times \frac{2}{7} - \left(\frac{5}{3} - 1\right)^2$ ، $B = \frac{3 \times 10^2 \times 5 \times 10^4}{12 \times (10^3)^3}$ ، $C = 2\sqrt{5} + 2\sqrt{125} - 7\sqrt{45}$.

بتدوين جميع خطوات الحل :

1) أكتب **A** على شكل كسر غير قابل للاختزال .
2) اعط الكتابة العلمية للعدد **B**.

3) أكتب C بالشكل $a\sqrt{5}$ ، حيث a عدد ناطق

التّمرين الثاني :

لتكن العبارة : $E = (2x - 3)(5 - 2x) - (2x - 3)^2$.

1) انشر وبسط E.
2) حلّل E.
3) حل المعادلة : $(2x - 3)(-4x + 8) = 0$.

المسألة :

البحث عن الكنز.

زيد يبحث عن كنز يقع بمقربة من قريتين A و B و قصر قديم C.

هذا الكنز يقع على استقامة واحدة مع القرية B والقصر C .ويقع على نفس المسافة من القريتين A و B.

على مخطط يمثل المنطقة وفي معلم متعامد ومتجانس $(O, \vec{I}, \vec{J})$ ، نمثل القرية A بالنقطة $A(-2 ; 3)$

والقرية B بالنقطة $B(6 ; -1)$ ، والقصر C بالنقطة $C(8 ; -7)$. الوحدة 1 cm تمثل 120 m في الحقيقة.

الجزء الأوّل:

1) علّم النقاط A ، B و C في المعلم $(O, \vec{I}, \vec{J})$.
2) عيّن معامل توجيه المستقيم (AB).
3) احسب إحداثيي M منتصف القطعة $[AB]$.
4) بيّن أنّ معادلة محور القطعة $[AB]$ هي: $y = 2x - 3$.
5) أوجد معادلة المستقيم (BC).
6) لتكن النقطة T نقطة تقاطع المستقيمين (BC) والمستقيم المعرف بالمعادلة $y = 2x - 3$.

أحسب إحداثيي النقطة **T** .

الجزء الثاني :

1)اشرح لماذا النقطة **T** تمثل موقع الكنز على المخطط.

2) أحسب **AT**، وأستنتج بتقريب **1 m** المسافة الحقيقية بين القرية A وموقع الكنز.

الـحـل ّلبعض التمارين

الأنشطة الهندسية :

التّمرين الأوّل :

1) الإرتفاع AH الذي يرتفعه القطار:

المثلث ADH قائم في H ، فباستعمال نظرية فيثاغورث نجد :

$AD^2 = AH^2 + DH^2$ ومنه: $AH^2 = AD^2 - DH^2 = 125^2 - 100^2 = 15\,625 - 10\,000 = 5625 = 75^2$

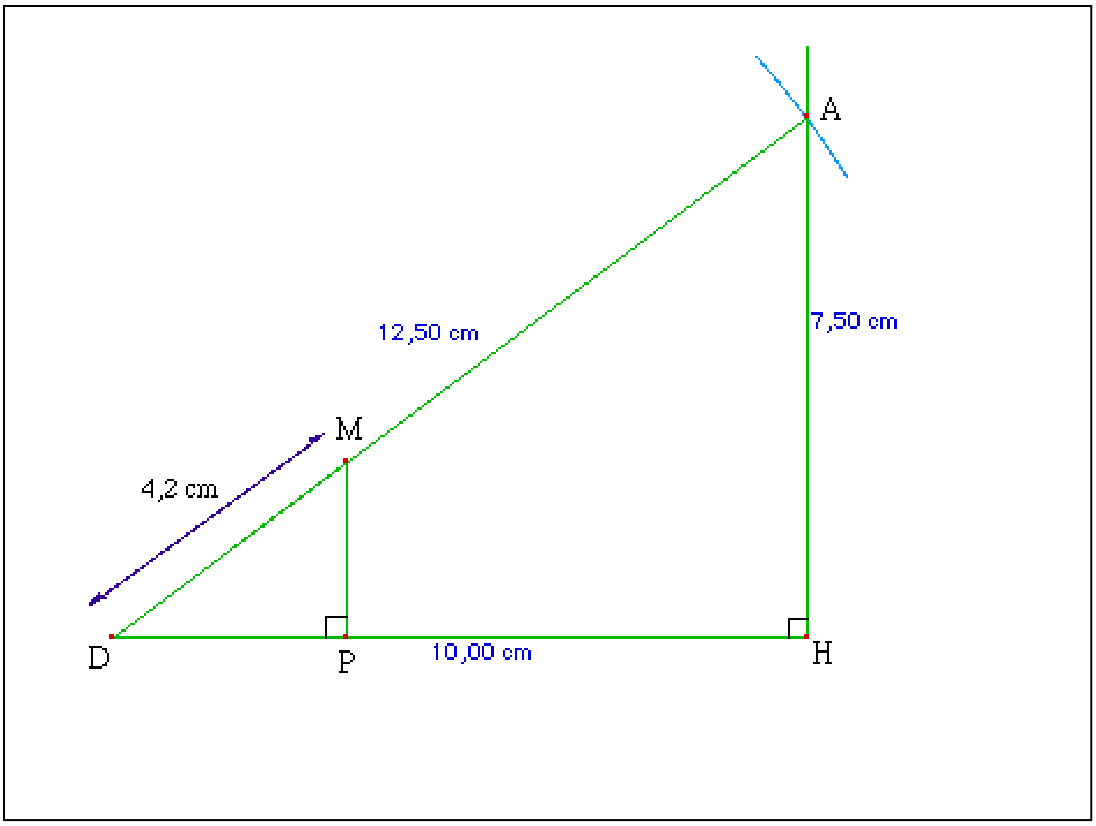
إذن : $AH = 75$.

عند الوصول يرتفع القطار ب 75m.

2) أ - إنشاء الشكل بسلم 1/ 1 000:

100 mتمثل $10000cm$. على الرسم ، نمثل هذا المسافة بالطول $10cm$ (أصغر بألف مرة) . $125m$ نمثلها

على الرسم ب $12.5\ cm$ والمسافة $75m$ بالطول 7,5 cm.



ب - ما يمكن قوله عن المستقيمين (MP) و (AH) . مع التّبرير :

من الرسم المعطى ، المستقيمان (MP) و (AH) عموديان على المستقيم (DH).

وبالتالي فهما مستقيمان متوازيان .

ج - حساب MP :

في المثلث ADH لدينا :

- النقاط D ، M و A من جهة و D ، P و H من جهة أخرى مرتبة بنفس الترتيب .

- المستقيمان (MP) و (AH) متوازيان .

فحسب نظرية طالس نجد : $\frac{DM}{DA} = \frac{MP}{AH}$ إذن : MP x DA = DM x AH و $MP = \frac{DM \times AH}{DA} = \frac{45 \times 75}{125} = 25,2$

إذن : $MP = 25.2\ m$.

د - تعيّين بالتّدوير إلى الدّرجة قيس $\widehat{D}$.

المثلث ADH قائم في H ، فيمكن إستعمال نسبة الجيب تمام للزاوية $\widehat{D}$.

لدينا: $\cos \widehat{D} = \frac{DH}{DA} = \frac{100}{125} = 0,8$

وباستعمال الآلة الحاسبة نبحث عن الزاوية $\widehat{D}$ ، فنجد $\widehat{D} \approx 36.86^\circ$

إذن قيس الزاوية $\widehat{D}$ بالتدوير إلى الدّرجة هو $\mathbf{37^\circ}$.

التّمرين الثاني :

1) برهنة أنّ المثلث ABC قائم في B.

يكون ABC قائما في B إذا كان $AC^2 = AB^2 + BC^2$ وذلك حسب النظرية العكسية لنظرية فيثاغورث.

لدينا : $AC^2 = 6^2 = 36$

$AB^2 + BC^2 = 4,8^2 + 3,6^2 = 23,04 + 12,96 = 36$

إذن : $AC^2 = AB^2 + BC^2$

وبالتالي المثلث ABC قائم في النقطة B.

2) حساب حجم الهرم :

يمكن حساب حجم هذا الهرم بالقاعدة : $\frac{\text{مساحة القاعدة} \times \text{الإرتفاع}}{3}$

ملاحظة : لم نستعمل النقطة B في الحل ، لكن كان من الضروري وضعها في الشكل كي لا يحدث عدم وضعها في الشكل أي لبس .

- مساحة القاعدة : $(4,8 \times 3,6) : 2 = 8,64 cm^2$

- حجم الهرم : $V = \frac{8.64 \times 5}{3} = \frac{43.2}{3} = 14.4\ cm^3$

3) عدد الأهرامات التي يمكن صنعها من $1\ dm^3$ من الجبس :

لدينا : $1dm^3 = 1000cm^3$

إذن : بقسمة 1000 على 14.4 نجد حوالي....... 69.444.

إذن يمكن صنع **69 هرما** .

الأنشطةالعددية :

التّمرين الأوّل :

1) كتابة A على شكل كسر غير قابل للاختزال :

$$A = \frac{7}{18} \times \frac{2}{7} - \left(\frac{5}{3} - 1\right)^2 = \frac{1}{9} - \left(\frac{5-3}{3}\right)^2 = \frac{1}{9} - \frac{4}{9} = \frac{-3}{9} = -\frac{1}{3}$$

2) إعطاء الكتابة العلمية للعدد B.:

$$B = \frac{3 \times 10^2 \times 5 \times 10^4}{12 \times (10^3)^3}$$

$$B = \frac{3 \times 5 \times 10^6}{3 \times 4 \times 10^9}$$

$$B = \frac{5 \times 10^{6-9}}{4} = 1.25 \times 10^{-3}$$

3) كتابة C على شكل $a\sqrt{b}$ حيث a عدد ناطق:

$$C = 2\sqrt{5} + 2\sqrt{125} - 7\sqrt{45}$$

$$C = 2\sqrt{5} + 2\sqrt{25 \times 5} - 7\sqrt{9 \times 5}$$

$$C = 2\sqrt{5} + 10\sqrt{5} - 21\sqrt{5}$$

$$C = (2 + 10 - 21)\sqrt{5}$$

$$C = -9\sqrt{5}$$

التّمرين الثاني :

1) نشر وتبسيط العبارة E.

$E = (2x - 3)(5 - 2x) - (2x - 3)^2$.

$$E = 10x - 4x^2 - 15 + 6x - (4x^2 + 9 - 12x)$$

$$E = -4x^2 - 4x^2 + 10x + 6x + 12x - 15 - 9$$

$$E = -8x^2 + 28x - 24$$

2) تحليل E.

$$E = (2x - 3)(5 - 2x) - (2x - 3)^2$$

$$E = (2x - 3)[(5 - 2x) - (2x - 3)]$$

$$E = (2x - 3)(5 - 2x - 2x + 3)$$

$$E = (2x - 3)(8 - 4x)$$

3) حل المعادلة : $(2x - 3)(-4x + 8) = 0$.

$(2x - 3)(-4x + 8) = 0$ فإنّ :

إمّا : $2x - 3 = 0$ ومنه: $2x = 3$ أي: $x = \frac{3}{2}$

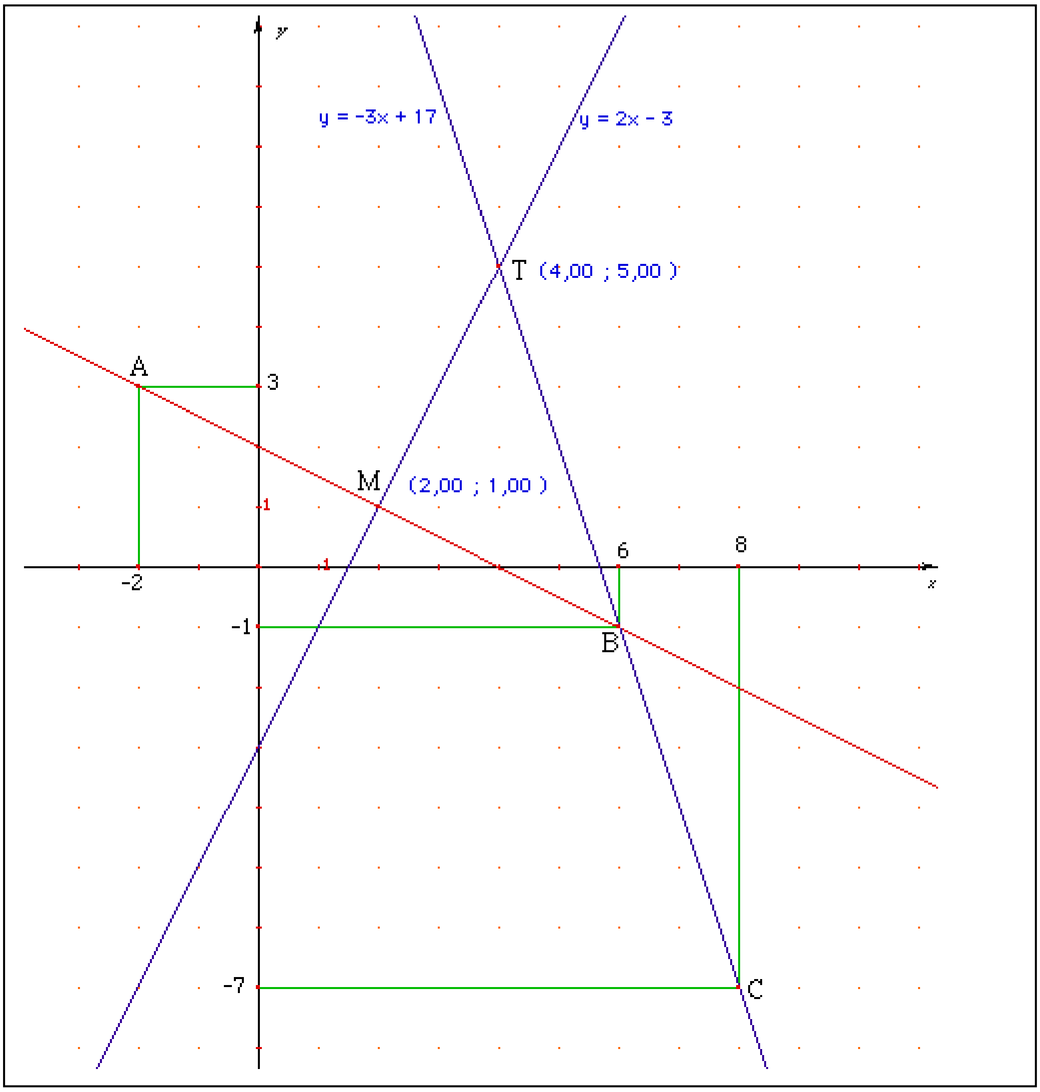
أو : $-4x + 8 = 0$ ومنه : $4x = 8$ أي : $x = \frac{8}{4} = 2$

حل المسألة:

البحث عن الكنز.

الجزء الأول:

1) تعليم النقط A, B و C في المعلم $(O, \vec{I}, \vec{J})$:



لتكن m معامل توجيه (AB) :

$$m = \frac{Y_B - Y_A}{X_B - X_A} = \frac{-1-3}{6-(-2)} = \frac{-4}{8} = -\frac{1}{2}$$

معامل توجيه المستقيم (AB) هو العدد $\frac{-1}{2}$.

3) حساب إحداثيي M منتصف $[AB]$:

M منتصف $[AB]$ فإنّ :

$$x_M = \frac{x_A + x_B}{2} = \frac{-2+6}{2} = \frac{4}{2} = 2 \; ; \; y_M = \frac{y_A + y_B}{2} = \frac{3+(-1)}{2} = \frac{2}{2} = 1$$

فإحداثيا M هما : $(2\,;\,1)$ **.**

4) التبيان أنّ معادلة محور [AB] هي : $y = 2x - 3$:

معادلة محور $[AB]$ هي من الشكل : $y = mx + p$ حيث m هو معامل توجيه و p هو الترتيب إلى المبدأ.

محور القطعة [AB] عمودي على المستقيم (AB)

بما أنّ المستقيمان(AB) و هذا المحور متعامدان ، إذن جداء معاملي توجيههما هو 1- فيكون :

$m \times \left(-\frac{1}{2}\right) = -1$ ومنه : $m = 2$ أي معادلة المحورهي $y = 2x + p$ يبقى أن نحسب p .

من جهة أخرى : هذا الحور يشمل $M(2\,,1\,)$ فإحداثيي M تحقق معادلة هذا المحور .

فنجد : $1 = 2 \times 2 + p$ ومنه : $p = 1 - 4 = -3$

إذن معادلة محور القطعة $[AB]$ هي $\mathbf{y = 2\,x - 3}$.

5 - تعيين معادلة المستقيم (BC):

معادلة المستقيم (BC) هي من الشكل $y = mx + p$.

لنبحث عن معامل التوجيه حيث نعلم من هذا المستقيم نقطتان هما C و B .

$$m = \frac{y_C - y_B}{x_C - x_B} = \frac{-7 - (-1)}{8 - 6} = \frac{-6}{2} = -3$$

إحداثيا B (او C)يحققان معادلة (BC) إذن : $-1 = -3 \times 6 + p$ أي : $p = -1 + 18 = 17$

معادلة المستقيم (BC) هي : $\mathbf{y = -3x + 17}$.

6)حساب إحداثيي T نقطة تقاطع (BC) مع المستقيم المعرف بالمعادلة: $y = 2x - 3$:

للقيام بذلك نحل جملة معادلتي هذين المستقيمين :

$$\begin{cases} y = -3x + 17 \\ y = 2x - 3 \end{cases}$$

من المعادلتين نجد :

$$-3x+17=2x-3$$
$$-3x-2x=-3-17$$
$$-5x=-20$$
$$x=\frac{-20}{-5}$$
$$x=4$$

بتعويض x بقيمته في إحدى المعادلتين مثل $y = 2x-3$ نجد

$$y = 2\times 4 - 3$$
$$y = 8 - 3$$
$$y = 5$$

إحداثيي النقطة T هما .(4 ; 5).

الجزء الثاني :

1) الشرح لماذا النقطة T تمثل موقع الكنز على المخطط.

T من المستقيم **(BC)** ، إذن T تقع على إستقامية مع النقطتين B و C اللتان تمثلان القرية و القصر على الترتيب .

من جهة أخرى T من محور القطعة $[AB]$ فهي متساوية المسافة عن النقطتين A و B اللتان تمثلان كلا على حدة القريتين A و B.

إذن **T** تمثل موقع الكنز.

2) حساب AT، واستنتاج بتقريب 1 m المسافة الحقيقية بين القرية A والكنز.

$$AT=\sqrt{(x_T-x_A)^2+(y_T-y_A)^2}$$
$$AT=\sqrt{(4-(-2))^2+(5-3)^2}$$
$$AT=\sqrt{(4+2)^2+(5-3)^2}$$
$$AT=\sqrt{6^2+2^2}$$
$$AT=\sqrt{36+4}$$
$$AT=\sqrt{40}$$
$$AT\approx 6,3245...$$

نعلم أنّ الوحدة على المخطط هي 1 cm وتوافق 120 m في الحقيقة .

إذن : المسافة الحقيقية هي : $6,3245\times 120 = 758,94$.

فالمسافة الحقيقية بين القرية A و الكنز هي حوالي **$759m$**.

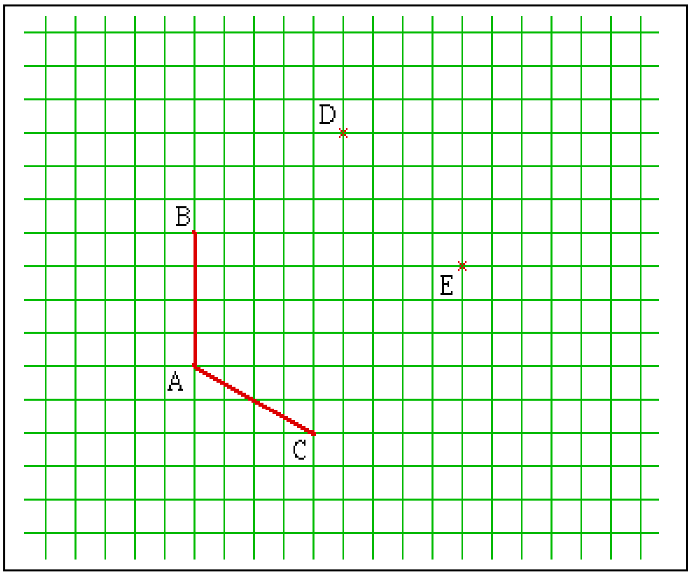
شهادة التعليم المتوسط Brevet des collèges 1996

أكاديميات Créteil, Paris, Versailles:

الأنشطة الهندسية :

التمرين الأوّل :

حدّد النقط P, T و M حيث : $\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$; $\overrightarrow{EP} = \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AC}$; $\overrightarrow{DT} = \overrightarrow{AC}$



التّمرين الثّاني :

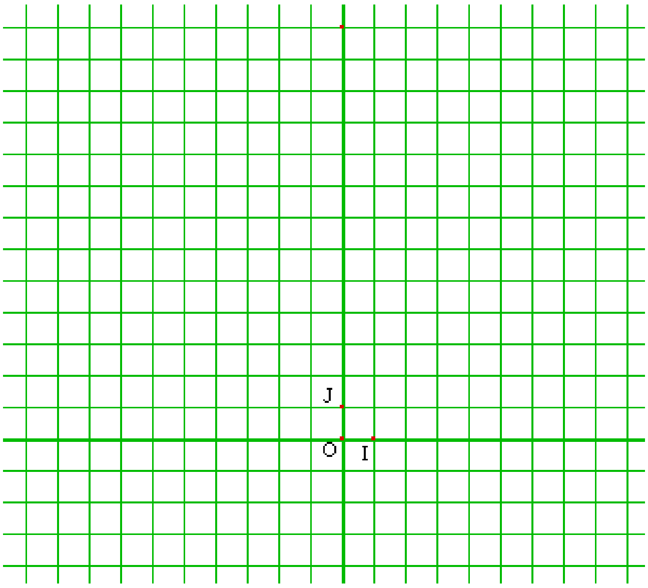
المستوي منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O, \vec{I}, \vec{J})$.

1) عيّن النقطتين $A(-3; 4)$ و $B(2, 7)$.

أجب مع التّبرير عن الأسئلة الآتية :

2) أحسب إحداثيي الشعاع $\overrightarrow{AB}$

3) أحسب المسافة AB.



التّمرين الثالث :

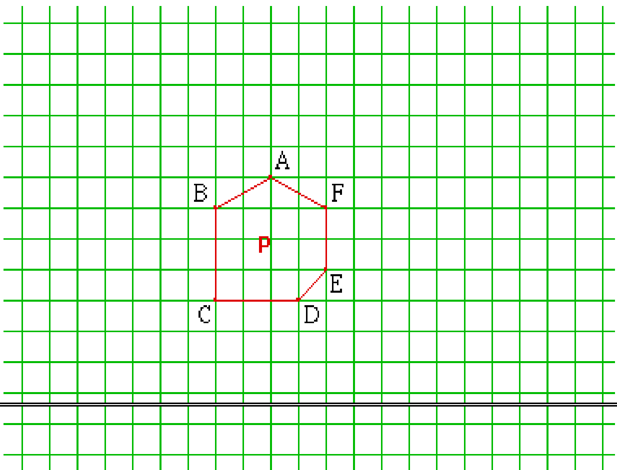
ليكن المضلع ABCDEF الذي نرمز له بالرمز **P**.

أرسم على هذا الشكل

أ - P_1 صورة P بالتناظر المحوري الذي محوره المستقيم (E

ب - P_2 صورة P بالتناظر المركزي الذي مركزه النقطة C.

ج - P_3 صورة P بالانسحاب الذي شعاعه $\overrightarrow{CA}$.



الأنشطة الهندسية :

التّمرين الأوّل :

أحسب وبسط : $A = \frac{13}{14} - \frac{1}{15} \times \frac{10}{7}$.

التّمرين الثّاني :

أحسب B و C ، بإعطاء النتيجة على الشكل : $m\sqrt{p}$ ، حيث m و p أعداد ناطقة وp أصغر ما يمكن .

$B = 7\sqrt{15} \times 2\sqrt{35} \times \sqrt{3}$ ، $C = (2 - 3\sqrt{5})(15 + 2\sqrt{5})$

التّمرين الثّالث:

حلل العبارة : $D = (2x + 1)^2 - 64$

التّمرين الرّابع :

حل المعادلة : $(5x + 4)(3 - 2x) = 0$

التّمرين الخامس :

عمر يريد أن يهدي باقة أزهار لصديقه ، عرض عليه بائع الأزهار ما يلي :

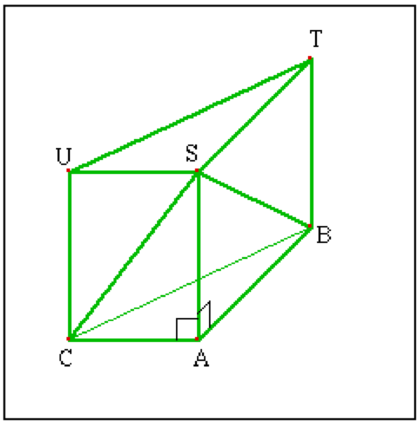
- باقة مشكلة من 8 أزهار سوسن و5 ورود بثمن إجمالي 142 دج

- باقة مشكلة من 5 أزهار سوسن و 7 ورود بثمن إجمالي 143 دج .

أحسب ثمن زهرة السوسن الواحدة و ثمن الوردة الواحدة.

ملاحظة : التحقق من الحل يكون مدونا على ورقة الإجابة .

المسألة :



$STUABC$ مجسم قائم ، حيث SABC هرم قاعدته مثلث ،

تعطى الأطوال بالسنتيمتر ، $AC = 4.5\,,\ AB = 6\ ,BC = 7.5$

$SB = 7$.

1 - أنشر الهرم $SABC$ (مع ترك أثر الرسم)

2)الحسابات تكون مبررة فيما يلي :

أ - أحسب SA ارتفاع الهرم ، أعط القيمة المضبوطة.

ب - أحسب قيس الزاوية $\widehat{ASB}$ بالتّدوير إلى الدّرجة .

ج - برهن أنّ ABC مثلث قائم .

د ـ أحسب مساحة القاعدة ABC ، ثمّ حجم الهرم SABC بالتدوير إلى $1\ cm^3$.

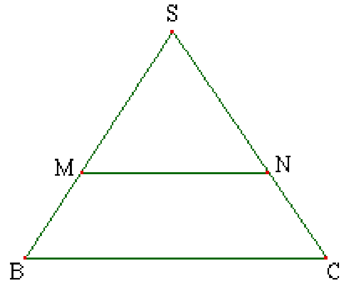
هـ ـ نضع النقطة M على الحرف [SB] والنقطة N على الحرف [SC]

حيث يكون المستقيمان (MN) و (BC) متوازيان

وبحبث SM = 4,2) الشكل المقابل يوضح الأمر لكنه غير مرسوم

بالأبعاد الحقيقية)

أحسب طول القطعة .[MN].



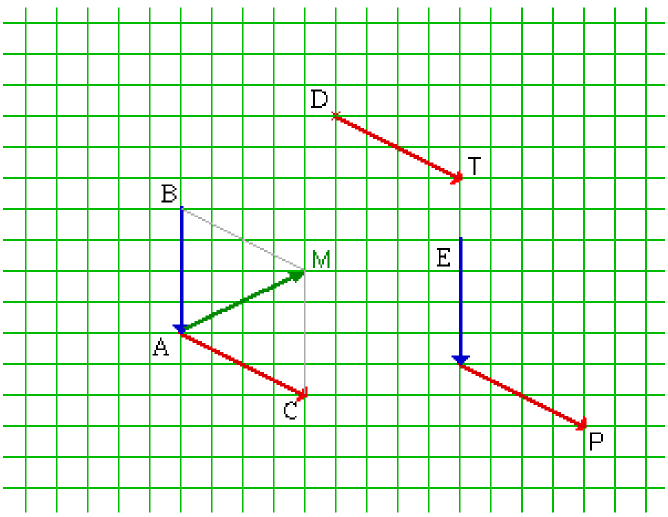
لـحـل ّلبعض التمارين

لأنشطة الهندسية :

التمرين الأوّل :

تحديد النقاط P, T و M حيث :

$\overrightarrow{DT} = \overrightarrow{AC}$; $\overrightarrow{EP} = \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AC}$; $\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$

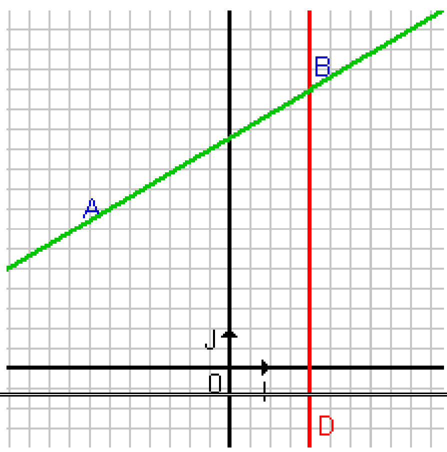


التّمرين الثاني:

1)تعيين النقطتين : A (-3; 4) وB (2; 7).

2) حساب إحداثيي $\overrightarrow{AB}$:

$\overrightarrow{AB}\begin{cases} x_B - x_A \\ Y_B - Y_A \end{cases}$ ومنه : $\overrightarrow{AB}\begin{cases} 2-(-3) = 5 \\ 7-4 = 3 \end{cases}$



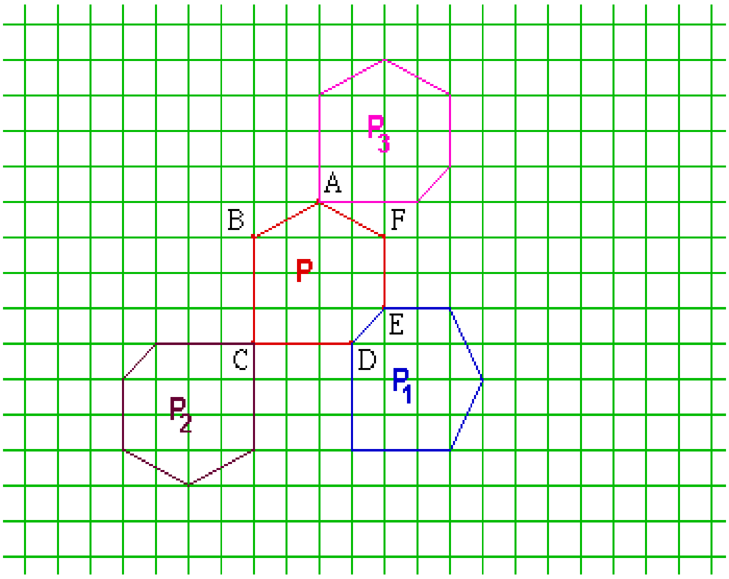
أي: $\overrightarrow{AB}\begin{cases}5\\3\end{cases}$

3)حساب المسافة AB:

$$AB = \sqrt{(x_b - x_a)^2 + (y_B - y_A)^2} = \sqrt{(2-(-3))^2 + (7-4)^2} = \sqrt{5^2+3^2} = \sqrt{25+9} = \sqrt{34}$$

التّمرين الثالث :

الرسم على هذا الشكل :



الأنشطة العددية :

التمرين الأوّل:

حساب ثمن زهرة السوسن:

المعادلة الموافقة للعرض الأول هي : 8x + 5y = 142 أم المعادلة الموافقة للعرض الثاني .5x + 7y = 143

سنحل الجملة الآتية : $\begin{cases}8x+5y=142\\5x+7y=143\end{cases}$ وذلك بعزل المجهول x من المعادلة الثانية .

$$x = (143-7y) \div 5 = 28.6 - 1.4y$$

نعوض في المعادلة الأولى نجد :

$$8(28.6 - 1.4y + 5y = 142$$

$$228.8 - 11.2y + 5y = 142$$

$$11.2y - 5y = 228.8 - 142$$

$$6.2y = 86.8$$

ومنه : $y = 86.8 \div 6.2 = 14$

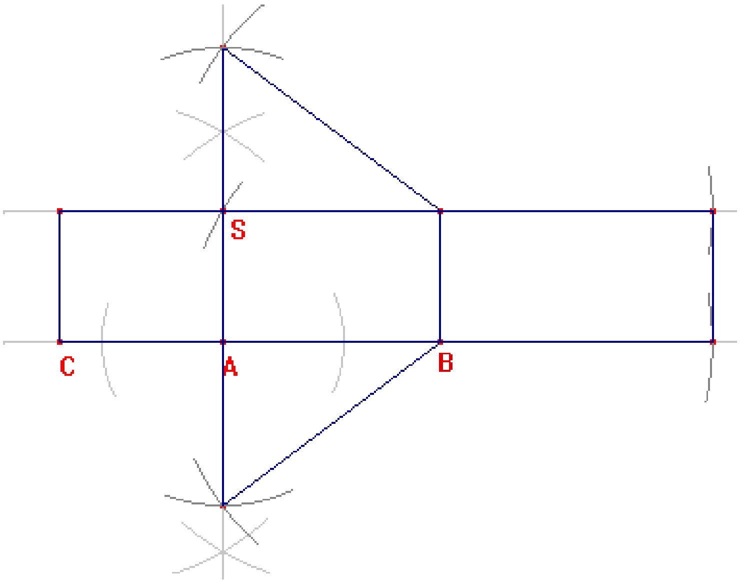
$x = 28,6 - 1,4\ y$
$x = 28,6 - 1,4 \times 14$
$x = 28,6 - 19,6$
$x = 9$

إذن ثمن زهرة السوسن هو 14 دج و ثمن زهرة الورد : 9 دنانير.

حل المسألة:

1 - نشر الهرم SABC:

الرسم مرسوم بتصغير 1/2



2- أ - حساب القيمة

المضبوطة للارتفاع SA

المثلث SAB قائم ، فحسب نظرية

فيثاغورث نجد :

$SA^2 + AB^2 = SB^2$ إذن : $SA^2 = SB^2 - AB^2 = 7^2 - 6^2 = 49 - 36 = 13$; $SA = \sqrt{13}$

ب - حساب قيس الزاوية $\widehat{ASB}$ بالتدوير إلى الدرجة.

ليكن $\propto$ قيس الزاوية $\widehat{ASB}$ ،

$$\sin \propto = \frac{AB}{SB} = \frac{6}{7} = 0.857$$

لدينا $\sin 58° \approx 0,848$; $\sin 59° \approx 0,857$; $\sin 60° \approx 0,866$

ومنه : قيس الزاوية $\widehat{ASB}$ هو حوالي $59°$.

ج - برهان أن المثلث ABC قائم :

حسب النظرية العكسية لنظرية فيثاغورث كي يكون المثلث ABC قائما في A يكفي أن يكون $AB^2 + AC^2 = AC^2$.

$AB^2 + AC^2 = 6^2 + 4,4^2 = 36 + 20,25 = 56,25$

$BC^2 = 7,5^2 = 56,25$

وبالتالي : $AB^2 + AC^2 = AC^2$ و **المثلث ABC قائم في A.**

د ـ حساب مساحة قاعدة ABC ، ثم حجم الهرم SABC،

مساحة القاعدة هي : $\frac{AB\times AC}{2} = \frac{6\times 4.5}{2} = \mathbf{13.5cm^2}$

حجم الهرم هو: جداء مساحة القاعدة (ABC)و الارتفاع على 2

أي : $13,5 \times 4,5 : 2 = 60,75 : 2 = 30,375\ cm^3$

وبالتدوير إلى cm^3 يكون حجم الهرم حوالي **$30\ cm^3$**.

هـ ـ حساب طول القطعة .[MN]

باستعمال نظرية طالس : لدينا $\frac{SM}{SB} = \frac{SN}{SC} = \frac{MN}{BC}$

ومنه : $\frac{4,2}{7} = \frac{SN}{SC} = \frac{MN}{7,5}$

ونجد : $MN \times 7 = 4,2 \times 7,5 = 31,5\ ;\ MN = 31,5 : 7 = 4,5$

أي : **MN** هو **4,5 cm**.

شهادة التعليم المتوسط Brevet des collèges 1996

أكاديمية ليون Lyon

الأنشطة الهندسية :

التّمرين الأوّل:

1)أنشئ مثلثا حيث $KI = 6,4\ cm.\ \ JK = 8\ cm\ \ ;\ IJ = 4,8\ cm$

2)برهن أنّ المثلث IJK قائم .

3) احسب قيس الزاوية $\widehat{IJK}$ بالتّدوير إلى الدرجة.

الأنشطة العددية :

التّمرين الأوّل :

احسب واكتب على شكل كسر غير قابل للإختزال وبالتّفصيل العددين B, A حيث :

$$A = 3 - 3 : \frac{9}{2}\ ;\ B = \frac{10^{-8} \times 0,7 \times 10^{12}}{21 \times 10^3}$$

التّمرين الثاني :

في مطعم دفعت عائلة عمر 2240 دج مقابل ثلاث وجبات للكبار ووجبة واحدة للصغار ، أمّا عائلة علي فقد دفعت 1880 دج مقابل وجبتين للكبار و وجبتين للأطفال .

1) نرمز ب x لثمن وجبة الكبار الواحدة وبالرمز y لثمن وجبة الأطفال الواحدة، أكتب جملة المعادلتين التي تمكننا من حساب ثمن كل من وجبة الكبار وثمن وجبة الصغار .

2) حل هذه الجملة .

3) أعط ثمن وجبة الكبار وثمن وجبة الصغار .

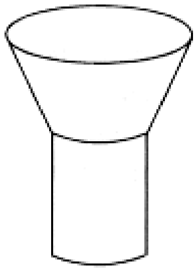


Figure 1

المسألة :

الجزء الأوّل : خزان الماء .

خزان ماء (الشكل 1)على شكل اسطوانة يعلوها جزء من مخروط ممثل على الشكل 2 بخط خشن .

المخروط بارتفاع SO قطع بمستوي مواز للقاعدة مرورا بالنقطة I.

نعطي $SO = 8,1\ m$ و $SB = 13,5\ m$.

نذكر بأن حجم الهرم الذي مساحة قاعدته B وارتفاعه h يعطى بالعلاقة

$V = \frac{1}{3} B . h$.

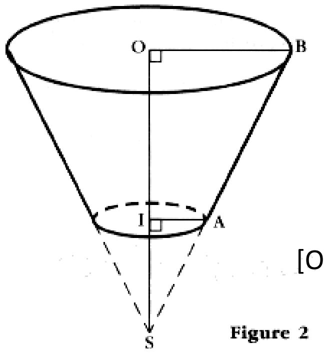


Figure 2

1) أ - بيّن أنّ $OB = 10,8\ m$.

ب ـ أحسب حجم المخروط الذي رأسه (قمته) S وقاعدته القرص الذي نصف قطره:[OB]

دوّر النتيجة إلى m^3 .

2)نعطي $SI = 3,6\ m$.

أ ـ بملاحظة أن المستقيمين (IA) و (OB)، احسب IA و SA

ب ـ احسب حجم المخروط الذي رأسه S وقاعدته القرص الذي نصف قطره [IA]

، دور النتيجة إلى m^3.

3)أحسب حجم الجزء من المخروط الممثل في الشكل 2 بخط خشن .

الجزء الثاني : فاتورة الماء .

في فترة 5 أشهر (150 يوما)، تحسب فاتورة الماء بالطريقة الآتية : 70 دج للاشتراك و 11 دج للمتر المكعب الواحد المستهلَك.

1) خلال هذه الفترة (5أشهر) استهلكت عائلة سي حسن $74\ m^3$ من الماء ، أحسب قيمة فاتورة الماء لهذه العائلة .

2) أ ـ أما عائلة سي امحمد فقد دفعت فاتورة قيمتها 1126 دج خلال نفس الفترة .ما هي كمية الماء المستهلك لهذه العائلة؟

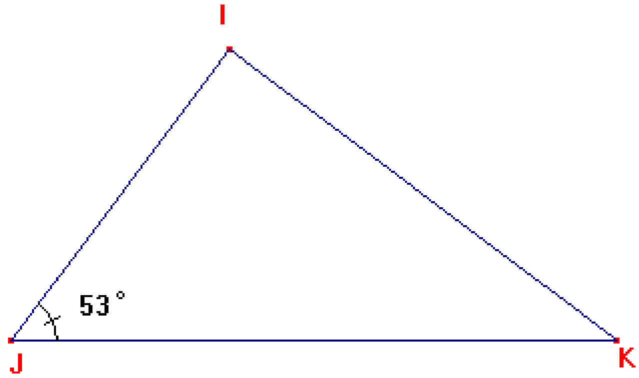
ب ـ خلال الفترة الموالية أرادت عائلة سي امحمد تخفيض استهلاكها للماء بنسبة 10% ، ماهي النسبة المئوية للتخفبض في قيمة فاتورة الماء ؟ دوّر إلى الجزء من العشرة.,

الحـلّ لبعض التمارين

الأنشطة الهندسية :

التّمرين الأول :

1) إنشاء مثلث IJK حيث $IJ = 4,8\ cm$; $JK = 8\ cm$ و $KI = 6,4\ cm$.



2) برهان انّ المثلث IJK قائم :

$IJ^2 = 4{,}8^2 = 23{,}04$; $KI^2 = 6{,}4^2 = 40;96$; $JK^2 = 8^2 = 64$

ومنه : $64 = 40{,}96 + 23{,}03$ أي : $JK^2 = IJ^2 + IK^2$

فحسب نظرية فيثاغورث،ةالمثلث IJK قغائم في I.

3) حساب قيس الزاوية $\widehat{IJK}$ بالتدوير إلى الدرجة.

بفرض $\propto$ قيس الزاوية$\widehat{IJK}$ فإنّ : $sin \propto = \frac{IK}{JK} = \frac{6.4}{8} = 0.8$

لدينا : $\sin 54° \approx 0{,}809$; $\sin 53° \approx 0{,}798$ ، فقيس $\widehat{IJK}$ هو حوالي **$53°$**.

الأنشطة العدديّة :

التّمرين الأول :

الحساب و وضع النتيجة على شكل كسر غير قابل للإختزال .

$$A = 3 - 3 : \frac{9}{2} = 3 - 3 \times \frac{2}{9} = 3 - \frac{3 \times 2}{9} = \frac{3 \times 9}{9} - \frac{3 \times 2}{9} = \frac{3 \times 9 - 3 \times 2}{3 \times 3} = \frac{9 - 2}{3} = \frac{7}{3}$$

$$B = \frac{10^{-8} \times 0{,}7 \times 10^{12}}{21 \times 10^3} = \frac{10^{-8} \times 7 \times 10^{-1} \times 10^{12}}{21 \times 10^3} = \frac{7 \times 10^{12+1-8}}{3 \times 7 \times 10^3} = \frac{7 \times 10^3}{3 \times 7 \times 10^3} = \frac{1}{3}$$

التمرين الثاني :

1) كتابة الجملة التي تسمح بإيجاد ثمن الوجبتين

$\begin{cases} y = 224 - 3x & \text{(1 المعادلة)} \\ & \end{cases}$ أو $\begin{cases} 3x + y = 224 \\ \end{cases}$ أو $\begin{cases} y = 224 - 3x & \text{(1 معادلة)} \\ x + y = 94 & \text{(2 معادلة)} \end{cases}$

المعادلة 2) $x + y = 94$ $\qquad$ $2x + 2y = 188$

2) حل الجملة :

$$
\begin{aligned}
x + y &= 94 \\
x + 224 - 3x &= 94 \\
-2x + 224 &= 94 \\
-2x &= 94 - 224 \\
-2x &= -130 \\
x &= \frac{-130}{-2} \\
X &= 65
\end{aligned}
$$

نعوض في المعادلة الأولى نجد : $y = 224 - 3 \times 65 = 224 - 195 = 29$

3) ثمن وجبة الكبار وثمن وجبة الصغار:

ثمن وجبة الكبار هو**65 دج** ، وثمن وجبة الصغار هو **29 دج .**

حل المسألة :

الجزء الأول:

1) أ ـ نبين أن : $OB = 10,8\ m$

SOB مثلث قائم في O فإن: $OB^2 + OS^2 = SB^2$ إذن :

$OB^2 = SB^2 - SO^2 = 13,5^2 - 8,1^2 = 182,25 - 65.61 = 116.64$

ومنه : $OB = \sqrt{116,64} = 10,8$

أي : $OB = 10.8m$

ب ـ حساب حجم المخروط الذي رأسه S وقاعدته القرص الذي نصف قطره [OB]

مساحة القاعدة : $\pi R^2 = \pi \times OS^2 = 116.64\pi$

فحجم المخروط : $V = \frac{1}{3} \times 116.64\pi \times 8.1 = 314.928\pi \approx 989m^3$

2) أ ـ بملاحظة أن : $(OB)//(IA)$ ، نحسب IA و SA:

في المثلث SOB، $(OB) \backslash\backslash (IA)$ فحسب نظرية طالس نجد : $\frac{IA}{OB} = \frac{AS}{BS} = \frac{IS}{OS}$

بالتعويض نجد : $\frac{IA}{10.8} = \frac{AS}{13.5} = \frac{3.6}{8.1}$

إذن : $IA = \frac{3.6 \times 10.8}{8.1} = 4.8$

من جهة أخرى : $SA = \frac{13.5 \times 3.6}{8.1} = \frac{48.6}{8.1} = 6$

أي : $SA = 6$ و $IA = 4.8$

ب ـ حساب حجم المخروط الذي قمته S وقاعدته القرص الذي نصف قطره [IA].

مساحة القاعدة : $\pi \times (IA)^2 = \pi \times 4,8^2 = \pi \times 23,04$

أما الحجم : $V = \frac{1}{3} 23.04 \times \pi \times IS = \frac{23.04}{3} \times 3.6 \times \pi = 27.648 \times \pi \approx 87m^3$

3) حساب حجم الجزء من المخروط الممثل في الشكل 2 بخط خشن.

V = 989 - 87 = **902 m³**

الجزء الثاني :

1) حساب قيمة فاتورة الماء لعائلة سي حسن :

70 + 74 x 11 = **884DA**

2) أ ـ كمية الماء الذي استهلكته عائلة سي امحمد

(1126 - 70) : 11 = 1056 : 11 = **96 m³**

ب ـ النسبة المئوية للتخفيض في قيمة الفاتورة لعائلة سي امحمد:

لدينا قيمة التخفيض في إستهلاك الماء هي : $96 \times 10\% = 9.6\text{m}^3$

فأصبحت الماء الذي استهلكته هذه العائلة في الفترة الموالية : $96 - 9.6 = 86.4\text{m}^3$

فأصبحت قيمة الفاتورة الجديدة : $70 + 86.4 \times 11 = 1020.40DA$

لإذن التخفيض في الفاتورة هو : 1126 - 1020,40 = 105,6 ; 105,6 : 1126 ≈ 0,094

أي : $0.094 = \frac{9.4}{100}$ = **9,4 %.**

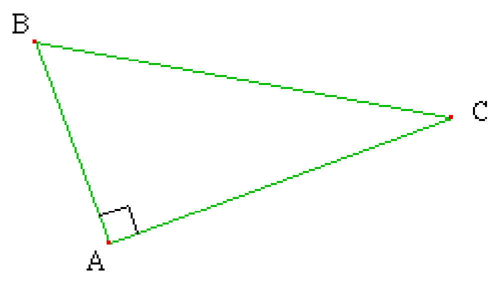
شهادة التعليم المتوسط Brevet des collèges 1997

أكاديمية قرونوبل Grenoble

الأنشطة الهندسية :

التمرين الأوّل :

وحد الطول هي السنتيمتر ، وحدة المساحة هي السنتيمتر المربع ، نعتبر الشكل الآتي :



حسب الشكل : المثلث ABC قائم في A ، $AB = 3.6$ ، $BC = 6$

1) أحسب قيس الزاوية $\widehat{ACB}$, (بالتدوير إلى الدرجة)
2) أحسب AC.
3) أحسب مساحة المثلث ABC.
4) لتكن H مسقط النقطة Aعلى المستقيم (BC)، عبر عن مساحة المثلث ABC بواسطة AH.
5) إستنتج AH

المسألة :

الجزءان منفصلان .

الجزء الأوّل :

يزرع فلاح القمح ، ثم ينتج منه بنفسه دقيقا . كي يُحسّن مدخوله قرر أن يصنع خبزا تقليديا في الأسبوع مرّة واحدة حيث يبيعه بثمن 23 دج للكيلوغرام الواحد ، نفقاته في كل شهر هي 2600 دج حيث يضيف لها 3 دج للكيلوغرام الواحد من الخبز الذي ينتجه .

أ -) في شهر جوان باع هذا الفلاح 200كيلوغراما من الخبز.

1) أ ـ ما هو دخل هذا الفلاح؟

ب ـ ما هي مصاريف هذا الفلاح؟

2) هل ربح ؟ إذا كان نعم ما هي قيمة الربح؟

ب -) نسمي x كمية القمح بالكيلوغرام ، والمباع خلال شهر واحد.نضع r(x) قيمة دخل هذا الفلاح و d(x) قيمة التكاليف خلال نفس الشعر.

1)عبّر عن r (x) و d (x) بدلالة x.

2) حل المتراجحة $d(x) < r(x)$. كيف يمكن أن يفسر الفلاح النتيجة المحصل عليها ؟

3)أحسب وزن الخبز الذي لابد أن يبيعه الفلاح في شهر كي يربح 2000 دج .

4) المستوي مزود بمعلم متعامد ومتجانس . كل1 cm على محور الفواصل تمثل 20 kg ، و كل 1 cmتمثل 400 دج .

أ ـ نرمز ب (D_1) للمستقيم المعرف بالمعادلة : y = 23 x و بالرمز : (D_2) للمستقيم المعرف بالمعادلة y = 3 x + 2600.

أرسم المستقيمين (D_1) و (D_2) .

ب ـ أوجد بيانيا نتائج السؤال **ب -)** 2) .

الجزء الثاني :

خبازنا التقليدي هذا يصنع خبزه باليد في إناء خشبي$ABCDHGFE$

هو على شكل جزء من هرم قاعدته مستطيل (انظر الشكل) ، حيث الأبعاد هي كالآتي :

OK = 0,40 m ; AB = 0,90 m ; BC = 1,50 m.

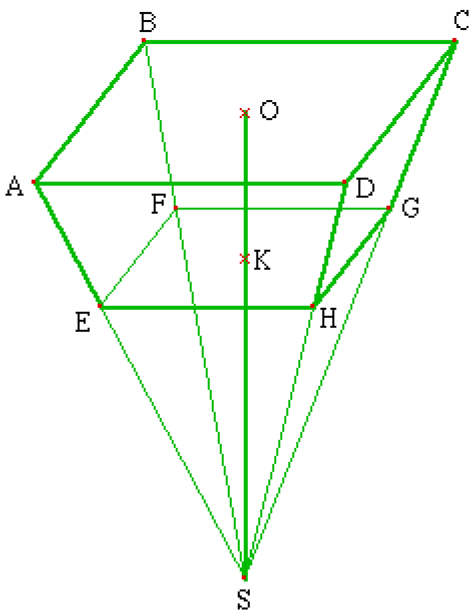
نعطي : OS = 2 m.

1) أحسب V_1 حجم الهرم SABCD.

2) الهرم الصغير SEFGH هو تصغير للهرم الكبير SABCD.

نقبل أن معامل التصغير هو 0.8 .

أ ـ أحسب V_2 حجم الهرم الصغير SEFGH.



ب ـ إستنتج V_3 حجم الإناء الذي يستعمله الفلاح في صنع خبزه.

3) أقصى ما يمكن ملء به هذا الإناء هو 85% من حجمه . ما هي كمية العجين الذي يمكن أن يحضرها هذا الفلاح في المرّة الواحدة؟

الحـــــل:

الأنشطة الهندسية :

التّمرين الأوّل :

1) حساب قيس الزاوية : $\widehat{ACB}$ (بالتدوير إلى الدرجة)

المثلث ABC قائم في A ، فيمكن استعمال النسبة المثلثية :

$$SIN \ \alpha = \frac{\text{طول المقابل}}{\text{طول الوتر}}$$

$$\sin \widehat{ACB} = \frac{AB}{BC} = \frac{3,6}{6} = 0,6$$

باستخدام الحاسبة نجد: $\widehat{ACB} \approx 36,869$

وبالتدوير إلى الدرجة، قيس الزاوية $\widehat{ACB}$ هو بالتقريب **37°**.

2) حساب AC

باستعمال نظرية فيثاغورث نجد :

$$AB^2 + AC^2 = BC^2$$
$$AC^2 = BC^2 - AB^2$$
$$AC^2 = 6^2 - 3,6^2$$
$$AC^2 = 36 - 12,96$$
$$AC^2 = 23,04$$

ومنه : $AC = \sqrt{23.04}$ أو : $AC = -\sqrt{23.04}$

أي : $AC = 4.8$ أو : $AC = -4.8$

لكن الطول AC هو عدد موجب ، فيكون : $\boldsymbol{AC = 4.8\ cm}$

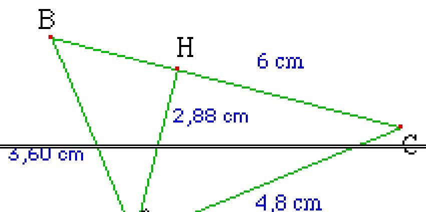
3) حساب مساحة المثلث ABC

لدينا $S = \frac{AB \times AC}{2} = \frac{3.6 \times 4.8}{2} = 8.64$

فمساحة المثلث ABC هي $\boldsymbol{8.64 cm^2}$.

4) التعبير بواسطة AH عن مساحة ABC .

$$\frac{BC \times AH}{2} = \frac{6 \times AH}{2} = 3\ AH$$



5) استنتاج AH.:

مساحة ABC حُسبت بطريقتين مختلفتين في السؤ الين

3 و 4 ،

فلدينا 3AH = 8,64 ومنه : $AH = \frac{8.64}{3}$

أي : AH = 2,88 فارتفاع **[AH]** هو $\mathbf{2.88\mathit{cm}}$.

حل المسألة :

الجزء الأول :

أ - 1) أ ـ في شهرجوان ، يبيع الفلاح 200kg من الخبز ، فالمدخول:

200 x 23 = 4 600

مدخول هذا الفلاح : 4600 دج .

ب ـ مصروف هذا الفلاح :

2 600 + 200 x 3 = 2 600 + 600 = 3 200

مصروف هذا الفلاح : 3200دج.

3) الربح أم الخسارة:

مدخول الفلاح أكبر من مصروفه ، فقد حقق هذا الفلاح ربحا هو :

4 600 - 3 200 = 1 400

ربح هذا الفلاح هو 1400 دج .

ب - 1) التعبير عن r (x) و d (x) بدلالة x:

r (x) = 23x ، d (x) = 2 600 + 3x

2)حل المتراجحة r (x) > d (x) ، كيف يمكن أن يفسر الفلاح هذه النتيجة؟

$$r(x) > d(x)$$
$$23x > 2600 + 3x$$
$$23x - 3x > 2600$$
$$20x > 2600$$
$$x > \frac{2600}{20}$$
$$x > 130$$

كي يحقق الفلاح مدخولا أكبر من المصروف أي كي يحقق ربحا لابد أن يبيع أكثر من $\mathbf{130\mathit{kg}}$.

3)حساب وزن الخبز الذي يبيعه الفلاح في شهر كي يربح 2000 دج

$$2000 = \text{مدخول} - \text{مصروف}$$

$$23x - (2600 + 3x) = 2000$$
$$23x - 2600 - 3x = 2000$$
$$20x = 2600 + 2000$$
$$20x = 4600$$
$$x = \frac{4600}{20}$$
$$x = 230$$

لابد أن يبيع هذا الفلاح 230kg من الخبز كي يربح 2000دج.

4)أ **-** رسم المستقيمين (D_1) و(D_2) المعرفين بالمعادلتين y = 23 x ، y = 3 x + 2600 على الترتيب **:**

لإنشاء (D_1) :

معادلة (D_1) هي من الشكل y = ax إذن (D_1) يمر من Oمبدأ المعلم

نبحث عن نقطة أخرى من (D_1) :

إذا كان : x = 100 فإنّ :y = 2300 ، فالمستقيم (D_1) يمر من (2300 ; 100) A.

لإنشاء (D_2):

معادلة (D_2) هي من الشكل y = ax + b :

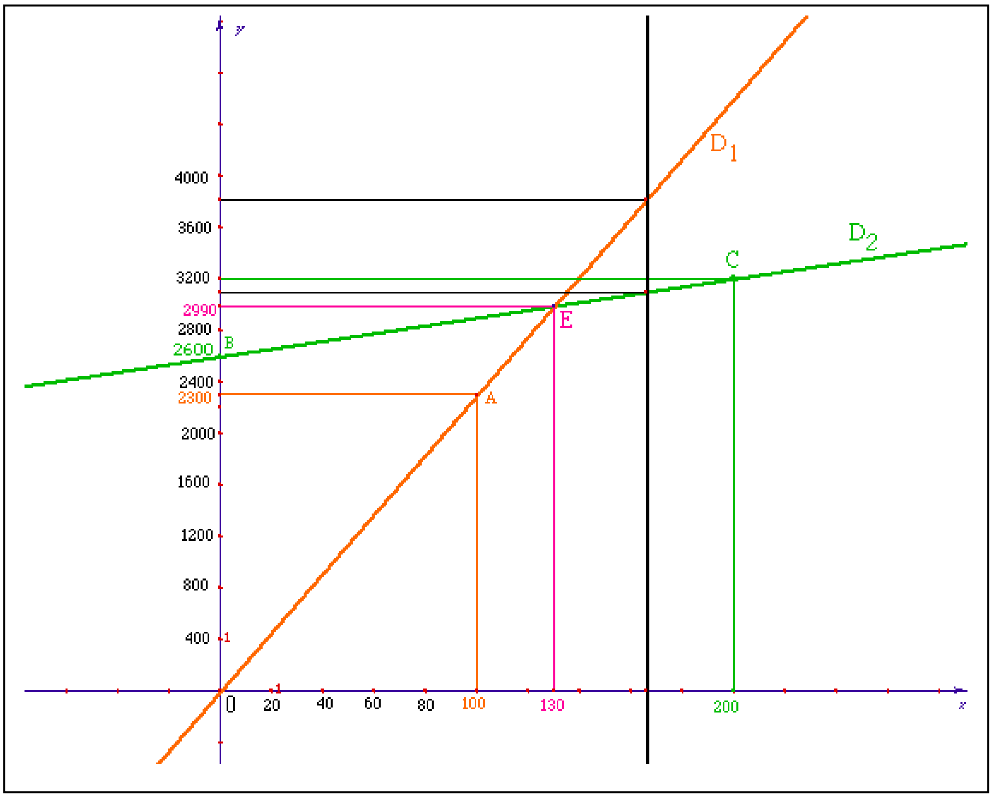
نبحث نقطتين من (D_2):

إذا كان : x = 0 فإنّ : y = 2600

وإذا كان : x = 200 فإنّ y = 3200

فالمستقيم (D_2) يشمل النقطتين (600 2 ; 0) B ، (3200 ; 200) C

التمثيل البياني :



ب ـ إيجاد من التمثيل البياني نتائج السؤال **ب - (** 2)

(D_1) يمثل دالة خطية ، (D_2) يمثل دالة تآلفية

نقطة تقاطع (D_1) و (D_2) تمثل التساوي بين المدخول و المصوف و هي النقطة $E(130\,,2990)$.

من أجل وزن أكبر من 130 kg ، المستقيم (D_1) يمر فوق المستقيم (D_2) ، إذن : المدخول سيكون أكبر من المصروف .و في هذه الحالة الفلاح يحقق ربحا. (أنظر التمثيل أعلاه)

الجزء الثاني :

1) حساب V_1 حجم العرم الكبير SABCD:

$$V_1 = \frac{\text{الارتفاع} \times \text{مساحة القاعدة}}{3}$$

$$V_1 = \frac{AB \times BC \times OS}{3} = \frac{0.9 \times 1.5 \times 2}{3} = \frac{0.9 \times 3}{3} = 0.9$$

حجم الهرم SABCD هو $0.9m^3$

2) أ - حساب V_2 حجم الهرم الصغير SEFGH

إذا كان التصغير هو 0,8 فإنّ :

$V_2 = 0,8^3 \times V_1 = 0,512 \times 0,9 = 0,4608$

فحجم الهرم الصغير هو $0.4392m^3$

ب - استنتاج حم الإناء الذي يستخدمه الفلاح في صنع الخبز:

حجم الإناء هو الفرق بين حجم الهرم الكبير وحجم الهرم الصغير.

$0,9 - 0,4608 = 0,4392$

فحجم الإناء هو : $0.4392m^3$

3) الكمية القصوى التي يمكن عجنها في المرة الواحدة:

$$\frac{85}{100} \times 0,4392 = 0,37332$$

يمكن عجن كحد أقصى $0,37332\ m^3$.

شهادة التعليم المتوسط Brevet des collèges 1997

أكاديمية نانت (Nantes)

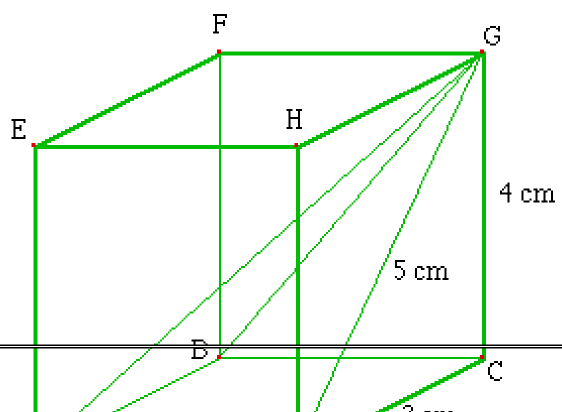
الأنشطة الهندسية :

التّمرين الأوّل :

ABCDEFG متوازي مستطيلات ، نعطي :

AD = DC = 3 cm ; GC = 4 cm; GD = 5 cm.

في الرسم المقابل الأبعاد غير محترمة .



1) احسب حجم الهرم GABCD معبرا عنه بال cm^3.

2) أ - أرسم بالأبعاد الحقيقية المثلث ADG القائم في D.

ب - أحسب قيس الزاوية $\widehat{AGD}$ من المثلث ADG بالتدو الدرجة .

ح - أحسب القيمة المضبوطة للطول AG ، ثم أعط القيم المدورة إلى المليمتير.

التمرين الثاني:

المستوي مزود بالمعلم $(O, \vec{I}, \vec{J})$، الوحدة هي السنتيمتر .

1 - أ - علّم النقطتين: $A(-2 ; 3), B(1 ; 6)$.

ب - أعط معادلة الميتقيم (AB) ، من دون تقديم التبريرات.

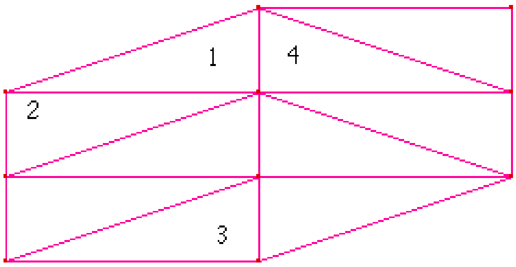
2) أرسم المستقيم (D) المعرف بالمعادلة $y = -2x + 1$ ، من دون تقديم تبريرات .

3) نعتبر النقطة $C(-14 ; 29)$ التي لا نطلب تعيينها على الرسم ، هل C تنتمي إلى المستقيم (D)؟

هل C من (D ؟، برر إجابتك.

التّمرين الثالث:

الشكل المقابل مشكل من مثلثات قائمة .



أنقل وأكمل الجمل الآتية ب:

- انسحاب
- دوران
- تناظر مركزي
- تناظر محوري

الجملة 1: المثلث 2 هو صورة المثلث 1 ب......................

الجملة 2 : المثلث 3 هو صورة المثلث 1 ب.....................

الجملة3 : الثلث 4 هو صورة المثلث 1 ب........................

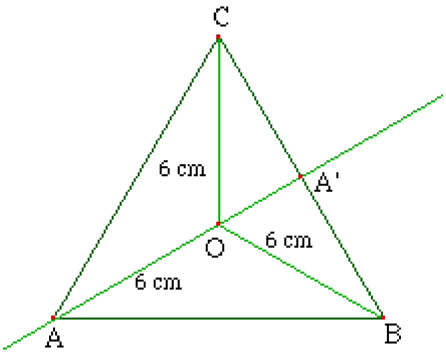
المسألة:

نعتبر المثلث المتقايس الأضلاع ABC.

المستقيمات (OA), (OB) و (OC) هي متوسطات المثلثABC .

الطول OB يساوي 6 cm ، المستقيم (OA) يقطع [BC] في 'A.

لا نطلب إعادة رسم الشكل.



1) برر أنّ قيس الزاوية $\widehat{OBA}$ هو $30°$.

2) أ - باستعمال $\sin \widehat{OBA}$، برهن أنّ $OA' = 3cm$.

ب - برهن أنّ: $BA' = 3\sqrt{3}cm$.

د - إستنتج الطول المضبوط للقطعة: [BC] .

3)لتكن E نقطة من القطعة [OC] حيث $OE = 2$ cm.

المسقيم الموازي للمستقيم (BC) يمر من النقطة E ويقطع [OB]في . .

أحسب الطولين : OF و EF.

4)برهنأن مساحة المثلث COB هي $9\sqrt{3}$ cm^2.

5) الدائرة المحيطة بالمثلث ABC تقطع المستقيم (AA') فيA وفي نقطة أخرى K.

برهن أنّ :الرباعي OBKC معيّن .

3)أحسب مساحة المعيّن OBKC.

الحـــــــل:

الأنشطة الهندسية :

التمرين الأوّل :

1) حساب حجم الهرم GABCD. بال cm^3:

قاعدة هذا الهرم مربع ، وارتفاعه GC.

أي : $V = \frac{\text{الارتفاع} \times \text{مساحة القاعدة}}{3}$

$$V = \frac{3 \times 3 \times 4}{3} = 3 \times 4 = 12$$

حجم الهرم GABCD هو $12\ cm^3$.

3) أ ـ الرسم بالأبعاد الحقيقية المثلث ADG القائم في D:

ب ـ حساب قيس الزاوية $\widehat{AGD}$ من المثلث ADG بالتدوير إلى الدرجة.

المثلث ADG قائم في D ، فينكن إستعمال النسب المثلثية.

$$\tan \widehat{AGD} = \frac{AD}{DB} = \frac{3}{5}$$

الآلة الحاسبة تعطي $\widehat{AGD} \approx 30{,}96$

قيس الزاوية $\widehat{AGD}$ المدور إلى الدرجة هو $31°$.

ج ـ حساب البقيمة المضبوطة للطول AG ، ثمّ إعطاء القيمة المدورة إلى المليمتر.

المثلث قائم في D ، فيمكن استعمال نظرية فيثاغورث

$$AG^2 = AD^2 + DG^2$$

$$AG^2 = 3^2 + 5^2$$

$$AG^2 = 9 + 25$$

$AG^2 = 34$ ومنه : $AG = \sqrt{34}$ أو $AG = -\sqrt{34}$

بما أن AG طول والطول هو عدد موجب فإنّ $AG = \sqrt{34}$

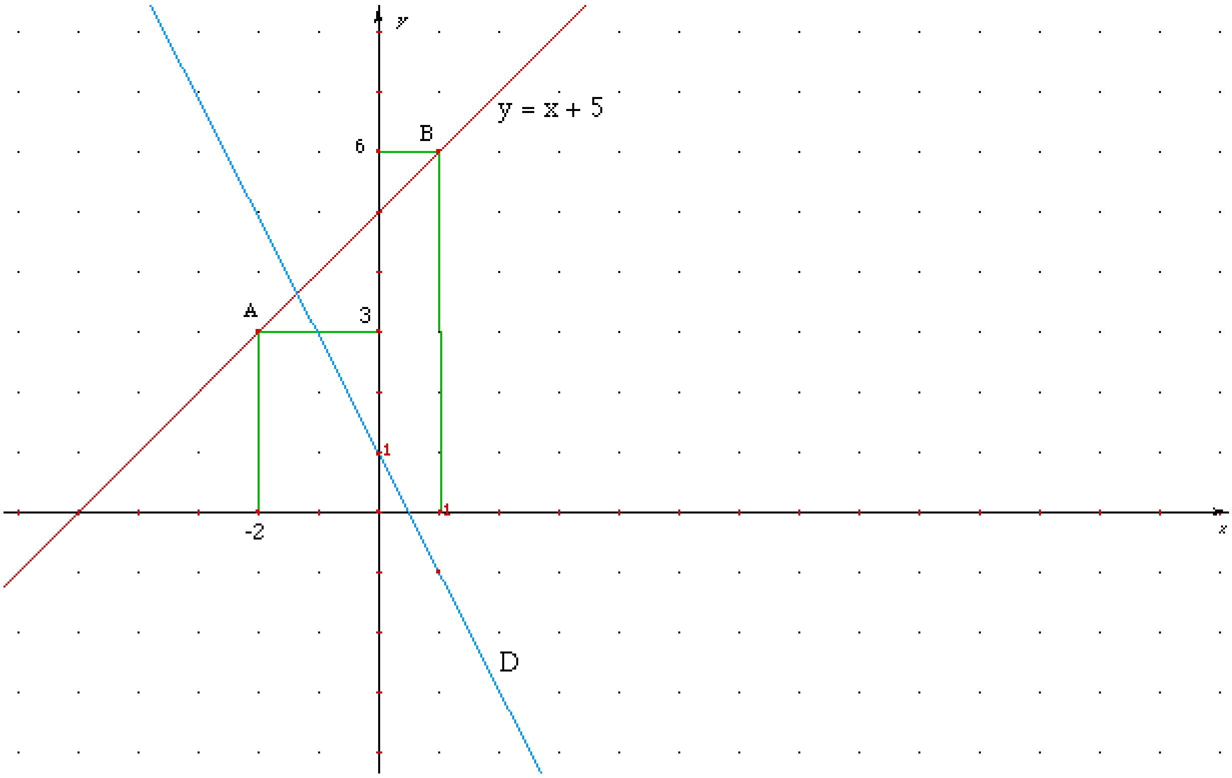
الآلة الحاسبة تعطي $AG \approx 5{,}830$

فالقيمة المدورة للطول AG إلى المليتر هي 5,8 cm.

التمرين الثاني:

(1 أ

ـ تعليم النقطتين A (-2 ; 3) ، B (1 ; 6)



ب ـ إعطاء معادلة (AB) ، بدون مبررات :

معادلة (AB) هي : $y = x + 5$.

2) رسم المستقيم (D) المعرف بالمعادلة $y = -2x + 1$ ، بدون مبررات
أنظر التمثيل البياني أعلاه.

3) تعيين النقطة $C(-14 ; 29)$.
انتماء النقطة C إلى (D) مع التبرير :

C تنتمي إلى (D) إذا حقق إحداثياها معادلة المستقيم (D).

لدينا $y = -2\times(-14) + 1 = 28 + 1 = 29$.
النقطة C من المستقيم (D) لأنّ إحداثياها حققا معادلة (D).

التّمرين الثالث :

نقل وإتمام الجمل :

الجملة 1:المثلث 2 هو صورة المثلث 1 بالتناظر المركزي أو بالدوران بزاوية 180°.

الجملة 2 :المثلث 3هو صورة المثلث 1 بالانسحاب .

الجملة 3 : المثلث 4 هو صورة المثلث1 بالتناظر المحوري .

حل المسألة:

1) ا

لتبرير أن قيس $\widehat{OBA}$ هو 30°:

المثلث ABC متقايس الأضلاع . المستقيم (OB) هو متوسط متعلق بالضلع $[AC]$. فهو أيضا منصف للزاوية المابلة لهذا الضلع.

إذن: (OB) هو منصف الزاوية $\widehat{ABC}$ التي قيسها $60°$ ، فينتج أنّ $\widehat{OBA} = 30^\circ$

2)أ ـ باستعمال $\sin \widehat{OBA'}$ نبرهن أنّ $OA' = 3cm$

[AA'] متوسط يتعلق بالقطعة [BC] ، إذن فهو عمود متعلق بهذه القطعة ، فيكون المثلث AA'B قائم في A'.

يمكن استعمال النسبة المثلثية : $\sin \propto = \frac{\text{طول المقابل}}{\text{طول الوتر}}$

ومنه : $\sin \widehat{OBA'} = \frac{OA'}{OB}$; $\frac{OA'}{6} = \sin 30°$ donc

أي : $OA' = 6 \times \sin 30° = 6 \times 0.5 = 3$

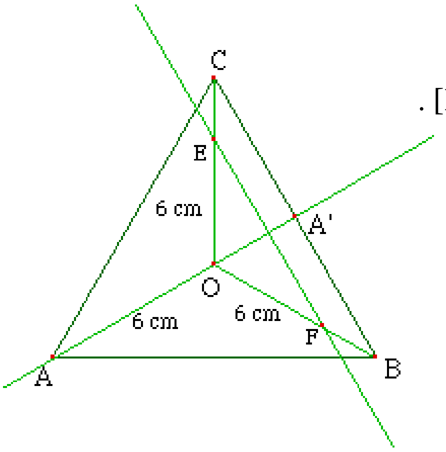
فطول القطعة [OA'] هو 3 cm.

ب - برهان أنّ : $BA' = 3\sqrt{3}cm$

في المثلث AA'B،

$\cos \widehat{OBA'} = \frac{BA'}{OB}$ أي : $\frac{BA'}{6} = \cos 30°$ ومنه : $BA' = 6 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 3\sqrt{3}$

فطول القطعة [BA'] هو $3\sqrt{3}$cm.



د ـ إستنتاج الطول المضبوط للقطعة [BC]

المستقيم (AA') متوسط للقطعة [BC] ، إذن : A' منتصف [BC] .

$BC = 2\ BA' = 2 \times 3\sqrt{3} = 6\sqrt{3}$

فطول القطعة [BC] هو $6\sqrt{3}$cm

3) حساب طولي [OF] و [EF]

في المثلث OCB:

- E تنتمي إلى الضلع[OC].

- F تنتمي إلى الضلع [OB].

- المستقيم (EF) يوازي حامل الضلع [BC]

باستعمال نظرية طالس نجد : $\frac{OE}{OC} = \frac{OF}{OB} = \frac{EF}{BC}$

$\frac{OE}{OC} = \frac{OF}{OB}$ ومنه : $\frac{4}{6} = \frac{OF}{6}$ أي : $OF = 6 \times \frac{4}{6} = 4$

$\frac{OE}{OC} = \frac{EF}{BC}$ ومنه : $\frac{4}{6} = \frac{EF}{6\sqrt{3}}$ أي : $EF = 6\sqrt{3} \times \frac{4}{6} = 4\sqrt{3}$

طول القطعة [OF] هو 4 cm أما طول القطعة [EF] فهو $4\sqrt{3}$cm .

4 ـ برهان أن مساحة COB هي $9\sqrt{3}cm^2$.

$$\frac{\text{مساحة القاعدة} \times \text{الارتفاع}}{2} = \frac{BC \times OA'}{2} = \frac{6\sqrt{3} \times 3}{2} = 9\sqrt{3}$$

مساحة المثلث COB هي $9\sqrt{3}cm^2$.

5 - برهان أن:الرباعي OBKC معين:

O نقطة تقاطع متوسطات المثلث ABC فالنقطة O هي مركز الدائرة المحيطة بالمثلث ABC

القطعة [OK] هي نصف قطر فنجد OK = 6 cm

بماأن : $OA' = 3$ cm و $A'K = 3$ cm

و:النقاط K, A', O على إستقامة واحدة فالنقطة A' هي منتصف.[OK]

قطرا الرباعي OBKC لهما نفس المنتصف.

فهو متوازي أضلاع، ولدينا $OC = OB$ فيكون **معينا**.

6 ـ حساب مساحة المعين OBKC:

يمكن الحساب بالطريقة الآتية:

$$\frac{\text{القطر الكبير} \times \text{القطر الصغير}}{2} = \frac{BC \times OK}{2} = \frac{6\sqrt{3} \times 6}{2} = 18\sqrt{3}$$

مساحة المعين هي $18\sqrt{3}$ cm^2.

شهادة التعليم المتوسط 1997 Brevet des collèges

أكاديميات Besançon, Lyon, Nancy-Metz, Reims, Strasbourg

المسألة:

الجزء الأول:

هيأ إسماعيل مخططا لغرفته بسلم $\frac{1}{100}$ ، إنّه مستطيل بطول $4,9$ cm و عرض هو 4 cm .

1) أحسب الأبعاد الحقيقية للغرفة .
2) أحسب المساحة الحقيقية للغرفة .

الجزء الثاني :

يريد عمر أن يشتري لارضية غرفته سجادا مساحته 20 m^2 ، فأخذ يسأل عن الأسعار عند محلين تجاريين مختصين في بيع السجاد و تنصيبه .

ـ يقترح المحل أ التنصيب مجانا .

ـ يقترح المحل ب تخفيضا ب20% ، مع إلزامية دفع تكاليف التنصيب الذي هو 520 دج.

1) أ ـ إذا اختار إسماعيل ر المحل أ الذي سعر السجاد فيه 90دج للمتر المربع الواحد . أحسب ما يمكن أن يدفعه إسماعيل لهذا المحل.

ب ـ إذا اختارإسماعيل المحل ب الذي سعر السجاد فيه أيضا 90دج للمتر المربع الواحد ، ولكن دون تخفيض ، مع حساب تكاليف التنصيب.احسب ما يمكن أن يدفعه إسماعيل في المحل ب.

2) ليكن x سعر m^2 من السجاد ، و T السعر الذي يمكن أن يدفع في المحل أ ، و B السعر الذي يمكن أن يدفع في المحل ب.

أ ـ أكتب T بدلالة x.

ب ـ تحقق أن ـ عند المحل ب ـ الثمن المدفوع بعد التخفيض ب20% للسجاد بـ : x دج للمتر المربع الواحد ، مساو ل 16 x.

جـ - إستنتج أن : $B = 16x + 520$.

3) المستوي منسوب لمعلم متعامد ومتجانس ، على ورقة مليمتريه ، أنشئ هذا المعلم بالكيفية الآتية :

- المبدأ في أسفل الورقة على اليمين .

- على محور الفواصل 1cmتمثل 10 دج .

- على محور التراتيب 1cmتمثل 200 دج .

ليكن (d_1) و (d_2) المستقيمان المعرفان بالمعادلتين : $y = 20x$ ، $y = 16x + 520$ على الترتيب .

أرسم (d_1) و (d_2) في هذا المعلم.

4) عيّن المحل الأفضل لإسماعيل من حيث سعر المتر الواحد المربع للسجاد.
5) أوجد بالحساب قيم x التي من أجلها يكون الثمن T أصغر او يساوي الثمن B.

الحـــــــــل

الجزء الأول :

1)حساب الأبعاد الحقيقية للغرفة بالمتر:

السلم هو $\frac{1}{100}$ يعني أن كل 1 cm على المخطط يقابل 100 cm في الحقيقة.

إذن : $4,9 \times 100 = 490$ cm أي $4.9m$.

و : $4 \times 100 = 400$ cm . أي : 4 m

طول الغرفة هو 4,9 m وعرضها 4 m.

3) حساب المساحة الحقيقية للغرفة بالمتر المربع :

$4,9 \times 4 = 19,6$

مساحة الغرفة هو $19,6\ m^2$.

الجزء الثاني :

1) أ - حساب ما يمكن أن يدفعه إسماعيل في المحل أ

$90 \times 20 = 1\ 800$

إسماعيل يمكن أن يدفع 1800 دج في هذا المحل.

ب - حساب ما يمكن أن يدفعه في المحل ب قبل التخفيض مع حساب تكاليف التنصيب:

التخفيض هو 20% فثمن السجاد سيكون 80% من الثمن الأصلي ، وبما أن ثمن التنصيب هو 520 دج فسيكون:

$$(90 \times 20 \times 80\%) + 520 = 1\,800 \times 0{,}8 + 520 = 1\,440 + 520 = 1\,960$$

في هذه الحالة إسماعيل يمكن أن يدفع 1960دج.

2) أ ـ كتابة T بدلالة x

$$\boldsymbol{T = 20x}$$

ب ـ التحقق أن ـ في المحل ب ـ ثمن السجاد الذي يمكن أن يدفع ب x دج للمتر المربع الواحد مساو للسعر 16 x بعد التخفيض ب20%

الثمن قبل هو $20x \times 80\% = 20x \times 0.8 = 16x$

أو : $16x = 20x - 4x = 20x - 20\% \times 20x =$ قيمة التخفيض – السعر قبل التخفيض

ثمن السجاد بعد التخفيض هو $16x$

ج ـ إستنتاج أن :.B = 16x + 520

من أجل هذا لثمن تدفع تكاليف التنصيب 520 دج فيكون :

B = 16x + 520

3 ـ رسم المستقيمين (d_1) و (d_2) في هذا المعلم

ـ معادلة (d_1) من الشكل y = ax فالمستقيم (d_1) يمر من المبدأ ، فيكفي إيجاد نقطة لرسم (d_1).

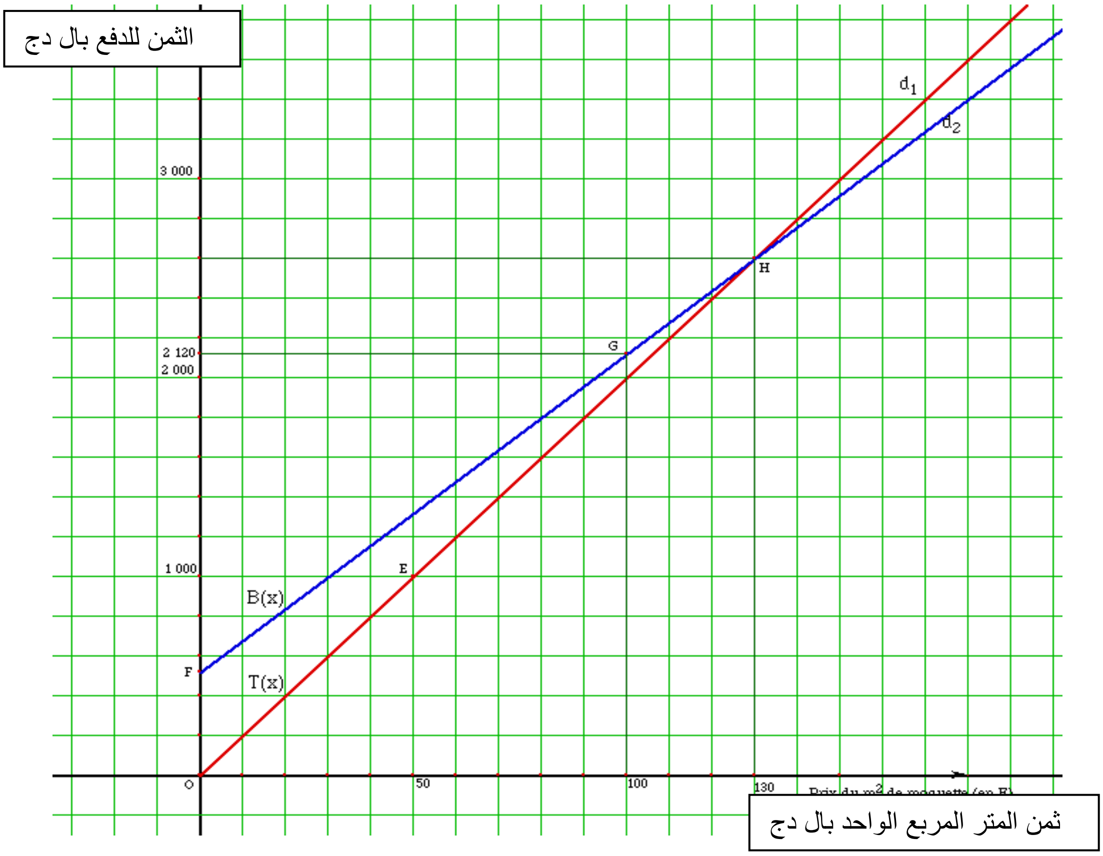
إذا كان : x = 50 يكون y = 1 000 ومنه : (d_1) يشمل النقطة $E(50,1000)$

ـ معادلة (d_2) من الشكل y = ax + b، فلرسمه نبحث عن نقطتين منه .

إذا كان x = 0 ومنه : y = 520

وإذا كان x = 100 فإنّ : y = 2 120

فالمستقيم (d_2) يشمل النقطتين : $F(0\ ,520)$ و $G(100\ ,2120)$



4)تعيين من التمثيل البياني المحل الأفضل سعرا للمتر المربع الواحد من السجاد:

ـ المستقيمان (d_1) و (d_2) متقاطعان في النقطة H التي إحداثياها (130 ; 2 600) ، إذن: في الثمن 130دج للمتر المربع الواحد تتساوى التكلفة في المحلين أ ، ب.

ـ المستقيم (d_1) فوق المستقيم (d_2) من أجل فاصلة أكبر من 130 دج للمتر المربع الواحد .، إذن المحل ب أفضل من المحل أ .من أجل سعر أكبر 130 دج لل m^2.

ـ المستقيم (d_2) فوق المستقيم (d_1) من أجل فاصلة أصغر من130 دج للمتر المربع الواحد ، إذن المحل أ أفضل من المحل بمن اجل سعر أصغر من 130 دج لل m^2.

5)إيجاد حسابيا قيم x التي من أجلها يكون الثمن T أصغر أو يساوي الثمن B

$$T \leq B$$

$$20x \leq 16x + 520$$

$$20x - 16x \leq 520$$

$$4x \leq 520$$

$$x \leq 520 / 4$$

$$x \leq 130$$

الثمن T أصغر أو يساوي الثمن B إذا كان سعر السجاد أصغر من 130 دج للمتر المربع الواحد .

أكاديمية Orléans:

الأنشطة الهندسية :

التمرين الأول :

وحدة الطول المختارة هي السنتيمتر ،

ليكن المربع ABCD.

1) أنشئ المربع على الورقة .
أنشئ النقطة N من نصف المستقيم [DC) حيث : DN = 3 DC.
المستقيم (AN) يقطع الضلع [BC] في M.
2)أحسب القيمة المضبوطة للطول AN.اشرح الطريقة المتبعة.
3) أحسب القيمة المضبوطة للطول CM، اشرح الطريقة المتبعة.

الأنشطة العددية:

التمرين الأول:

في الجدول الآتي ،ثلاث إجابات C, B, A ، واحدة منها فقط صحيحة.
أكتب في هذا الجدول في العمود الأيمن هذه الإجابة الصحيحة باستعمال الحروف C, B, A
إنتبه : سيكون التنقيط كالآتي :
*0.75 للإجابة الصحيحة .
*0.5 – للإجابة الخاطئة .
*0 إذا لم توجد إجابة.

	الإجابة A	الإجابة B	الإجابة C	الإجابة المختارة
$3 \times \frac{7}{2} - \frac{3}{2}$	3	9	6	
$\frac{10^{-2} + 10^{2}}{10^{2}}$	0,1	1,0001	0,01	
$\sqrt{64} + \sqrt{36}$	14	50	10	
$\left(x - \frac{1}{2}\right)^2$	$x^2 - \frac{1}{4}$	$x^2 + \frac{1}{4}$	$x^2 - x + \frac{1}{4}$	

التمرين الثاني :

الجدول أدناه يبين إحصاء الحوادث التي يتعرض لها الأشخاص في فرنسا من جراء حوادث المرور وذلك في عام 1982 .

1) أكمل هذا الجدول .
النسب المئوية تُدوّر كلّها إلى الجزء من العشرة. بالنسبة للزوايا ، كل قيس يدوّر إلى الدّرجة.

2)أرسم مخطط دائري يمثل هذا الإحصاء. نختار 4 cm لنصف قطر القرص

العدد الكلي للحوادث	عدد الجرحى الذين جراحهم خطيرة	عدد الجرحى الذين جراحهم خفيفة	عدد القتلى	

التكرار	12 500	321 000	84 500	418 000
النسبة المئوية				100 %
الزاوية				360°

المسألة :

قاعة سينما تقترح على زبائنها طريقتين للدفع.

ـ الاقتراح الأول : يدفع الزبون 45 دج للجلسة الواحدة .

ـ الاقتراح الثاني : يدفع الزبون اشتراكا سنويا قدره 250 دج و 20 دج فقط لكل جلسة .

الجزء الأول:

1) أ ـ ما هو الاقتراح الأفضل بالنسبة للزبون إذا كانت عدد الجلسات في السنة هو 12 ؟(برّر الإجابة)

ب ـ ما هو الاقتراح الأفضل بالنسبة للزبون إذا كانت عدد الجلسات في السنة هو 5.؟ (برّر الإجابة)

2) نرمز ب x لعدد الجلسات في السنة ، و ب : A لما يدفعه الزبون بال دج إذا اختار الزبون الاقتراح الأول ، و ب : B لما يدفعه الزبون لو اختار الاقتراح الثاني .
عبّر عن A و B بدلالة x

الجزء الثاني:

في معلم متعامد ومتجانس ، نختار الوحدتين الآتيتين:

ـ على محور الفواصل : 1 cm تمثل جلسة واحدة .

ـ على محور التراتيب : 2 cm تمثل 50 دج.

نستخدم ورق مليمتري .

1)ارسم في هذا المعلم المستقيمين (D) ، (Δ) المعرفين بالمعادلتين $y = 45x$ ، $y = 20x + 250$ على الترتيب.

2) احسب إحداثيي K نقطة تقاطع هذين المستقيمين .

الجزء الثالث :

1) حل المتراجحة $45x < 20x + 250$.

2) استعمل النتيجة السابقة لتعيين الاقتراح الأفضل للزبون الواحد.حسب عدد الجلسات في السنة الواحدة.

الجزء الرابع :

قاعد السينما هذه تقترح طريقة أخرى لأفضل 3 زبائن ، اشتراك ب550 دج ، دون دفع أي مقابل للجلسة الواحدة.

1) هل هذه الطريقة أفضل لو أن عدد الجلسات هو 12؟

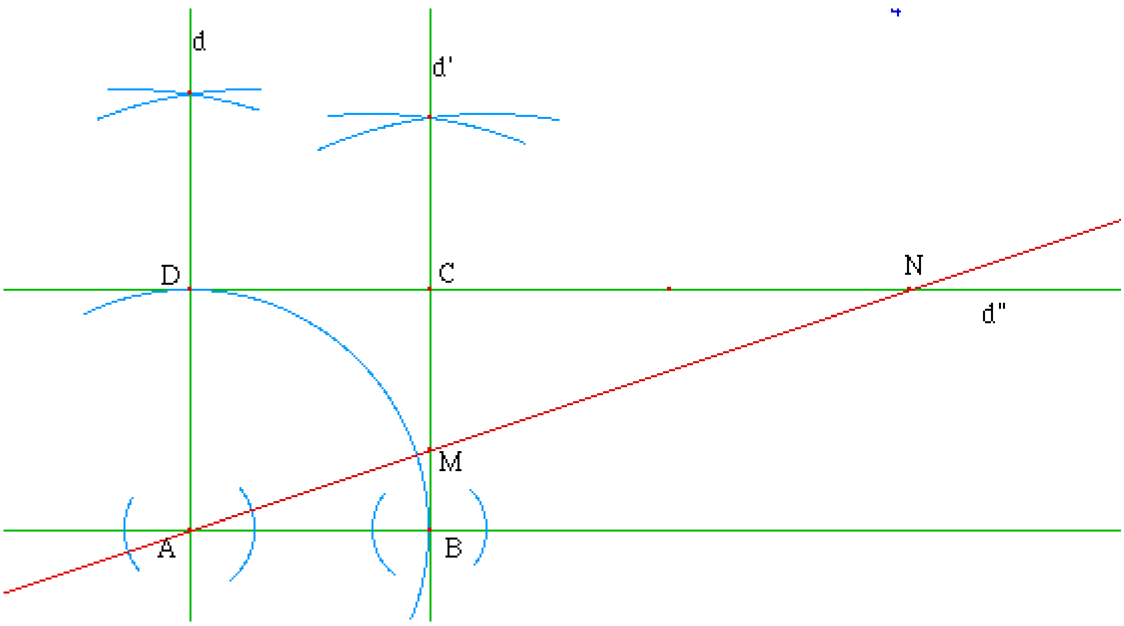
2) عيّن من البيان عدد الجلسات التي يكون هذا الاقتراح انطلاقا منها الأفضل بالنسبة للزبون .
أترك آثار الرسم.

الحـــــــل

الأنشطة الهندسية :

التمرين الأول :

1)الإنشاء



2)حساب القيمة المضبوطة ل AN ، مع شرح الطريقة.

ABCD مربع فله أربع زوايا قائمة والمثلث ADN قائم في D ، يمكن استعمال نظرية فيثاغورث

$AN^2 = DA^2 + DN^2$
$AN^2 = 4^2 + (3 \times 4)^2$
$AN^2 = 16 + 12^2$
$AN^2 = 16 + 144$
$AN^2 = 160$

ومنه : $AN = \sqrt{160}$ أو : $AN = -\sqrt{160}$

AN طول فهو موجب ، إذن : $\boldsymbol{AN = \sqrt{160}}$

3) حساب القيمة المضبوطة للطول CM، مع شرح الطريقة:اكتب المعادلة هنا.
ABCD مربع ، فكل الضلعين المتقابلين متوازيين .

في المثلث ADN ، (AD) يوازي (CM) ، فيمكن استعمال نظرية طالس فنجد :

$$\frac{NM}{NA} = \frac{NC}{ND} = \frac{CM}{DA}$$

لدينا $\frac{CM}{DA} = \frac{NC}{ND}$ ومنه $\frac{CM}{4} = \frac{2}{3}$ أي : $CM = 4\frac{2}{3} = \frac{8}{3}$

فالقيمة المضبوطة ل CM هي $\frac{8}{3}$.

الأنشطة العددية :

التّمرين الأوّل :

كتابة الإجابة الصحيحة في الجدول:

	الإجابة A	الإجابة B	الإجابة C	الإجابة المختارة
$3 \times \frac{7}{2} - \frac{3}{2}$	3	9	6	**B**
$\frac{10^{-2} + 10^{2}}{10^{2}}$	0,1	1,0001	0,01	**B**
$\sqrt{64} + \sqrt{36}$	14	50	10	**A**
$\left(x - \frac{1}{2}\right)^2$	$x^2 - \frac{1}{4}$	$x^2 + \frac{1}{4}$	$x^2 - x + \frac{1}{4}$	**C**

الحساب الأول :

$$3 \times \frac{7}{2} - \frac{3}{2} = \frac{21}{2} - \frac{3}{2} = \frac{18}{2} = 9$$

الحساب الثاني :

$$\frac{10^{-2} + 10^{2}}{10^{2}} = \frac{0{,}01 + 100}{100} = \frac{100{,}01}{100} = 1{,}0001$$

الحساب الثالث : حذار $\sqrt{A} + \sqrt{B} \neq \sqrt{A+B}$

$$\sqrt{64} + \sqrt{36} = 8 + 6 = 14$$

الحساب الرابع : نعلم أن : $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$

$$\left(x - \frac{1}{2}\right)^2 = x^2 - 2x \times \frac{1}{2} + \left(\frac{1}{2}\right)^2 = x^2 - x + \frac{1}{4}$$

التمرين الثاني :

1) **إتمام الجدول :**

	عدد القتلى	عدد الجرحى الذين جراحهم خفيفة	عدد الجرحى الذين جراحهم خطيرة	العدد الكلي للحوادث
التكرار	12 500	321 000	84 500	418 000
النسبة المئوية	3,0 %	76,8 %	20,2 %	100 %
الزاوية	11°	276°	73°	360°

لحساب النسب المئوية :

عدد القتلى : $\frac{12500 \times 100}{418000} \approx 2.9904$ أي حوالي 3.0%.

عدد جرحى المجروحون جراحا خفيفة: $\frac{321000 \times 100}{418000} \approx 76.7942$ أي حوالي.76.9% .

عدد الجرحى الذين جراحهم خطيرة: $20.2153 \approx \frac{84500}{418000}$ أي حوالي 20.2%

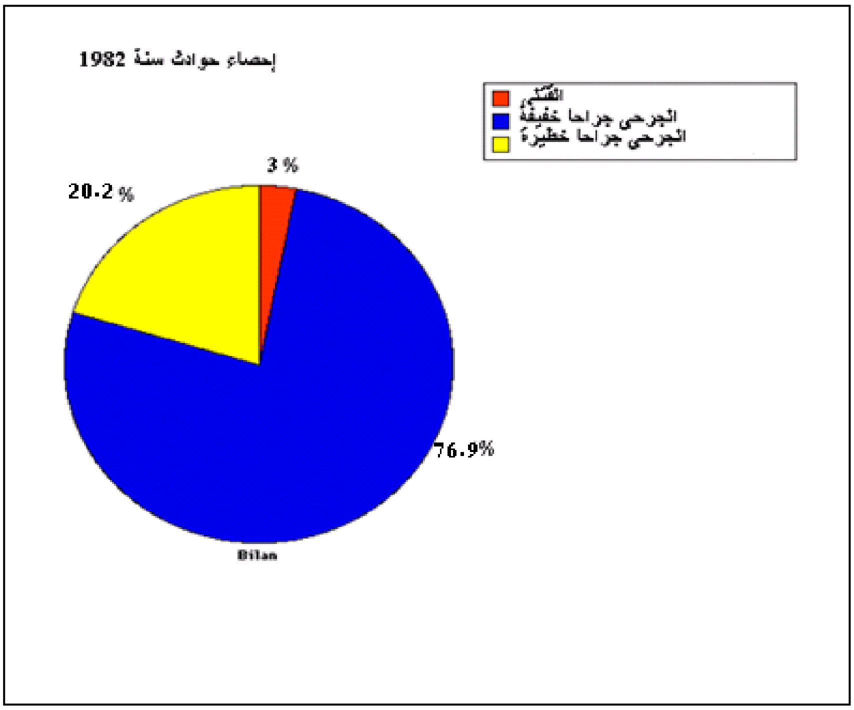
لحساب الزوايا:

عدد القتلى: $10.76 \approx \frac{12500 \times 360}{418000}$ أي حوالي 11°.

عدد جرحى المجروحون جراحا خفيفة: $276.45 \approx \frac{321000 \times 360}{418000}$ أي حوالي : 276°.

عدد الجرحى الذين جراحهم خطيرة: $72.77 \approx \frac{84500 \times 360}{418000}$ أي حوالي : 73°

2)رسم المخطط الدائري:



المسألة :

الجزء الأول:

1) أ ـ الاقتراح الأفضل بالنسبة للزبون إذا كان عدد الجلسات 12 ، مع التبرير .

الاقتراح الأول : 540 = 45 x 12 :

الاقتراح الثاني : 490 = 240 + 250 = 20 x 12 + 250

(**ملاحظة** : من اجل 5 جلسات يكون الاقتراح الأول أفضل من الثاني)

من اجل 12 جلسة يكون الاقتراح الثاني أفضل.

2) التعبير عن A و B بدلالة x:

$$A = 45x \quad \text{و} \quad B = 20x + 250$$

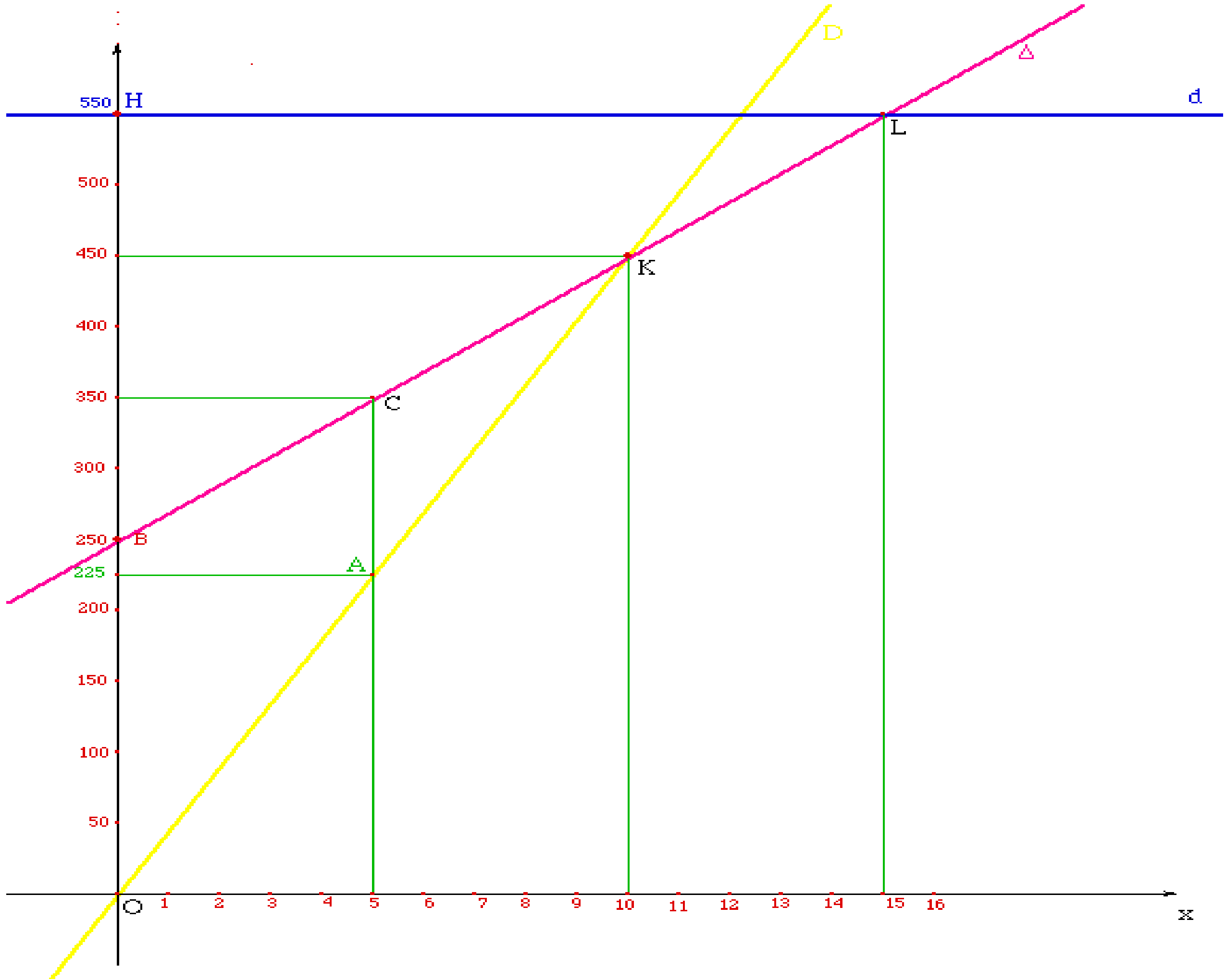
الجزء الثاني :

1) رسم (D) ، (Δ) المعرفين بالمعادلتين y = 45x ، y = 20x + 250

(D) يمر من المبدأ ومن النقطة $A(2,\ 225)$

- إذا كان : x = 0 فإن :   y = 250 ، (Δ) يشمل $B(0,\ 250)$

إذا كان : x = 5 فإن: y = 350 ، (Δ) يشمل $C(5, 350)$



2) <u>حساب إحداثيي K نقطة تقاطع المستقيمين السابقين:</u>

إحداثيا K يحققا معادلتي المستقيمين ، وبالتالي كي نجد إحداثيي نقطة التقاطع K نحل الجملة :

$$\begin{cases} y = 45x & \text{(1 المعادلة)} \\ y = 20x + 250 & \text{(2 المعادلة)} \end{cases}$$

من المعادلتين نجد :

$45x = 20x + 250$

$45x - 20x = 250$

$25x = 250$

$x = 250 / 25$

$x = 10$

ومنه وبالتعويض بقيمة x في المعادلة 1 نجد :

$y = 45x$
$y = 45 \times 10$
$y = 450$

إحداثيا نقطة التقاطع **K** هما : **.(10 ; 450)**.

<u>الجزء الثالث</u> :

<u>1)حل المتراجحة $45x < 20x + 250$.</u>

$45x < 20x + 250$

$45x - 20x < 250$

$25x < 250$

$x < 250 / 25$

$x < 10$

هذه المتراجحة لها مجموعة غير منتهية من الحلول وهي كل الأعداد الأصغر أو يساوي 10.

من هذه الحلول ، الأعداد الصحيحة والموجبة فقط التي توافق مسألتنا.

<u>3)استعمال النتيجة السابقة لتعيين الاقتراح الأفضل للزبون الواحد حسب عدد الجلسات في السنة:</u>

الاقتراح الأول هو الأفضل من أجل عدد من الجلسات أقل من 10.

من أجل 10 جلسات الاقتراحان الأول والثاني متساويان .

من أجل عدد من الجلسات أكبر من 10 يكون الاقتراح الثاني أفضل .

<u>الجزء الخامس</u> :

<u>1)أفضلية الطريقة الأخيرة لو أن عدد الجلسات 10.</u>

حسب السؤال الأول الاقتراح الثاني أفضل من الأول حيث الثمن هو 490 دج ، إذن من أجل 12 جلسة الاقتراح الثالث ليس أفضل.

<u>2)تعيين بيانيا عدد الجلسات التي انطلاقا منها يكون الاقتراح الأخير أفضل.</u>

برسم المستقيم (d) المعرف بالمعادلة $y = 550$ ، هذا المستقيم يمر من النقطة $H\ (0 ; 550)$ وهو موازي لمحور الفواصل

.ويقطع (D) في النقطة $L\ (15 ; 550)$.

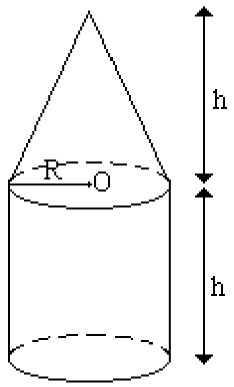
من أجل عدد من الجلسات يفوق 15 المستقيم (d) أسفل (D) و (Δ)، إذن الاقتراح 3 هو الأفضل,

شهادة التعليم المتوسط Brevet des collèges 1997

أكاديميات Aix-Marseille, Corse, Montpellier, Nice, Toulouse

المسألة :

في كل المسألة وحدة الطول هي المتر

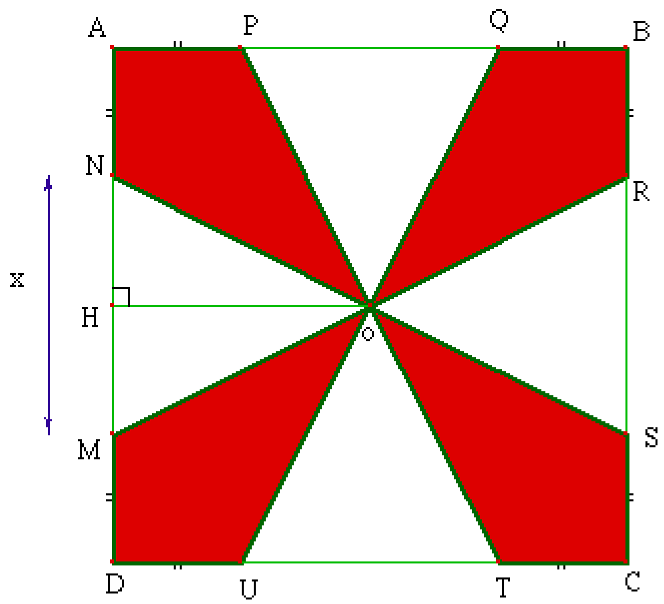


1)طاحونة هوائية مركبة من اسطوانة و مخروط دوران ، الاسطوانة و المخروط لهم نفس الارتفاع h وقاعدة مشتركة مركزها O ونصف قطرها R.

أ ـ عبّر عن حجم الاسطوانة والمخروط بدلالة R و h.

ب ـ استنتج أن حجم الطاحونة هو : $\dfrac{4\,\pi\,R^2\,h}{3}$

ج ـ نعطي $R = 3$ و $h = 5$ ، احسب القيمة المدورة إلى $1m^3$ لهذا الحجم.



الشكل 2

3) أجنحة مروحة الطاحونة ممثلة باللون الأحمر في الشكل 2 أعلاه. ABCD مربع مركزه O وطول ضلعه 12 مترا ، كل من المثلثات OMN و OPQ و OUT متساوي الساقين في O .

نضع $MN = x$.

أ ـ عبّر بدلالة x عن مساحة المثلث OMN . واستنتج أن مساحة أجنحة مروحة الطاحونة هي $144 - 12x$.

ب ـ عيّن قيمة x التي من أجلها تكون المساحة مساوية $36m^2$.

ـ احسب OM.

بيّن أن محيط الأجنحة هو 72 مترا.

3)في هذا السؤال نفرض أن : $x = 9$.

صنعنا مجسما لهذه الطاحونة بمقياس $\frac{1}{20}$.أحسب :

أ ـ محيط الأجنحة في هذا المجسم .

ب ـ مساحة الأجنحة في هذا المجسم .

ح ـ حجم المجسم ، باستعمال نتيجة السؤال 1) ج ـ وأعط الإجابة بال m^3.وبالتدوير إلى الجزء من الألف.

الحـــــــل

المسألة :

(1 أ ـ التعبير عن حجم الاسطوانة والمخروط بدلالة R و h

ـ حجم الاسطوانة : $\pi R^2 h$

حجم المخروط : $\frac{\pi R^2 \times h}{3}$

ب ـ استنتاج أن حجم الطاحونة هو $\frac{4 \pi R^2 h}{3}$.

حجم الطاحونة هو مجموع حجم الاسطوانة وحجم المخروط.

$$\pi R^2 h + \frac{\pi R^2 h}{3} = \frac{3 \pi R^2 h}{3} + \frac{\pi R^2 h}{3} = \frac{4 \pi R^2 h}{3}$$

ج ـ حساب القيمة المدورة إلى $1m^3$ لهذا الحجم حيث $R = 3$ و $h = 5$

$$\frac{4 \pi R^2 h}{3} = \frac{4 \times \pi \times 3^2 \times 5}{3} = \frac{180 \pi}{3} = 60 \pi \approx 188{,}495$$

حجم الطاحونة المدور إلى m^3 هو $188m^3$.

2) **أ ـ التعبير بدلالة x** عن مساحة المثلث OMN، واستنتاج أن مساحة الأجنحة هو $144 - 12x$

OH هو ارتفاع متعلق بالضلع [MN]. OH هو نصف طول ضلع المربع ABCD أي $6m$

مساحة المثلث OMN: $\frac{MN \times OH}{2} = \frac{x \times 6}{2} = 3x$

مساحة المثلث بدلالة x هي 3x

مساحة الأجنحة هي مساحة المربع مطروح منها أربع مرات مساحة المثلث OMN.أي :

$12^2 - 4 \times 43 = 144 - 12x$

مساحة الأجنحة هي 144 - 12x

ب ـ تعيين قيمة x التي من أجلها تكون مساحة الأجنحة مساوية $36m^2$

لدينا

$144 - 12x = 36$

$144 - 36 = 12x$

$108 = 12x$

$108 / 12 = x$

$9 = x$

مساحة الأجنحة مساو ل $36\ m^2$ عندما يكون $x = 9\ m$.

ح - حساب OM

المثلثOMN متساوي الساقين في O ، إذن : [OH] هو ارتفاع و متوسط . H هي منتصف .[MN]. إذن :

$$HM = \frac{9}{2} = 4.5$$

المثلث OMH قائم في H ، يمكن استعمال نظرية فيثاغورث :

$OM^2 = HM^2 + HO^2$
$OM^2 = 4,5^2 + 6^2$
$OM^2 = 20,25 + 36$
$OM^2 = 56,25$

$OM = \sqrt{56,25} = 7,5$

OM = 7,5 m

- نبيّن أن محيط الأجنحة مساو ل 72 m

محيط الأجنحة هو مجموع 8 مرات الطول OM و 8 مرات الطولMD

$$MD = \frac{(12-9)}{2} = \frac{3}{2} = 1.5$$

محيط الأجنحة : 72 = 9 x 8 = (1,5 + 7,5) 8

محيط الأجنحة هو 72 مترا .

3) أ - حساب محيط الأجنحة في المجسم :

الطول في المخطط هو الطول في الحقيقة مضروب في السلم.

$$72 \times \frac{1}{20} = \frac{72}{20} = 3{,}6$$

محيط الأجنحة في المجسم هو 3.6 متر.

ب - مساحة أجنحة المجسم :

إذا كانت الأطوال تضرب في السلم فإن المساحات تضرب في السلم مربع.

$$36 \times \left(\frac{1}{20}\right)^2 = 36 \times \frac{1}{400} = 0{,}09$$

مساحة أجنحة المجسم هي $0{,}09\ m^2$ أو $9\ dm^2$

ج - حجم المجسم :

إذا كانت الأطوال تضرب في السلم فإن الحجم يضرب في السلم مكعب.

$$188 \times \left(\frac{1}{20}\right)^3 = 188 \times \frac{1}{8000} = 0{,}0235$$

حجم المجسم هو $0{,}024\ m^3$ (مدور إلى الجزء من الألف).

شهادة التعليم المتوسط 1997 Brevet des collèges

أكاديمية Bordeaux

وحدة الطول هي المتر .

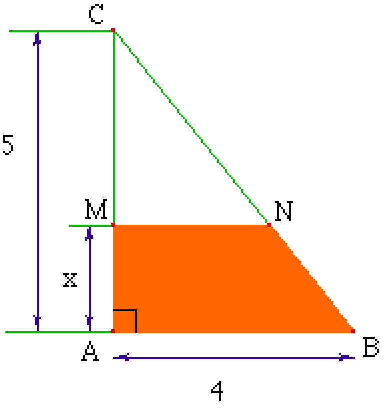
الجزء الأول :

ليكن المثلث ABC القائم في A حيث AB = 4 و AC = 5.

و لتكن النقطة M من القطعة [AC] ، نضع AM = x.

المستقيم الموازي للمستقيم (AB) والمار من M يقطع

القطعة [BC] في N.

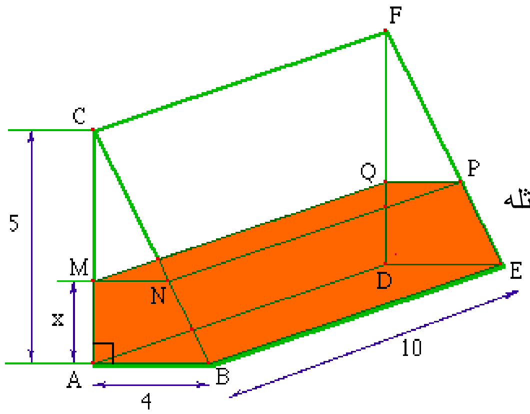


1) أ - أحصر العدد x.

أكتب الطول CM بدلالة x.

ب - برهن أن $MN = 4 - 0,8x$.

2) أحسب بدلالة x ، مساحة شبه المنحرف ABNM.



الجزء الثاني:

الشكل المقابل يمثل صهريجا موضوع على سطح أفقي ويمثله

الموشور ABCDEF ، قاعدته المثلث ABC. و نضع

$BE = 10$.

1) ما هو حجم الصهريج بالمتر المكعب.؟

2) في الصهريج ماء يصل إلى مستوى الرباعي MNPQ كما يوضح الشكل .

x يمثل الطول AM، برهن أن : الحجم $V(x)$ مساو ل: $4x(10 - x)$.

3) احسب حجم الماء الموجود في الصهريج عندما يملأ إلى نصف إرتفاعه.

4) أ - أعد رسم الجدول الآتي ثم أكمله .

x	1	1,4	1,5	1,6	2
$V(x) = 4x(10 - x)$					

ب - استنتج ارتفاعا بالتقريب إلى 0.1 للماء عندما يملأ الصهريج إلى غاية نصفه.

الحـــــــــل

الجزء الأول :

1) أ - حصر x

النقطة M نقطة من القطعة [AC] إذن M يمكن أن تذهب من A إلى C

إذن $0 \leq x \leq 5$.

- الطول CM بدلالة x.

$CM = CA - AM$; $\mathbf{CM = 5 - x}$

ب - برهان أن $MN = 4 - 0,8x$

M نقطة من [CA] ، N نقطة من [CB] و حامل [MN] موازي ل حامل [AB].

ففي المثلث ABC ، يمكن تطبيق نظرية طالس : $\frac{CM}{CA} = \frac{MN}{AB} = \frac{CN}{CB}$

نستعمل المساواة $\frac{CM}{CA} = \frac{MN}{AB}$ نجد : $\frac{5-x}{5} = \frac{MN}{4}$ أي : $4(5-x) = 5MN$

$$MN = \frac{4(5-x)}{5} = \frac{20-4x}{5} = \frac{20}{5} - \frac{4x}{5} = 4 - 0,8x$$

فيكون **MN = 4- 0,8x**

2) <u>حساب بدلالة x المساحة $\mathcal{A}$ مساحة شبه المنحرف ABNM.</u>

مساحة شبه المنحرف تحسب بالقاعدة : $\frac{(\text{القاعدة الكبرى}+\text{القاعدة الصغرى})\times\text{الارتفاع}}{2}$

$$\mathcal{A} = \frac{(AB + MN) \times AM}{2} = \frac{[4 + (4 - 0,8x)] \times x}{2} = \frac{8x - 0,8x^2}{2} = 4x - 0,4x^2$$

مساحة شبه المنحرف ABNM بدلالة x هي : $4x - 0,4x^2$.

<u>الجزء الثاني :</u>

1) <u>حساب بالمتر المكعب حجم الصهريج:</u>

حجم الموشور : مساحة القاعدة في الارتفاع.

$$V = \frac{5\times4}{2} \times 10 = 10 \times 10 = 100$$

حجم الصهريج هو $100\ m^3$.

2) <u>برهان أن V(x) مساو ل 4x(10 - x).</u>:

$$V(x) = \text{مساحة}\,QMNB \times BE$$

$V(x) = (4x - 0,4x^2) \times 10$
$V(x) = 40x - 4x^2$
$V(x) = 4x(10 - x)$

$V(x) = 4x(10 - x)$

3) <u>حساب حجم الماء في الصهريج عندما تملأ لغاية منتصف الارتفاع</u> .
<u>نصف الارتفاع هو 2.5</u> متر، فيكون :

$$V(2,5) = 4 \times 2,5\,(10 - 2,5) = 4 \times 2,5 \times 7,5 = 75$$

حجم الماء في هذه الحالة هو $75\ m^3$.

4) <u>أ ـ رسم الجدول وإكماله:</u>

x	1	1,4	1,5	1,6	2
V(x) = 4x(10 - x)	36	48,16	51	53,76	64

ب ـ استنتاج بالتقريب إلى 0.1 ارتفاع الماء عندما يملأ الصهريج لغاية نصفه.

سعة الصهريج الكلية هي 100 متر مكعب ، نصف هذه السعة هو 50 مترا مكعبا

$48,16 < 50 < 51$

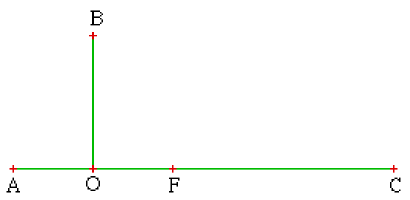
إذن : $1,4 < x < 1,5$.

ارتفاع الماء في الصهريج يقع بين 1.4 متر و1.5 متر عندما يملأ الصهريج لغاية نصفه.

شهادة التعليم المتوسط 1997 Brevet des collèges

أكاديمية : Dijon

المسألة :



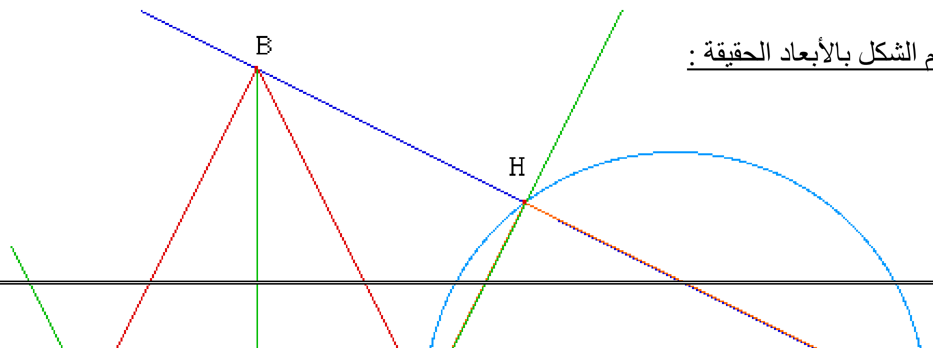
ملاحظة:الأسئلة مستقلة

1) أعد رسم الشكل بالأبعاد الحقيقة باستعمال المعطيات الآتية:
وحدة الأطوال هي السنتيمتر ، النقاط A, O, F, C على استقامة واحدة .
$BO = 6$; $AO = OF = 3$; $AC = 15$.
المستقيمان (BO) و (AC) متعامدان ، يتم إكمال رسم الشكل بالتدريج وحسب تقدم الأسئلة .
2) أثبت أن : $AB = 3\sqrt{5}$ وأن : $BC = 6\sqrt{5}$.
3) برهن أن : المستقيمين (AB) و (BC) متعامدان .
4) أ ـ أنشئ الدائرة (C) التي قطرها [FC] والتي تقطع المستقيم (BC) في H.
ب ـ برهن أن المثلث FHC قائم .
ج ـ برهن أن المستقيمين (AB) و (FH) متوازيان .
د ـ أحسب الطول CF ثمّ CH.
5) برهن أن المثلث BAF متساوي الساقين .
6) أ ـ أرسم من A الموازي للمستقيم (BF)، والذي يقطع (HF) في G.
ب ـ برهن أن : الرباعي ABFG معيّن ، ثم أوجد محيطه.
7) بين أن المثلث OBC له نفس مساحة المعيّن ABFG.

الحــــــــــــل

المسألة :

1) إعادة رسم الشكل بالأبعاد الحقيقة :



2) إثبات أن $AB = 3\sqrt{5}$ و $BC = 6\sqrt{5}$:

المستقيمان (BO) و (AC) متعامدان ، إذن المثلث AOB قائم في O . فباستعمال نظرية فيثاغورث نجد :

$AB^2 = AO^2 + OB^2$
$AB^2 = 3^2 + 6^2$
$AB^2 = 9 + 36$
$AB^2 = 45$
$AB = \sqrt{45}$ أو : $AB = -\sqrt{45}$
AB هو طول فهو عدد موجب ، فيكون:
$AB = \sqrt{45} = \sqrt{9 \times 5} = \sqrt{9} \times \sqrt{5} = 3\sqrt{5}$

المثلث BOC قائم فباستعمال نظرية فيثاغورث نجد :

$BC^2 = OC^2 + OB^2$
$BC^2 = (15 - 3)^2 + 6^2$
$BC^2 = 144 + 36$
$BC^2 = 180$
$BC = \sqrt{180}$ أو : $BC = -\sqrt{180}$
BC طول فهو موجب فيكون :
$BC = \sqrt{180} = \sqrt{36 \times 5} = \sqrt{36} \times \sqrt{5} = 6\sqrt{5}$

3)برهان أن المستقيمان (AB) و (BC) متعامدان :

حسب النظرية العكسية لنظرية فيثاغورث ، إذا كان $AC^2 = BA^2 + BC^2$ فإن : ABC يكون قائما في B.
ويكون بذلك المستقيمان (AB) و (BC) متعامدان .
لدينا : $AC^2 = 15^2 = 225$
و : $AB^2 + BC^2 = (3\sqrt{5})^2 + (6\sqrt{5})^2 = 9 \times 5 \times 36 \times 5 = 45 + 180 = 225$
يكون لدينا : $AC^2 = BA^2 + BC^2$
فالمثلث ABC قائم في B.
فينتج أن : **(AB) و (BC) متعامدان** .

4) أ ـ رسم الدائرة (C) التي قطرها [FC] والتي تقطع (BC) في H، انظر الرسم .

ب ـ برهان أن المثلث FHC قائم :

H نقطة من الدائرة ، [FC] قطرها .
إذا كان المثلث محاط بدائرة و كان أحد أضلاعه قطر لهذه الدائرة ، كان هذا المثلث قائما
الدائرة (C) تحيط بالمثلث FHC والضلع [FC] قطر لها ، فهذا المثلث قائم وهذا القطر هو وتر له.أي أنه قائم في **H**.

ج ـ برهان أن (AB) و (FH)متوازيان .

المستقيم (AB) عمودي على (BC) ، حسب السؤال 3 .
المستقيم (FH) عمودي على المستقيم (BC) ، حسب السؤال السابق الذي يذكر أن المثلث FHC قائم في H.
المستقيمان (AB) و (FH) عموديان على نفس المستقيم (BC) ، فهما متوازيان.

د ـ حساب CF ثم CH :

$$AC = 15\,;\,AF = AO + OF = 3 + 3 = 6\,;\,CF = AC - AF = 15 - 6 = 9.$$

في المثلث ABC، المستقيم (AB) يوازي (FH) ، النقطة H من [BC] و النقطة F من القطعة [AC] . فيمكن استعمال نظرية طالس

$\frac{CF}{CA} = \frac{CH}{CB}$ ومنه : $\frac{9}{15} = \frac{CH}{6\sqrt{5}}$ أي : $15CH = 9 \times 6\sqrt{5}$

ونجد : $CH = \frac{9 \times 6\sqrt{5}}{15} = \frac{3 \times 3 \times 6\sqrt{5}}{3 \times 5} = \frac{3 \times 6\sqrt{5}}{5} = \frac{18\sqrt{5}}{5}$

إذن : **CF = 9** و $\boldsymbol{CH = \frac{18\sqrt{5}}{5}}$

5)برهان أن : المثلث BAF متساوي الساقين .

المستقيم (BO) يعامد [AF] من الفرضيات.ويمر من منتصف القطعة [AF] .

إذن : (BO) محور القطعة [AF] .

كل نقاط هذا المحور متساوية البعد عن طرفي القطعة [AF]. B من هذا المحور فيكون : BA = BF.

المثلث BAF متساوي الساقين في B.

6)أ ـ رسم من A الموازي لـ (BF) والذي يقطع (HF) في G ، أنظر الشكل.
ب ـ برهان أن الرباعي ABFG معيّن وإيجاد محيطه:
من الرسم والفرضيات ، المستقيمان (AB)و (FG) متوازيان وكذا المستقيمان (BF)و(AG)
فينتج أن الرباعي ABFG متوازي أضلاع
من جهة أخرى ومن السؤال السابق لدينا : BA = BF.
فينتج من ذلك أن : **الرباعي ABFG معيّن.**
محيط هذا المعيّن : $\boldsymbol{P = 4 \times AB = 4 \times 3\sqrt{5} = 12\sqrt{5}cm}$

7)نبين أن المثلث OBC له نفس مساحة المعيّن ABFG

مساحة OBC هي : $\boldsymbol{S_1 = \frac{OC \times OB}{2} = \frac{12 \times 6}{2} = 36cm^2}$

مساحة المعيّن: $S_2 = \frac{\text{القاعدة الكبرى} \times \text{القاعدة الصغرى}}{2} = \frac{2OB \times AF}{2} = 12\frac{6}{2} = 36cm^2$

وبالتالي للمثلث OBC والمعيّن نفس المساحة.

شهادة التعليم المتوسط Brevet des collèges 1997

أكاديمية *Rennes*

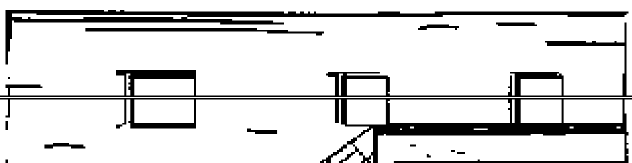
المسألة :

الشكل أدناه هو منظر لمنزل . الأبعاد بالمتر.

على الجزء المظلل نريد تثبيت نافذة ممثلة بالمستطيل AMNP في المثلث ABC.

الهدف من المسألة هو تعيين أبعاد النافذة التي لها أكبر مساحة .

ABC مثلث قائم في A حيث :. AB = 2 m ; AC = 2,5 m.



N نقطة من [BC]، M نقطة من $[AB]$

و (MN)يوازي (AC).

نضع $MN = x$.

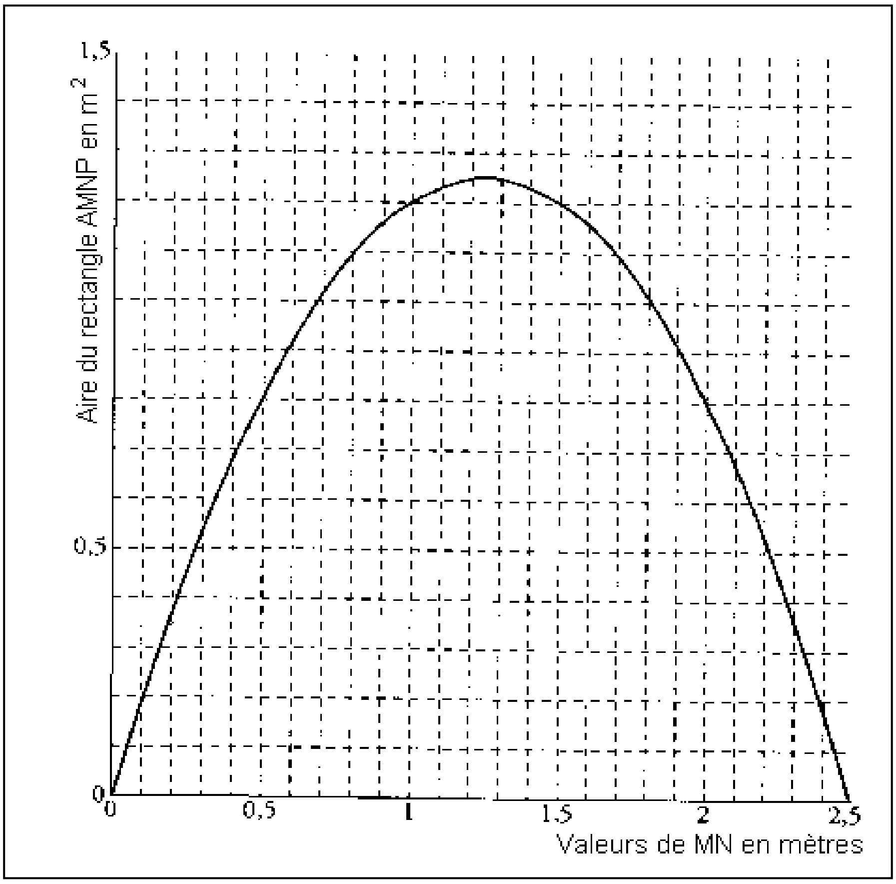
1) باستعمال نظرية فيثاغورث ، عبر عن الطول BM بدلالة x. واستنتج أن : MA = 2 - 0,8x

2) أحسب MAارتفاع النافذة ، ثم مساحتها عندما يكون x= 0,75. نفس السؤال من أجل: x = 1,5

من اجل أي قيمة للعدد x تكون النافذة على شكل مربع.؟

أعط القيمة المضبوطة ثم المدورة إلى السنتيمتر .

3) على المخطط البياني الآتي ، مثلنا مساحة المستطيل AMNP بدلالة x، ضع على المنحنى النقاط الموافقة للسؤال الثاني .



4) من اجل الجانب الجمالي ، لابد أن يحترم في أبعاد النافذة الشروط الآتية :
من جهة ، العرض MN يكون أكبر أو يساوي $0.50m$.
ومن جهة أخرى ، الارتفاع MA يكون أكبر أو يساوي $0.60m$.
بالحساب ، أثبت أن x يحقق : 0,50 ≤x ≤1,75

5) بقراءة بسيطة للبيان (نترك النقاط الهامة واضحة على الرسم):

أ ـ ما هما بعدا النافذة التي توافق المساحة $0.80m^2$؟ من أجل هذه الأبعاد، الشروط السابقة في السؤال 4 هل تحقق الغرض؟

ب ـ ما هو عرض النافذة الذي يجعلها أكبر مساحة ؟ من أجل هذا العرض قارن مساحة النافذة ومساحة المثلث ABC.

الحـــــــل

1) باستعمال نظرية طالس نعبر عن الطول BM بدلالة x ، واستنتاج أن : MA = 2 - 0,8x

في المثلث ABC ، (MN) يوازي (AC).

باستعمال نظرية طالس على المثلث، لدينا المساواة : $\frac{MN}{AC}=\frac{BM}{BA}=\frac{BN}{BC}$

بالتعويض نجد : $\frac{x}{2,5}=\frac{BM}{2}=\frac{BN}{BC}$

بالتبسيط : $BM = 2\times\frac{x}{2,5}=\frac{2}{2,5}x=0,8\,x$

ومنه : MA = AB - BM = 2 - 0,8 x.

2) حساب MA ارتفاع النافذة ثم مساحته عندما x= 0,75. ونفس السؤال من أجل x = 1,5.. من أجل أي قيمة تكون النافذة على شكل مربع ؟

لما : $X = 0.75$ فإن : $MA = 2 - 0,8 \times 0,75 = 2 - 0,6 = 1,4m$

مساحة النافذة : $1,4\,x = 1,4 \times 0,75 = 1,05m^2$

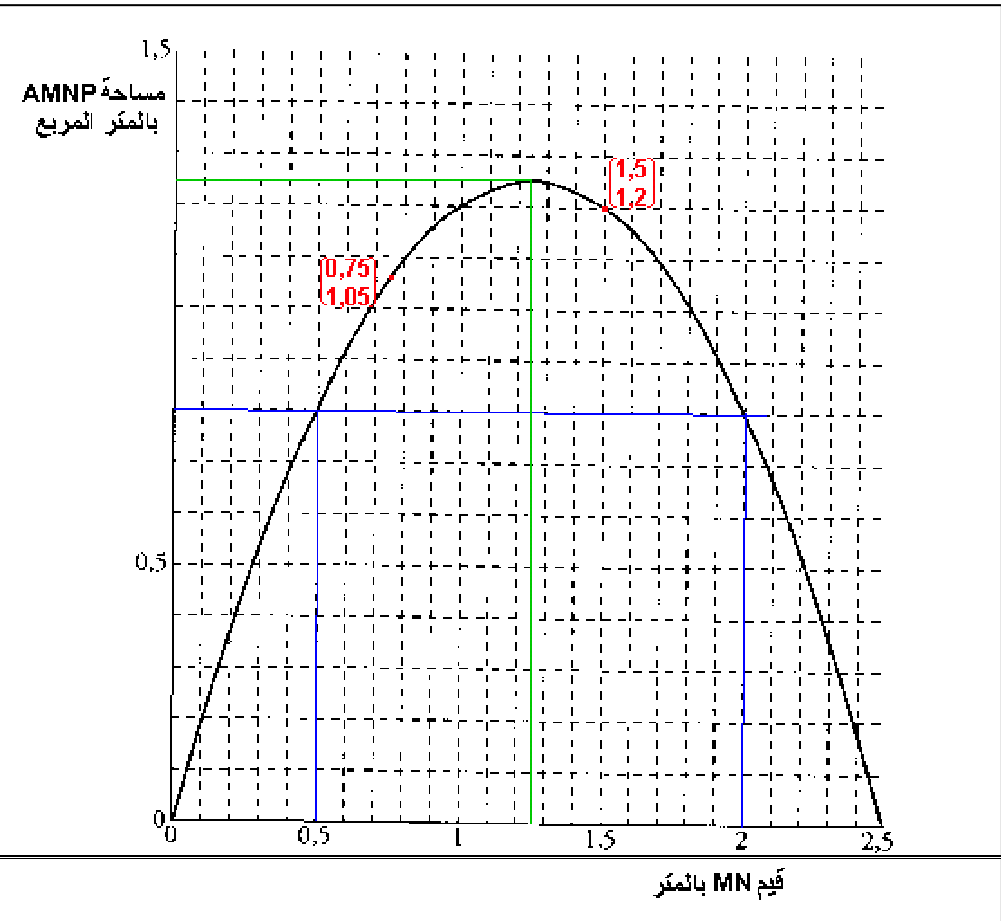
لما : x = 1,5 فإن: $MA = 2 - 0,8 \times 1,5 = 2 - 1,2 = 0,8m$

مساحة النافذة : $0,8\,x = 0,8 \times 1,5 = 1,2\,m^2$

تكون النافذة مربعا عندما x = 2 - 0,8 x أي : x + 0,8 x = 2 ويكون : 1,8 x = 2

إذن : $x=\frac{2}{1,8}=\frac{20}{18}=\frac{10}{9}\approx 1,11\ m$

3) وضع على المنحنى البياني النقاط الموافقة لحسابات السؤال الثاني :



4)بالحساب ، نثبت أن x يحقق $0,50 \leq x \leq 1,75$

إذا كان $MN \geq 0,50$ m يكون لدينا $x \geq 0,50$.

إذا كان $MA \geq 0,60$ ، يكون لدينا $2 - 0,8x \geq 0,60$ أي : $0,8x \leq 2 - 0,60$

إذن بجمع النتيجتين نجد : $0,50 \leq x \leq 1,75$.

5)أ ـ أبعاد النافذة التي توافق المساحة $0,80\ m^2$، وتحقيق شروط السؤال 4 لهذه المساحة :

على المخطط البياني نرى أن يمكن أن تتحقق من أجل قيمة لx قريبة من $0.5m$ وقيمة أخرى قريبة من $2m$ ، هذه القيم ليست القيم المرادة ل x.فهي لا تحقق الغرض.

ب ـ العرض الذي يجعل النافذة أكبر مساحة ، ومقارنة مساحة النافذة بمساحة المثلث ABCعند هذا العرض.

على البيان نرى أن أكبر مساحة للنافذة هي بالتقريب $1.25m^2$ و هي توافق قيمة x القريبة من $1.25m$

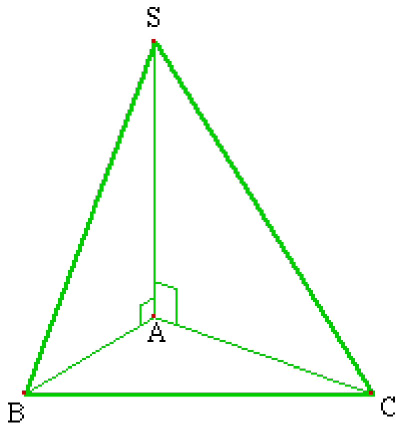
مساحة المثلث ABC هي : $\frac{2,5 \times 2}{2} = 2,5\ m^2$ ، فهي ضعف مساحة النافذة الذي وجدناها .

شهادة التعليم المتوسط Brevet des collèges 1998

أكاديمية Créteil, Paris, Versailles

ألأنشطة الهندسية :

التّمرين الأوّل:



ليكن الهرم SABC الذي رأسه S وقاعدته المثلث ABC ، الأبعاد معط

بالمليمتر حيث :

$BC = 68 \quad , \quad AC = 60 \quad ,AB = 32 \quad ,AS = 65$

1)برهن أن المثلث ABC قائم .

2)أحسب حجم الهرم SABC.

3)أرسم تصميما لهذا الهرم .

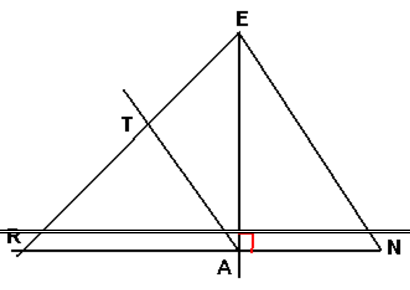
التّمرين الثّاني : الأبعاد في الشكل ليست حقيقية.

في مثلث ERN ، نعطي $EN = 9$ cm ، $RN = 10,6$ cm ، $\widehat{ENR} = 60°$

الارتفاع المار من E يقطع الضلع [RN] في A ، الموازي للمستقيم(EN)

والذي يمر من A يقطع الضلع [RE] في T.

1) أ ـ أثبت أن : $AN = 4,5$ cm.



ب ـ أحسب الطول EA (بالتدوير إلى 0.1)

2)أ ـ أحسب الطول AR.

ب ـ أحسبTA (بالتدوير إلى 0.1)

ج ـ أحسب قيس الزاوية $\widehat{ERA}$(بالتدوير إلى الدرجة).

الأنشطة العددية :

التّمرين الأوّل : أكتب على شكل كسر وبأبسط شكل ممكن : كلا من :

$$A = \frac{2}{3} - \frac{1}{4} \times 6 + 7 \quad ; \quad B = \frac{1 + \frac{1}{2}}{\frac{1}{4} - 3}$$

التمرين الثاني :

أحسب وأعط النتيجة على شكل كتابة علمية العدد C حيث : $C = 153 \times 10^{-4} + 32 \times 10^{-3} - 16 \times 10^{-5}$.

التّمرين الثّالث :

ليكن العددين : $2\sqrt{75}$ و $\sqrt{27}$.

1)أحسب جداءهما P (أعط النتيجة على شكل عدد صحيح)

2)أحسب مجموعهما S (أعط النتيجة على شكل $a\sqrt{3}$ حيث a عدد صحيح).

التّمرين الرابع :

ليكن : $D = (x - 5)(3x - 2) - (3x - 2)^2$.

1)أنشر وبسط D.

2) حلّل D.

3)حل المعادلة $(3x - 2)(-2x - 3) = 0$.

التّمرين الخامس :

يحضر صانع حلوى نوعين من العلب تحوي شكولاطة ونوع آخر من الحلوى .

في النوع الأول من العلب، الذي يبيعه ب 102.50 دج ، يضع 25 قطعة شكولاطة و 10 حبات من الحلوى .

وفي النوع الثاني من العلب ، الذي يبيعه ب 82.50 دج ، يضع 15 قطعة شكولاطة و 20 حبة من الحلوى .

أحسب ثمن قطعة الشكولاطة وثمن حبة الحلوى.

لحل التمرين نقترح أن نرمز ب x لثمن قطعة الشكولاطة ، و ب y لثمن حبة الحلوى.

المسألة :

1)في معلم متعامد ومتجانس $(O ; \vec{I} ; \vec{J})$ للمستوي حيث الوحدة هي السنتيمتر، عيّن النقاط A (1 ; 5) و B (3 ; -1).

2) عين بالحساب معادلة المستقيم (AB).

3) أحسب إحداثيي النقطة M منتصف القطعة [AB] ، وعيّن النقطة M في الشكل.

4)أرسم المستقيم (d) المعرف بالمعادلة $y = \frac{1}{3}x + \frac{4}{3}$.

5) هل النقطة M من المستقيم (d)؟ برّر الإجابة بالحساب.

6)برهن أن المستقيمين (d) و (AB) متعامدان

7)ضع النقاط (2 ; 3 -) C ، ماذا يمثل المستقيم (CM) بالنسبة إلى المثلث ABC؟

8)عيّن معادلة المستقيم .(CM).

الحـــــــــل

الأنشطة الهندسية :

التّمرين الأوّل :

1)نبرهن أن المثلث ABC قائم :

نعرف أطوال الأضلاع الثلاثة للمثلث ABC ، فيمكن أن نستعمل عكس نظرية فيثاغورث.

أطول الأضلاع هو [BC] فنتوقع أن يكون وترا للمثلث ABC.

لدينا : $BC^2 = 68^2 = 4\ 624$

و : $AB^2 + AC^2 = 32^2 + 60^2$

$AB^2 + AC^2 = 1\ 024 + 3\ 600$

$AB^2 + AC^2 = 4\ 624$

يكون لدينا : $BC^2 = AB^2 + AC^2$

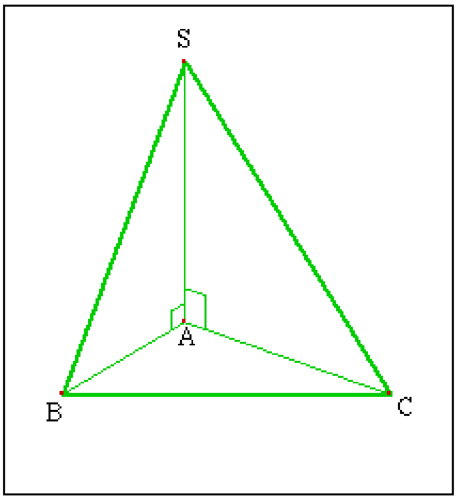
إذن المثلث **ABC** قائما في **A** حسب النظرية العكسية لنظرية فيثاغورث.

2)حساب حجم الهرم SABC:

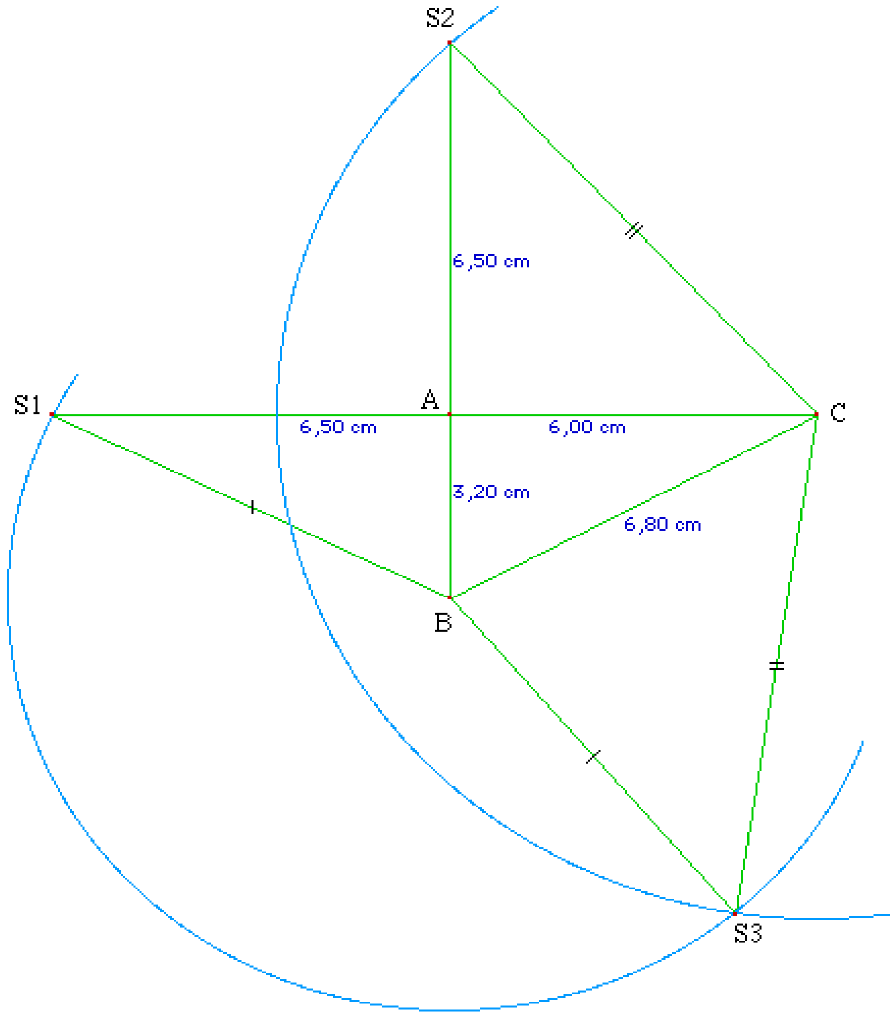
$$V = \frac{\frac{AB\times AC}{2}\times SA}{3} = \frac{\frac{32\times 60}{2}\times 65}{3} = \frac{960\times 65}{3} = 20800$$

حجم هذا الهرم : $20800mm^3$

3)رسم تصميم لهذا الهرم:



نرسم القاعدة ABC ، الوجهان SAB وSAC مثلثان قائمان فيA . النقطة S من الوجهSBC هي تقاطع قوسين من دائرتين ، إحداهما مركزها B ونصف قطرها BS1 ، والثانية مركزها C ونصف قطرها CS2.



التّمرين الثاني:

1) أ - إثبات أن AN = 4,5 cm:

المثلث EAN قائم في A ، فيمكن استعمال النسب المثلثية:

$cos \propto = \frac{\text{طول المجاور}}{\text{طول الوتر}}$

$cos\widehat{ENR} = \frac{AN}{EN} = \frac{AN}{9}$ ومنه : $AN = \frac{1}{2} \times 9 = 4.5$

AN = 4,5 cm.

ب - حساب EA بالتدوير إلى 0.1 :

$sin \propto = \frac{\text{طول المقابل}}{\text{طول الوتر}}$

$sin\widehat{ENR} = \frac{EA}{EN}$ ومنه : $\frac{EA}{9} = \sin 60^\circ$ أي : $EA = 9\frac{\sqrt{3}}{2} \approx 7.7942$

[EA] طوله حوالي 7,8 cm.

2) أ - حساب AR

AR = RN - AN = 10,6 - 4,5 = 6,1.

AR = 6,1 cm.

ب - حساب TA بالتدوير إلى 0.1

في المثلث REN : (TA) // (EN) ، T من [RE] ، A من [RN].

لدينا وضعية نظرية طالس ، فيمكن استعمالها .

لدينا : $\frac{RA}{RN} = \frac{RT}{RE} = \frac{TA}{EN}$

نستعمل المساواة : $\frac{TA}{EN} = \frac{RA}{RN}$ ونجد : $\frac{TA}{9} = \frac{6.1}{10.6}$ ويكون : $TA = \frac{6.1}{10.6} \times 9 \approx 5.1792$

فيكون : $TA \approx 5.2cm$

جـ - حساب قيس الزاوية $\widehat{ERA}$ بالتدوير إلى الدرجة.

المثلث RAE قائم فيA ، يمكن استعمال النسبة المثلثية :

$$\tan \widehat{ERA} = \frac{EA}{AR} \approx \frac{7,8}{6,1} \approx 1,2787$$

الآلة الحاسبة تعطي $\widehat{ERA} = \approx 51,97$.

قيس الزاوية $\widehat{ERA}$ هو بالتقريب 52°

الأنشطة العددية :

التمرين الأول :

الكتابة على بأبسط الشكل الكسرين :

$$A = \frac{2}{3} - \frac{1}{4} \times 6 + 7 = \frac{2}{3} - \frac{6}{4} + 7 = \frac{2}{3} - \frac{3}{2} + 7 = \frac{4}{6} - \frac{9}{6} + \frac{42}{6} = \frac{42 + 4 - 9}{6} = \frac{37}{6}$$

$$B = \frac{1 + \frac{1}{2}}{\frac{1}{4} - 3} = \frac{\frac{2}{2} + \frac{1}{2}}{\frac{1}{4} - \frac{12}{4}} = \frac{\frac{3}{2}}{\frac{-11}{4}} = \frac{3}{2} \times \left(-\frac{4}{11}\right) = -\frac{3 \times 4}{2 \times 11} = -\frac{3 \times 2 \times 2}{2 \times 11} = -\frac{6}{11}$$

التمرين الثاني :

الحساب وإعطاء النتيجة على شكل كتابة عشرية ثم علمية :

$$C = 153 \times 10^{-4} + 32 \times 10^{-3} - 16 \times 10^{-5}$$
$$C = 0,015\,3 + 0,032 - 0,000\,16$$
$$C = 0,047\,14$$

هذه الكتابة العشرية أما الكتابة العلمية فهي : $C = 4,714 \times 10^{-2}$

التمرين الثالث:

1) حساب الجداء P

$$P = 2\sqrt{75} \times \sqrt{27} = 2\sqrt{3 \times 25} \times \sqrt{3 \times 9} = 2 \times (\sqrt{3})^2 \times \sqrt{25} \times \sqrt{9} = 2 \times 3 \times 5 \times 3 = 90$$

2) حساب المجموع S

$$S = 2\sqrt{75} + \sqrt{27} = 2\sqrt{3 \times 25} + \sqrt{3 \times 9} = 2 \times \sqrt{3} \times \sqrt{25} + \sqrt{9} \times \sqrt{3} = 2 \times 5\sqrt{3} + 3\sqrt{3} = 10\sqrt{3} + 3\sqrt{3} = 13\sqrt{3}$$

التمرين الرابع:

1) نشر وتبسيط D

$$D = (x - 5)(3x - 2) - (3x - 2)^2$$
$$D = (3x^2 - 2x - 15x + 10) - (9x^2 - 12x + 4)$$
$$D = 3x^2 - 2x - 15x + 10 - 9x^2 + 12x - 4$$

$D = 3x^2 - 9x^2 - 2x - 15x + 12x + 10 - 4$

$\mathbf{D = - 6x^2 - 5x + 6}$

2) تحليل D

$D = (x - 5)(3x - 2) - (3x - 2)^2$

$D = (3x - 2)[(x - 5) - (3x - 2)]$

$D = (3x - 2)(x - 5 - 3x + 2)$

$\mathbf{D = (3x - 2)(-2x - 3)}$

3) حل المعادلة $(3x - 2)(- 2x - 3) = 0$

$(3x - 2)(-2x - 3) = 0$

إما : $3x - 2 = 0$ ومنه : $3x = 2$ أي : $x = \frac{2}{3}$

أو : $-2x - 3 = 0$ ومنه : $2x = -3$ أي : $x = \frac{-3}{2}$

فحلا هذه المعادلة هما : $\frac{2}{3}$ و $\frac{-3}{2}$.

التمرين الخامس :

حساب ثمن قطعة الشكولاطة وثمن حبة الحلوى:

1) إختيار المجاهيل

نرمز ب x لثمن قطعة الشكولاطة وب y لثمن حبة الحلوى

y, x عددان موجبان و هما بالدينار

2) كتابة المعادلتين :

$$\begin{cases} 25x + 10y = 102,50 & (1) \\ 15x + 20y = 82,50 & (2) \end{cases}$$

3) الحل:

يمكن حل هذه الجملة بطريقة التعويض أو بطريقة الجمع.

نختار طريقة التعويض:

من المعادلة 1 نجد: $10y = 102,5 - 25x$

أي : $y = \frac{102.5-25x}{10}$ أو $y = 10,25 - 2,5x$ ونسميها المعادلة 3

بالتعويض في المعادلة الثانية نجد :

$$\begin{aligned}
15x + 20y &= 82,5 \\
15x + 20(10,25 - 2,5x) &= 82,5 \\
15x + 205 - 50x &= 82,5 \\
- 35x &= 82,5 - 205 \\
x &= (-122,5) / (-35) \\
x &= 1225 / 350 \\
x &= 49 / 14 \\
x &= 7 / 2 \\
x &= 3,5
\end{aligned}$$

نعوض في المعادلة 3 يكون :

y = 10,25 - 2,5x
y = 10,25 - 2,5 x 3,5
y = 10,25 - 8,75
y = 1,5

التحقق:

25x + 10y = 25 x 3,5 + 10 x 1,5 = 87,5 + 15 = 102,5
15x + 20y = 15 x 3,5 + 20 x 1,5 = 52,5 +30 = 82,5 محققة.

4) كتابة الحل:
ثمن قطعة الشكولاطة هو 3.5 دج وثمن حبة الحلوى هو 1.50 دج .

المسألة :

1) تعيّين النقاط A (1 ; 5) و B (3 ; -1).
2) التعيين بالحساب معادلة (AB)
النقطتان A و B ليس لهما نفس الفاصلة فالمستقيم (AB) لا يوازي محور التراتيب .
فمعادلة (AB) من الشكل y = ax + b حيث a هو معامل التوجيه و b الترتيب إلى المبدأ .

حساب b	حساب a
y = - 3x + b 5 = - 3 ×1 + b 5 = - 3 + b 5 + 3 = b 8 = b	$m = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A}$ $m = \frac{-1-5}{3-1}$ $m = \frac{-6}{2}$ m = -3 y = - 3x + b

معادلة المستقيم (AB) هي : y = - 3x + 8.

3) حساب إحداثيي النقطة M منتصف [AB] ، و تعيين M في الشكل :

ترتيب M فاصلة M

$$y_M = \frac{y_A + y_B}{2} \qquad x_M = \frac{x_A + x_B}{2}$$
$$y_M = \frac{5+(-1)}{2} \qquad x_M = \frac{1+3}{2}$$
$$y_M = 2 \qquad x_M = 2$$

إحداثيا *M* منتصف [AB] هما (2 ; 2).

4) رسم المستقيم $y = \frac{1}{3}x + \frac{4}{3}$
لرسم المستقيم (d) ، نبحث عن إحداثيي نقطتين منه.
إذا كان x = -1 فإن : $y = \frac{1}{3}\times(-1) + \frac{4}{3} = \frac{3}{3} = 1$ فنجد $E(-1\ ,1)$
إذا كان x = 5: فإن : $y = \frac{1}{3}\times 5 + \frac{4}{3} = \frac{9}{3} = 3$ فنجد : $F(5\ ,3\ )$.
5) إنتماء النقطة M إلى (d) ، مع التبرير:
إذا حقق إحداثيا M معادلة (d) ، تكون M نقطة من (d)

بتعويض x بفاصلة M أي العدد 2 في معادلة (d) لابد أن نجد ترتيب M.

لدينا : $y=\frac{1}{3}\times2+\frac{4}{3}=\frac{2}{3}+\frac{4}{3}=\frac{6}{3}=2$

نلاحظ أن إحداثيي M حققا المعادلة والنقطة M تنتمي إلى **(d)**.

6) نبرهن أن المستقيمين (d) و (AB) متعامدان

إذا كان جداء معاملي توجيه المستقيمين 1 - يكون المستقيمان متعامدان .

- معامل توجيه (AB) هو -3

- معامل توجيه (d) هو $\frac{1}{3}$

لدينا : $-3\times\frac{1}{3}=-1$

فالمستقيمين (d) و (AB) متعامدان .

7) تعيين النقطة C (- 3 ; 2). ، ما يمثله المستقيم (CM) بالنسبة إلى المثلث ABC

المستقيم (CM) يمر من الرأس C و من M منتصف الضلع [AB].

فهذا المستقيم متوسط في المثلث ABC متعلق بالضلع [AB].

8) إيجاد معادلة المستقيم (CM).

النقطتان لهما نفس الترتيب فالمستقيم (CM). مواز لمحور الفواصل ، فمعادلته من الشكل y = b:

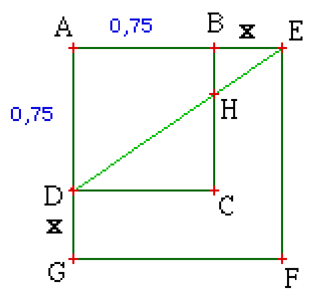
لدينا : $b=2$

فمعادلة المستقيم (CM). هي : y = 2.

شهادة التعليم المتوسط Brevet des collèges 1998

أكاديمية : Créteil, Paris, Versailles

المسألة :



طول ضلع المربع ABCD هو $0.75cm$ ، نحصل على المربع AEFG بتمديد الضلعين [AB] و [AD] بنفس الطول x ، حيث x

معبر عنه بالسنتيمتر ، القطعة [ED] تقطع [BC] فيH .

1) في هذا السؤال، نضع BE = 0,5.

أ ـ أحسب محيط المربع AEFG.

ب ـ أحسب $\tan \widehat{AED}$ واستنتج القيمة المدورة إلى الدرجة لقيس الزاوية $\widehat{AED}$.

2) نضع من الآن فصاعدا : $BE = x$.

أ ـ بيّن أنّ : P محيط المربع AEFG يساوي 4x+3.

ب ـ المستوي منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس (O, I, J) ، وحدة الأطوال هي السنتيمتر .
باستعمال ورق مليمتري ، أرسم المستقيم المعرف بالمعادلة y = 4x+3.

ج ـ باستعمال هذا التمثيل (اترك أثار الرسم) ، أوجد P محيط المربع AEFG من أجل x = 2.

ـ أوجد x بالتقريب إلى 0.1 سنتيمتر كي يكون محيط المربع AEFG يساوي10 cm.

ـ بالحساب ، عيّن القيمة المضبوطة للعدد x التي يكون من أجلها $P = 10$.

3) في هذا السؤال ، نضع HB = 0,6 و BE = x، أحسب الطول BE.

الحـــــل

المسألة :

1) أ ـ حساب محيط المربع AEFG
إذا كان : BE = 0, 5 يكون طول العرض : $0,75 + 0,5 = 1.25$
محيط المربع AEFG هو: $1.25\ cm$

ب ـ حساب $\tan \widehat{AED}$ واستنتاج القيمة المدورة إلى الدرجة لقيس الزاوية $\widehat{AED}$
في المثلث DAE القائم في A ، لدينا :
$$\tan \widehat{AED} = \frac{AD}{AE} = \frac{0,75}{1,25} = 0,6$$
الآلة الحاسبة تعطي حوالي 30.96° أي 31° وهي القيمة المدورة إلى الدرجة.

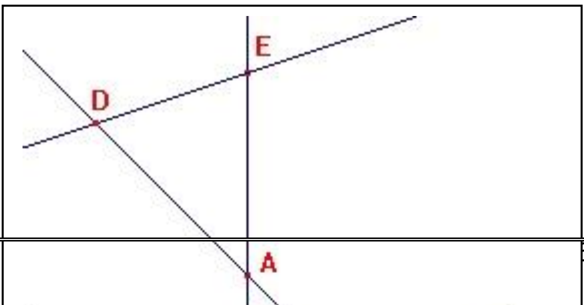
2) أ ـ نبيّن أن P محيط المربع AEFG مساوٍ لـ 4x+3
للمربع ثلاثة أضلاع متقايسة ، فيكون :
$P = 4(x + 0.75)$.
محيط المربع هو : 4x + 3.

ب ـ رسم المستقيم المعرف بالمعادلة : y = 4x+3
المعادلة y = 4x+3 من الشكل: y = ax + b .
نبحث عن إحداثيي نقطتين من هذا المستقيم.
ـ إذا كان x = 0 يكون : y = 3 ، ومنه : $L(0\ ,3\ )$.
ـ إذا كان : x = -2 فإنّ : y = -5 ومنه : $M(-2\ ,-5)$
المستقيم الذي نريد رسمه يشمل النقطتين $L(0,3)$ و $M(-2\ ,-5)$ فهو (ML)

شهادة التعليم المتوسط Brevet des collèges 1999

أكاديميات : Aix-Marseille, Corse, Montpellier, Nice, Toulouse

الأنشطة الهندسية :



التمرين الأول:

في الشكل المقابل غير المرسوم بالأبعاد الحقيقية ،

المستقيمان (BF) و (CG)متوازيان .

1 - نعطي : $AB = 5$ ، $BC = 4$ و $AF = 3$.

أحسب AG ثم: FG .

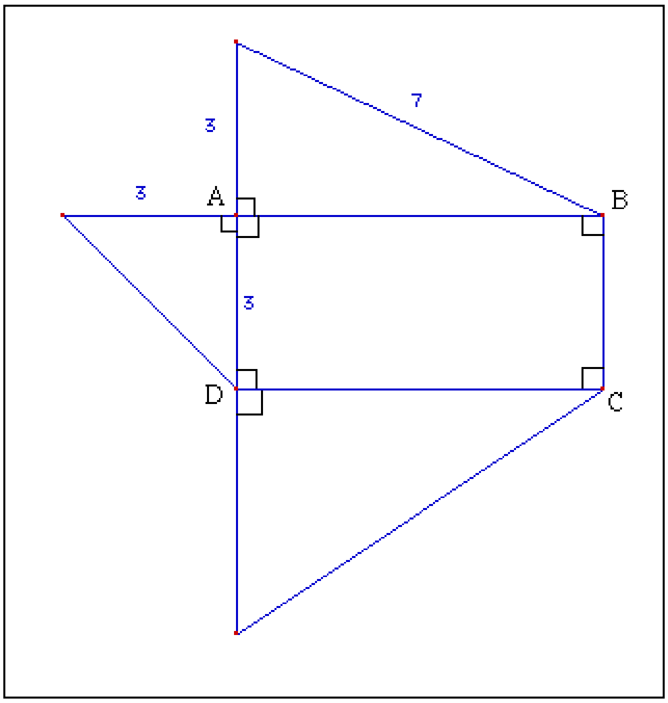
2 - نعطي : $AD = 7$ و $AE = 4,2$.

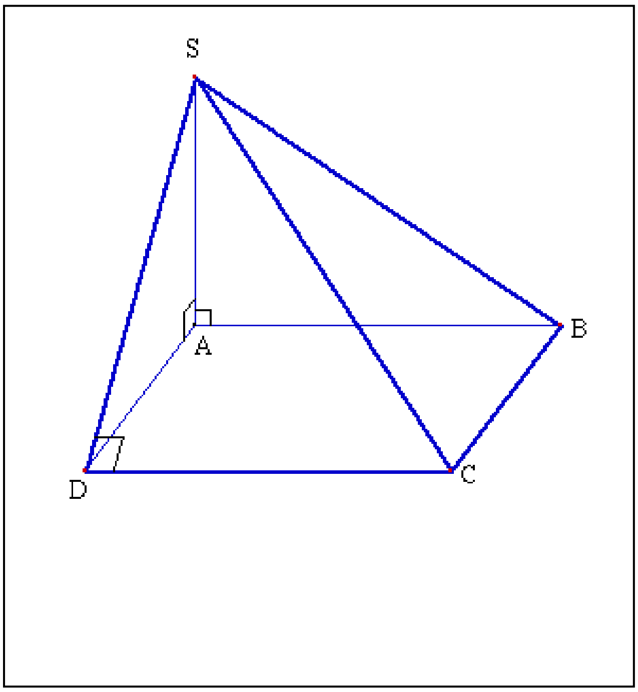
بيّن أن : المستقيمان (ED) و (BF) متوازيان .

التمرين الثاني :

الوحدة هي السنتيمتر،

$SABCD$ هرم رأسه S قاعدته المستطيل $ABCD$ ، الوجوه الجانبية SAB، SAD و SDC مثلثات قائمة.





ينقص الوجه SBC، أرسمه.

2 - بيّن أن : $SD = 3\sqrt{2}$.

3- علما أن : $SC = \sqrt{58}$، أثبت أن : المثلث SBC قائم في B.

الأنشطة العددية:

التمرين الأول :

1- نعطي $B = 7\sqrt{75} - 5\sqrt{27} + 4\sqrt{48}$

اكتب B على شكل $b\sqrt{3}$ حيث b عدد ناطق.

2- ليكن : $C = \dfrac{0,23 \times 10^3 - 1,7 \times 10^2}{0,5 \times 10^{-1}}$.

أحسب C واكتبه كتابة علمية .

التمرين الثاني :

ليكن : $E = (2x - 1)^2 - (2x - 1)(x - 3)$.

1 ـ أنشر وبسط : E.

2 ـ حل المعادلة : $(2x - 1)(x + 2) = 0$.

التمرين الثالث:

1ـ حل الجملة :

$$\begin{cases} x - y = 8 & (1) \\ 7x + 5y = 104 & (2) \end{cases}$$

2 ـ ثمن وردة أكبر من ثمن زهرة سوسن ب 8دج ، وثمن باقة تتألف من 7وردات و 5 زهرات سوسن هو 104 دج،

ما هو ثمن كل من الوردة الواحدة وزهرة السوسن الواحدة؟

المسألة :

ثلاث حرفيين ، زيد ، سعد ، وعمر يصنعون في كل شهر نفس العدد من الألعاب .

لزيد أجرة ثابتة هي 9000دج .

و لسعد أجرة هي 3000دج وتزيد ب 50 دج مقابل كل لعبة ينتجها .

أما عمر فأجرته هي 4000دج وتزيد ب 40 دج مقابل كل لعبة ينتجها.

1ـ أنقل وأكمل الجدول الأتي الذي يمثل أجرة كل حرفي عندما ينتج :

- 130 لعبة خلال شهر.
- 100 لعبة خلال شهر .

	أجرة زيد	أجرة سعد	أجرة عمر
130 لعبة			
100 لعبة			

2 ـ عبّر بدلالة x عن y_A, y_B, y_C أجور كل من زيد وسعد وعمر على الترتيب .

3 ـ في معلم متعامد ومتجانس نعتمد الوحدتين الآتيتين :

- على محور الفواصل 1 cm يمثل 10 وحدات .

- على محور الترتيب 1 cm يمثل 500 وحدة.

ملاحظة: اجعل مبدأ المعلم في أسفل الورقة جهة اليمين .

أرسم في هذا المعلم ، المستقيمات : (D_1) ، (D_2) ، D_3 المعرفة بالمعادلات :

(D_1); y = 9 000 :
(D_2) : y = 50 x + 3000 ;
(D_3) : y = 40x + 4 000.

4ـ بمساعدة الرسم البياني السابق الذي تحصلت عليه ، أجب على الأسئلة الآتية :

أ ـ إبتداءا من كم لعبة منتجة في الشهر تكون أجرة سعد أكبر من أجرة عمر ؟

ب ـ إبتداءا من كم لعبة منتجة في الشهر تكون أجرة سعد أكبر من أجرة عمر وزيد؟

ج ـ هل يمكن للحرفيين الثلاثة أن يقبضا نفس الأجرة في الشهر ؟ اشرح الإجابة .

الحـــل

الأنشطة الهندسية:

التمرين الأول :

المستقيمان (BF) و (CG) متوازيان ففي المثلث AGC يمكن استعمال نظرية طالس فنجد :

$\frac{AB}{AC} = \frac{AF}{AG}$ ومنه : $\frac{5}{5+4} = \frac{3}{AG}$

أي : $5AG = 3 \times 9$ ومنه : $AG = \frac{3\times9}{5} = \frac{27}{5} = 5.4$

ومنه : FG = AG - AF = 5,4 - 3 = 2,4

أي : **AG = 5,4** و **FG = 2,4**.

2 ـ نبين أن : (ED) يوازي (BF) حيث AD = 7 و AE = 4,2:

(AF) و (AB) متقاطعان في A، والنقطة D من (AB) و النقطة E من (AF).

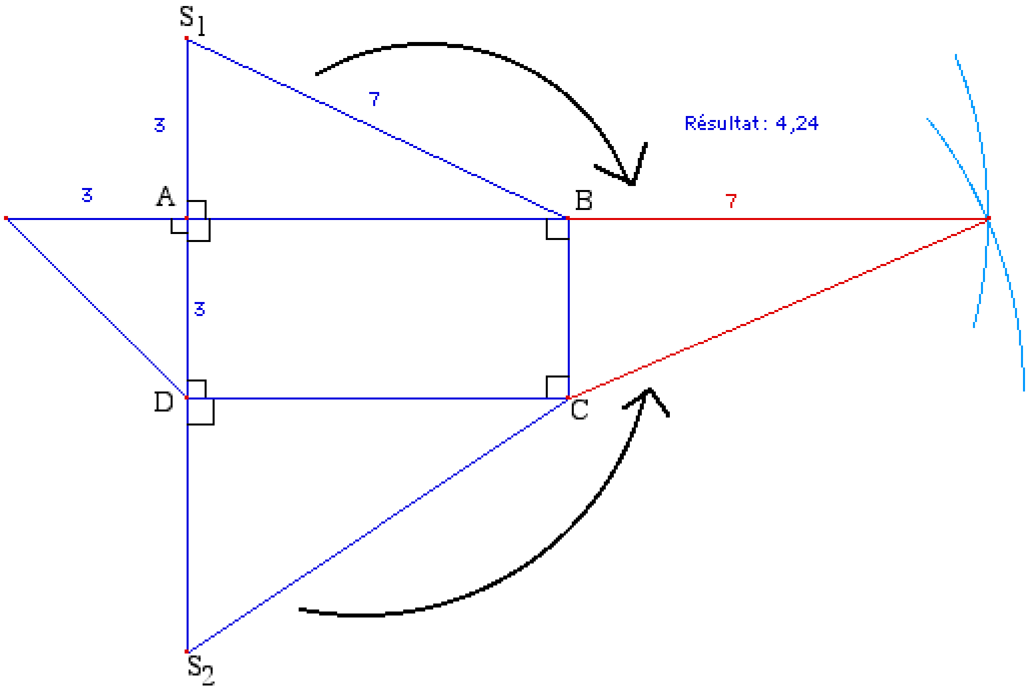
النقاط : B, A, D من جهة والنقاط F, A, E من جهة أخرى بنفس وضعية الترتيب ، فيمكن استعمال النظرية العكسية لنظرية طالس:

لدينا : $\frac{AE}{AF} = \frac{4,2}{3} = \frac{42}{30} = \frac{7}{5}$; $\frac{AD}{AB} = \frac{7}{5}$

فيكون : $\frac{AD}{AB} = \frac{AE}{AF}$

إذن : المستقيمان **(ED)** و **(BF)** متوازيان .

التمرين الثاني :



2 ـ نبيّن أن : $SD = 3\sqrt{2}$:

المثلث SAD قائم في A ، يمكن تطبيق نظرية فيثاغورث :

$SD^2 = SA^2 + AD^2$

$SD^2 = 3^2 + 3^2$

$SD^2 = 9 + 9 = 18$

$SD = \sqrt{18} = \sqrt{9 \times 2} = \sqrt{9} \times \sqrt{2} = 3\sqrt{2}$.

3ـ نثبت ان المثلث SBC قائم في B

لدينا $SB^2 + BC^2 = 7^2 + 3^2 = 49 + 9 = 58$; $SC^2 = \sqrt{58} = 58$

فيكون : $SC^2 = SB^2 + BC^2$ ، فالمثلث **SBC** قائم في**B** .

حل المسألة:

1ـ نقل وملء الجدول:

	أجرة زيد	أجرة سعد	أجرة عمر
130لعبة	9000دج	9500دج	9200دج
100لعبة	**9000دج**	**8000دج**	8000دج

2ـ التعبير بدلالة x عن الأجرة الخاصة لكل من زيد ، سعد ، عمر :

$y_A = 9000$

$y_B = 50x + 3000$

$y_C = 40x + 4000$

3ـ رسم في المعلم المستقيمات : (D_1) ، (D_2) ، D_3

ـبالنسبة للمستقيم (D_1); y = 9 000 : هي دالة تآلفية ثابتة ، فالمستقيم الممثل لها موازٍ لمحور الفواصل ويمر من E التي إحداثياها :.(0 ; 9 000) .

ـ بالنسبة للمستقيم (D_2): y = 50 x + 3000 ; فهي دالة تآلفية ، تمثيلها البياني مستقيم يمكن أن نرسمه بتعيين نقطتين منه :

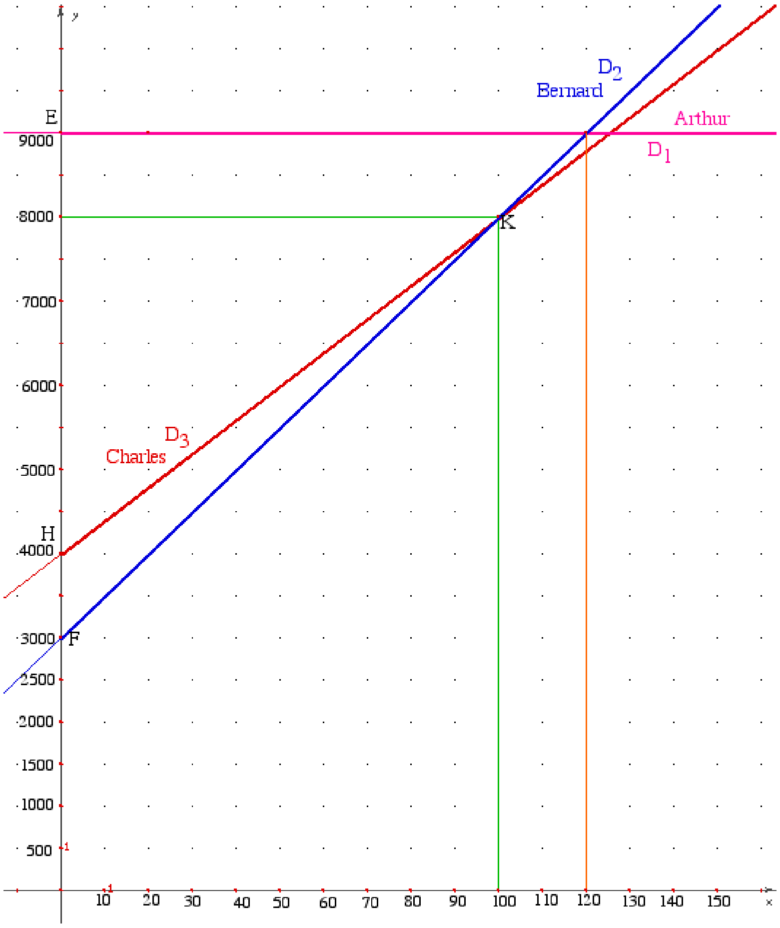
إذا كان : x = 0 فإن : y = 3000 ، فنجد النقطة $F(0, 3000)$

إذا كان : x = 100 فإن : y = 8000 ، فنجد النقطة $G(100,8000)$

ـ بالنسبة للمستقيم (D_3) y = 40x + 4 000. : فهي دالة تآلفية ، تمثيلها البياني مستقيم كي نرسمه لابد من تعيين نقطتين منه :

إذا كان : x = 0 فنجد: y = 4000 فتكون : $H(0, 4000)$ من (D_3)

وإذا كان: x = 100 فنجد: y = 8000 فتكون $H(100,8000)$



4ـ أ ـ بدءً من أي عدد من اللعب المنتجة في الشهر تكون أجرة سعد أكبر من أجرة عمر؟

من أجل 100 لعبة ، يكون لسعد وعمر نفس الأجرة .، وبدءً من 101 لعبة ، يكون تمثيل أجرة سعد (D_2)أعلى من تمثيل أجرة عمر(D_3).

يقبض سعد أكثر من عمر ابتداء من 101 لعبة .

ب ـ بدءً من أي عدد من اللعب المنتجة في الشهر تكون أجرة سعد أكبر من أجرة عمر وزيد؟

المستقيم (D_2) يقطع (D_1)في النقطة .(9000 ; 120). من هذه النقطة (D_2) يكون أعلى من (D_1) و(D_3).

إذن : سعد يقبض أجرة أعلى من أجرة عمر وزيد بدءً من **121 لعبة**.

ج ـ إمكانية أن يقبض الحرفيون الثلاثة نفس الأجرة في الشهر، مع الشرح:

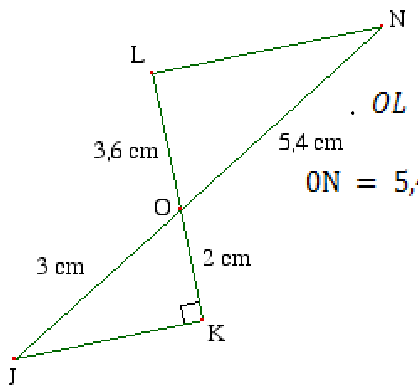
المستقيمات الثلاث لا تتقاطع في نقطة واحدة ، إذن الحرفيون الثلاثة لا يمكن أن يقبضوا نفس الأجرة في الشهر .

شهادة التعليم المتوسط Brevet des collèges 2000

أكاديميات : Aix-Marseille, Corse, Montpellier, Nice, Toulouse

الأنشطة الهندسية :

التّمرين الأوّل:



الشكل المقابل ليس بالأبعاد الحقيقية .

- النقاط K ، O ، L على استقامة واحدة، O بين K و L حيث $OK = 2\ cm$ و$OL = 3{,}6\ cm$.

- النقاط : J ، O ، N على استقامة واحدة ، O بين J و N حيث : $OJ = 3\ cm$ و $ON = 5{,}4\ cm$

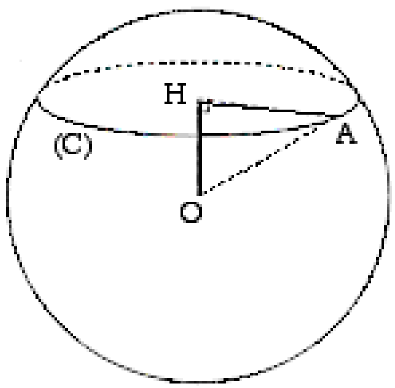
- المثلث OKJ قائم في K .

1- أحسب قيس الزاوية $\widehat{OJK}$ بالتدوير إلى الدرجة.

2 - بيّن أن المستقيمين (JK) و (LN) متوازيان .

3 - استنتج : من السؤال 2 ، وبدون حساب ، أنّ الزاويتين $\widehat{OJK}$ و$\widehat{ONL}$ متقايستان.

التّمرين الثاني :



المستوي يقطع كرة مركزها O و نصف قطرها 10 cm بدائرة (C) مركزها H.

المسافة OH بين مركز الكرة والمستوي (P) هي 6 cm.(انظر الشكل غير المرسوم

النقطة A من الدائرة (C) .

1) باستعمال المعطيات ، أرسم بالأبعاد الحقيقية المثلث OHA القائم فيH. (أترك اثار الرسم)
2) أحسب نصف قطر الدائرة (C).

الأنشطة العدديّة:

التمرين الأوّل :

نعتبر العددين : $A = \frac{1}{3} + \frac{2}{3} \times \frac{2}{5}$ ، $B = (5\sqrt{2} - 7)(5\sqrt{2} + 7)$

بكتابة كل خطوات الحل،

1) أكتب A على شكل كسر غير قابل للاختزال .
2) بيّن أنّ B عدد ناطق.

التّمرين الثّاني:

لتكن العبارة : $D = (2x - 3)(5x + 4) + (2x - 3)^2$.

1) بين بالتفصيل أن D يكتب بالشكل : $D = (2x- 3)(7x + 1)$.
2) حل المعادلة: $(2x - 3)(7x + 1) = 0$.

التمرين الثالث :

قاعة سينما تعرض على زبائنها مقاعدا بتسعيرة أ ، و مقاعدا أخرى بتسعيرة ب .
حجز عبد الهادي مقعدا بتسعيرة أ و 3 مقاعد بالتسعيرة ب . فدفع 480 دج.
كما حجز عبد الوهاب مقعدين بالتسعيرة أ ومقعدا بالتسعيرة ب.فدفع 410 دج .
نريد حساب ثمن مقعد التسعيرة أ ، وثمن مقعد التسعيرة الثانية ب.
كي تنجز هذه الحسابات يقترح عليك أستاذك الجملة الآتية :

$$\begin{cases} x + 3y = 480 \\ 2x + y = 410 \end{cases}$$

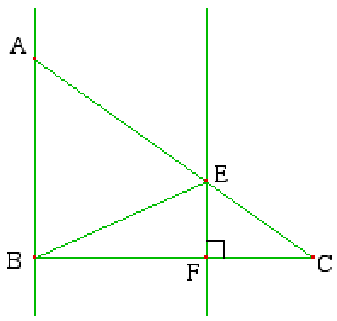
1) ماذا يمثل المجهولان x و y؟
2) حل الجملة السابقة.

المسألة:

وحدة الأطوال هي السنتيمتر ، و وحدة المساحات هي السنتيمتر المربع.
الشكل المقابل ليس بالأبعاد الحقيقية .
ABC مثلث حيث AC = 20 cm ، BC = 16 cm ، AB = 12 cm.
F نقطة من القطعة [BC] . المستقيم العمودي على المستقيم (BC) يمر من F ويقطع [CA] في E.

الجزء الأول:

1) برهن أن المثلث ABC قائم في B.
2) أحسب مساحة المثلث ABC.
3) برهن ، و بالاستعانة بالسؤال 1 ، أن $(EF) \backslash\backslash (AB)$



الجزء الثاني :

نضع : CF = 4 cm.
1) برهن أن EF =3 cm.
2) أحسب مساحة المثلث EBC.

الجزء الثالث :

في هذا الجزء نضع CF = x، حيث x عدد و: 0< x < 16 .
1) بيّن أن $EF = \frac{3}{4}x$.
2) بيّن أنّ مساحة المثلث EBC هي $6x$.
3) ما هي قيمة x التي من أجلها تكون مساحة المثلث EBC تساوي 33؟
4) عبّر بدلالة x عن مساحة المثلث EAB ، ما هي القيمة المضبوطة التي من أجلها تكون مساحة EAB تساوي ضعف مساحة المثلث EBC ؟

الحـــــــــــل

الأنشطة الهندسية :

التمرين الأول:

1) حساب قيس الزاوية $\widehat{OJK}$بالتدوير إلى الدرجة:
OJK قائم في K ، يمكن إستعمال النسب المثلثية ،
لدينا : $sin\widehat{OJK} = \frac{OK}{OJ} = \frac{2}{3} \approx 0.667$

الآلة الحاسبة تعطي: $\widehat{OJK} \approx 41{,}810$ أي 42° .

2) برهان أن : (JK) و (LN) متوازيان

النقاط K, O, L على إستقامة واحدة ، و O بين K و L .

النقاط J, O, N على استقامة واحدة ، و O بين : J و N.

لدينا $\frac{ON}{OJ} = \frac{5{,}4}{3} = 1{,}8$; $\frac{OL}{OK} = \frac{3{,}6}{2} = 1{,}8$

إذن : $\frac{OL}{OK} = \frac{ON}{OJ}$

فحسب النظرية العكسية لنظرية طالس يكون : **(NL) و (JK) متوازيان.**

3) استنتاج من السؤال 2 من دون حساب أن : $\widehat{OJK} = \widehat{ONL}$

(NL) و (JK) متوازيان ، و (LK) عمودي على (JK).

إذن : (LK) عمودي على (JK)

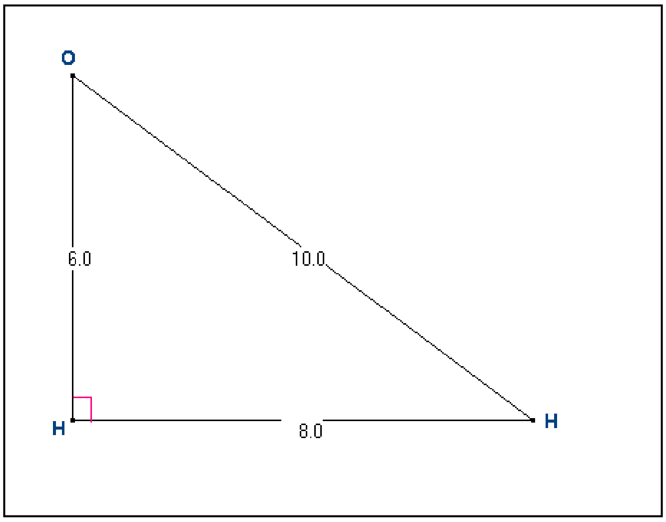
فالمثلث OLN قائم .

المثلثان OJK و OLN قائمان ، زاويتاهما $\widehat{JOK}$ ، $\widehat{LON}$ متقابلتان بالرأس فهما متقايستان

إذن : تكون الزاويتان $\widehat{OJK}$ و$\widehat{ONL}$ متقايستان.

التّمرين الثّاني

1) باستعمال المعطيات ، نرسم بالأبعاد الحقيقية المثلث OHA القائم فيH



2) حساب نصف قطر الدائرة (C).

لدينا OH المسافة بين مركز الكرة والمستويالذي يقطعها .

إذن : (OH) عمودي على (HA)

فالمثلث OHA قائم في H

حسب نظرية فيثاغورث نجد :

$OH^2 + HA^2 = OA^2$

ومنه : $AH^2 = 10^2 - 6^2$

أي $AH = \sqrt{64} = 8cm$

التَّمرين الثَّاني:

1) نبين أن : $D = (2x-3)(7x+1)$.

لدينا $D = (2x-3)(5x+4) + (2x-3)^2$

ومنه : $D = (2x-3)[(5x+4) + (2x-3)]$

أي : $D = (2x-3)(5x+4+2x-3)$

إذن: $D = (2x-3)(7x+1)$

2) حل المعادلة $(2x-3)(7x+1) = 0$.

$(2x-3)(7x+1) = 0$ تعني إما: $2x - 3 = 0$. أي : $2x = 3$ ومنه: $x = \frac{3}{2}$

أو : $7x + 1 = 0$ أي : $7x = -1$ ومنه : $x = \frac{-1}{7}$

التمرين الثالث :

$$\begin{cases} x + 3y = 480 \\ 2x + y = 410 \end{cases}$$

1) ما يمثله المجهولان : x و y:

X يمثل التسعيرة أ ، y يمثل التسعيرة ب.

2) حل الجملة السابقة:

$$\begin{cases} x + 3y = 480 & (1) \\ 2x + y = 410 & (2) \end{cases}$$

من المعادلة(1) نجد : $x = 480 - 3y$ ....(3)

نعوض في (2) نجد : $2(480 - 3y) + y = 410$

أي : $960 - 6y + y = 410$ ومنه: $550 = 5y$ أي : $y = \frac{550}{5}$ إذن : $y = 110$

نعوض في (3) نجد : $x = 480 - 3 \times 110$ أي : $x = 480 - 330$ أي : $x = 150$

فقيمة التسعيرة أ هي : $150DA$ والتسعيرة ب هي $110DA$

حل المسألة:

الجزء الأوّل :

1) برهان أن : ABC قائم في B

لدينا : $AC^2 = 20^2 = 400$

و: $AB^2 + BC^2 = 12^2 + 16^2 = 144 + 256 = 400$

إذن : $AC^2 = AB^2 + BC^2$

فحسب النظرية العكسية لنظرية فيثاغورث يكون **المثلث ABC قائم في B.**

2) حساب مساحة المثلث ABC

$$\frac{AB \times Bc}{2} = \frac{12 \times 16}{2} = 6 \times 16 = 96$$

مساحة المثلث ABC هي : $96cm^2$.

2) برهان بالاستعانة بالسؤال 1 أن (EF) يوازي (AB).

المثلث ABC قائم في B إذن: .(AB) ⊥(BC).

من المعطيات ، لدينا .(EF) ⊥(BC)

ينتج من ذلك : **(EF) يوازي (AB).**

الجزء الثاني:

1)برهان أن : EF =3 cm

في المثلث ABC ، المستقيمان (AB)،(EF) متوازيان ، حسب السؤال السابق فيمكن استعمال نظرية طالس

لدينا : $\frac{EF}{AB} = \frac{CF}{CB} = \frac{CE}{CA}$

ومنه : $\frac{EF}{AB} = \frac{CF}{CB}$ أي : $\frac{EF}{12} = \frac{4}{16}$ ومنه: $16 \times EF = 4 \times 12$ ونجد : $EF = \frac{4 \times 12}{16} = \frac{48}{16} = 3$

EF = 3 cm.

2)حساب مساحة المثلثEBC

$$A=\frac{BC\times EF}{2}=\frac{16\times 3}{2}=24$$

مساحة المثلث EBC هي $24cm^2$.

الجزء الثالث :

1) حساب EF بدلالة CF = x

بتعويض CF ب x في الجزء الثاني

$\frac{EF}{AB}=\frac{CF}{CB}$: ومنه $\frac{EF}{12}=\frac{x}{16}$:ومنه $16\times EF=12x$: أي $EF=\frac{12x}{16}$ ومنه : $\boldsymbol{EF=\frac{3}{4}x}$

2) نبين أن مساحة EBC هي $6x$

$$\frac{12}{2}x=\frac{16\times\frac{3}{4}x}{2}=\frac{BC\times EF}{2}=6x .$$

مساحة المثلث EBC هي $6x$.

3) من أجل أي قيمة ل x تكون مساحة EBC معبر عنه بالسنتيمتر المربع هي 33

لدينا 33 = 6 x ومنه: $x=\frac{33}{6}$: أي $\boldsymbol{x=5.5}$.

4) التعبير بدلالة x عن مساحة EAB

ارتفاع EAB المار من E هو BF

$$S=\frac{AB\times BF}{2}=\frac{12\times(16-x)}{2}=6\times(16-x)$$

القيمة المضبوطة ل x التي من أجلها تكون مساحة EAB مساوية لضعف مساحة EBC

6 (16 - x) = 2 x 33

96 - 6x = 66

-6x = 66 - 96

-6x = -33

6x = 33

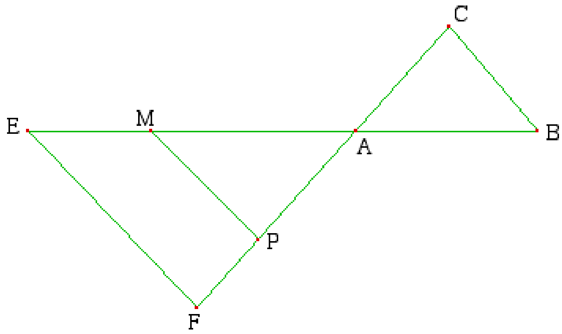
x = 33 / 6

x = 5,5

مساحة EAB ضعف مساحة EBC عندما يكون x = 5,5

الأنشطة الهندسية

التمرين الأول:



وحدة الطول هي السنتيمتر.
الشكل المقابل ليس بالأبعاد الحقيقية ، ولا نطلب إعادة رسم
النقاط B, A, M, E على استقامة واحدة وبهذا الترتيب
النقاط C, A, P, F على استقامة واحدة وبهذا الترتيب .
المستقيمان (EF) و (MP) متوازيان.
AM = 6 ، MP = 4,8 ، AP = 3,6 ، EF= 6 ، 5

1) برهن أن المثلث AMP قائم .
2) أحسب AE واستنتج الطول ME .
3) برهن أن المستقيمين (MP) و (BC) متوازيان .
4) برهن أنّ $\widehat{CBA} = \widehat{AMP}$

التمرين الثاني :

1) أنشئ دائرة مركزها O ونصف قطرها 3 cm ، عيّن من هذه الدائرة النقاط الثلاثة A ، B ، C حيث BC = 4 و $\widehat{BCA} = 65°$.
أنشي النقطة F متقابلة قطريا مع النقطة B .
2) برهن أن المثلث BFC قائم .
3) احسب $\sin \widehat{BFC}$ واستنتج قيس الزاوية $\widehat{BFC}$ بالتدوير إلى الدرجة .
4) عيّن بالتقريب إلى الدرجة أقياس زوايا المثلث BOC.

الأنشطة العددية

التمرين الأول:

أكتب على شكل كسر غير قابل للاختزال الكسر $\frac{630}{924}$ مسجلا بالتفصيل كل خطوات الحل.

التمرين الثاني :

النتائج تكون مرفقة بالخطوات المفصلة للحل.
أحسب العبارات C, B, A واكتبها على شكل كسر غير قابل للاختزال.

$$A = \frac{3}{4} + \frac{5}{4} \times \frac{7}{15} \quad ; \quad B = \frac{\frac{5}{6} - \frac{5}{4}}{\frac{5}{8}} \quad ; \quad C = \frac{8 \times 10^{15} \times 15 \times 10^{-6}}{20 \times (10^2)^5}$$

التّمرين الثالث :

ثمن ثلاث كراريس وسيالة هو 57 دج . أما ثمن خمس كراريس وثلاث سيالات فهو 107 دج
أحسب ثمن الكراس الواحد وثمن السيالة الواحدة .

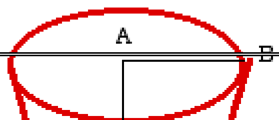
التّمرين الرابع:

لتكن العبارة الجبرية : $E = (2x + 3)^2 + (x - 7)(2x + 3)$

1) أنشر العبارة E
2) حلّل العبارة E
3) حل المعادلة : $(2x + 3)(3x - 4) = 0$.
4) احسب القيمة المضبوطة للعبارة E حيث $x = \sqrt{2}$.

المسألة:

الجزء الأول :



الجزء الأعلى من كأس على شكل مخروط قطر قاعدته $6cm$ وارتفاعه $AS = 9cm$.

1) بيّن أن حجم المخروط هو $27\pi\ cm^2$.

2) نسكب سائلا في هذا الكأس (كما هو موضح في الشكل المقابل) ، فيصل السائل إلى غاية الارتفاع المعيّن بالنقطة H.

أ ـ لنفرض أن HS = 4,5 cm. أحسب HC نصف قطر سطح السائل. (مع تبرير الحسابات)

ب ـ عبّر بدلالة π عن حجم السائل .

ج ـ نضع HS = x (بالسنتيمتر) . بيّن أنّ نصف القطر HC لسطح السائل هو $\frac{x}{3}$.

بيّن إذن بالحساب أنّ عبارة V حجم السائل بدلالة x هي $V = \frac{\pi x^3}{27}\ cm^3$

د ـ باستعمال العبارة السابقة أحسب حجم السائل لمّا HS = 3 cm، ثم لمّا HS = 6 cm.

الجزء الثاني:

نسكب بعد ذلك السائل الموجود في المخروط في كأس على شكل إسطوانة ، قطر قاعدتها 6 cm ، وارتفاعها $9cm$.(انظر الشكل)

1)بيّن أن الحجم الكلي للاسطوانة هو $81\pi\ cm^3$.

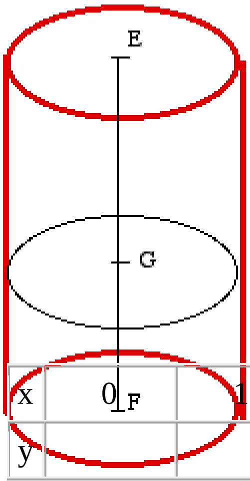
2)كم يلزم من مخروط مملوء عن آخره لملء الاسطوانة؟

3)نرمز لارتفاع السائل الموجود في الاسطوانة ب y (y = GF على الرسم).

أ ـ بيّن حجم السائل الموجود في الاسطوانة هو $9\pi y$ سنتيمتر مكعب.

ب ـ بيّن أن ه عندما نسكب في الاسطوانة الحجم $V = \frac{\pi x^3}{27}\ cm^3$ الموجود في المخروط ، يكون الارتفاع y المحصل عليه $y = \frac{x^3}{243}$ ، استنتج العبارة $x^3 = 243y$.

ج ـ أكمل الجدول الآتي ، حيث x و y مرتبطان بالعلاقة السابقة (أعط القيم المقربة لـy إلى 0.001).



x	0	1	2	3	4	5	6	7
y								

د ـ مثّل بيانيا النقاط الثمانية المحصل عليها في هذا الجدول (نأخذ 1 cm كوحدة على محور الفواصل، و 10 cm كوحدة على محور التراتيب ، و نضع مبدأ المعلم في أسفل الورقة على اليسار).

الحـــــــــــــــــــل

الأنشطة العددية :

التمرين الأول:

1)برهان أن المثلث AMP قائم :

لدينا : $AM^2 = 6^2 = 36$

و : $PM^2 + PA^2 = 4,8^2 + 3,6^2 = 23,04 + 12,96 = 36,00$

فنجد : $AM^2 = PM^2 + PA^2$.

فحسب النظرية العكسية لنظرية فيثاغورث يكون المثلث AMP قائمافي **P**.

2)حساب AE

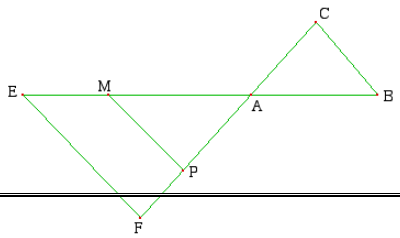
في المثلث AEF ، (EF) // (MP) (من المعطيات) ، M من القطعة [AE] و P من القطعة [AF] ، فيمكن استعمال نظرية طالس :

لدينا : $\frac{AM}{AE} = \frac{AP}{AF} = \frac{MP}{EF}$

نجد من ذلك: $\frac{AM}{AE} = \frac{MP}{EF}$

أي : $\frac{4.8}{6} = \frac{6}{AE}$ ومنه: $4.8 \times AE = 6 \times 6$ ومنه يكون : $AE = \frac{36}{4.8} = 7.5$

ـ استنتاج ME بتبرير الحساب :



ME = AE - AM = 7,5 - 6 = 1,5

AE = 7,5 et ME = 1,5

3) برهان أن : $(MP) \backslash\backslash (BC)$

النقاط M, A, B من نفس المستقيم (AM) ، و P, A, C من نفس المستقيم (AP) وهي مرتبة بنفس الترتيب .

من جهة أخرى لدينا :

$$\frac{AM}{AB} = \frac{6}{7,5} = \frac{60}{75} = \frac{4 \times \cancel{15}}{5 \times \cancel{15}} = \frac{4}{5} \; ; \; \frac{AP}{AC} = \frac{3,6}{4,5} = \frac{36}{45} = \frac{4 \times \cancel{9}}{5 \times \cancel{9}} = \frac{4}{5}$$

ومنه: $\frac{AM}{AB} = \frac{AP}{AC}$

إذن: $(MP) \backslash\backslash (BC)$

4) برهان أن : $\widehat{CBA} = \widehat{AMP}$

المستقيمان $(BC) \backslash\backslash (MP)$ و (MB) قاطعهما ،

فالزاويتين $\widehat{CBA}$ و $\widehat{AMP}$ متبادلتان داخليا .فهما متقايستان.

التمرين الثاني :

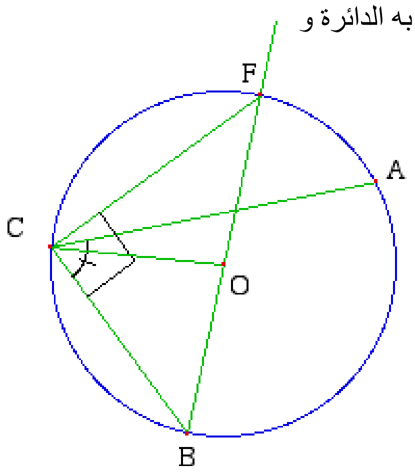
1) الإنشاء:

أنظر الصفحة الموالية

2)برهان أن المثلث BFC قائم :

من الرسم [BF] قطر للدائرة ، Cمن الدائرة .أي أن المثلث BFC تحيط به الدائرة و الضلع [BF] قطر فيها .

فالمثلث BFC قائم في **C**



3)حساب $\sin \widehat{BFC}$ واستنتاج قيس هذه الزاوية بالتدوير إلى الدرجة

$$\sin \widehat{BFC} = \frac{\text{طول المقابل}}{\text{طول الوتر}}$$

ومنه: $\sin \widehat{BFC} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3} \approx 0.667$

تعطي الآلة الحاسبة $\sin 42° \approx 0,669$: $\sin 41° \approx 0,656$

فقيس $\widehat{BFC}$ هو **42°.**

4)تعيين أقياس زوايا المثلث BOC بالتقريب إلى الدرجة :

في الدائرة : $\widehat{BFC}$ زاوية محيطية ، و $\widehat{BOC}$ زاوية مركزية تحصران نفس القوس BC.

إذن : $\widehat{BOC}$ هي ضعف $\widehat{BFC}$

ومنه: $\widehat{BOC} = 2 \times \widehat{BFC} \approx 2 \times 42 = 84°$

المثلث BOC متساوي الساقين لأن له ضلعان هما قطران في نفس الدائرة .

فزاويتي القاعدتين متقايستين .

فيكون : $\widehat{BCO} = \widehat{CBO} = \frac{180° - \widehat{BOC}}{2} \approx \frac{180° - 42°}{2} \approx \frac{96}{2} = 48°$

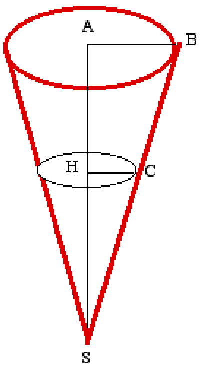
حل المسألة:

الجزء الأول:

1) نبين أن حجم المخروط هو $27\,\pi cm^3$

$$V = \frac{\pi \times AB^2 \times AS}{3} = \frac{\pi \times 3^2 \times 9}{3} = \pi \times 3 \times 9 = 27\pi$$

حجم المخروط هو $\mathbf{27\,\pi cm^3}$.



2)أ ـ حساب نصف القطر HC سطح السائل:

سطح السائل هو قرص نصف قطره HC.

في المثلث ABS ، نصفا القطر [AB] و [HC] متوازيان ،

لدينا HS = 4,5 cm و AS = 9 cm ، إذن : H منتصف [AS].

فيمكن استعمال نظرية مستقيم المنتصفين .

في مثلث المستقيم الذي يمر من منتصف أحد أضلاعه ويوازي الضلع الثاني يقطع الضلع الثالث في م

إذن : C منتصف [BS].

ومنه : $HC = \frac{1}{2}\,AB = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2}6$ =1.5cm

HC = 1,5 cm.

ب ـ التعبير بدلالة π عن حجم السائل بالسنتيمتر المكعب:

لحساب حجم السائل نحسب حجم المخروط الذي نصف قطر قاعدته HC

ومنه : $V = \frac{1}{3} \times \pi \times HC^2 \times HS$

أي : $V = \frac{1}{3} \times \pi \times 1.5^3 x = \frac{1}{3} \times \pi \times \left(\frac{3}{2}\right)^2 4.5 = \frac{1}{3} \times \frac{9}{4}\pi \times \frac{9}{2} = \frac{27}{8}\pi$

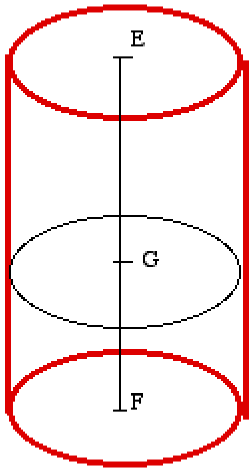
فحجم السائل هو : $\frac{27}{8}\pi\ cm^3$.

ج ـ نبين أن نصف القطر HC للسائل هو $\frac{x}{3}$

يمكن تطبيق نظرية طالس في المثلث ABS فنجد : $\frac{SH}{SA}=\frac{HC}{AB}=\frac{SC}{SB}$

ومنه: $\frac{SH}{SA}=\frac{HC}{AB}$

إذن: $\frac{HC}{3}=\frac{x}{9}$ أي : $HC=\frac{3\times x}{9}=\frac{x}{3}$



ـ نبين باستعمال الحساب أن V حجم السائل يعطى بالعبارة $V=\frac{\pi x^3}{27}\ cm^3$

$$V=\frac{\pi R^2\times h}{3}=\frac{\pi\left(\frac{x}{3}\right)^2\times x}{3}=\frac{\frac{\pi x^2\times x}{9}}{3}=\frac{\pi x^3}{9}\times\frac{1}{3}=\frac{\pi x^3}{27}$$

أي : $V=\frac{\pi x^3}{27}\ cm^3$.

د ـ باستعمال العبارة السابقة نحسب حجم السائل HS = 3 cm ، ثم : HS = 6 cm

إذا كان HS = 3 cm فإن : $V=\frac{\pi x^3}{27}=\frac{\pi\times 3^3}{27}=\frac{27\pi}{27}=\pi$

وإذا كان : HS = 6 cm فإن : $V=\frac{\pi x^3}{27}=\frac{\pi\times 6^3}{27}=\frac{\pi\times 2^3\times 3^3}{3^3}=8\pi$

الجزء الثاني :

1) نبين أن الحجم الكلي للاسطوانة هو $81\ \pi cm^3$

$$V=\frac{\pi x^3}{27}=\frac{\pi\times 6^3}{27}=\frac{2^3\times \cancel{3^3}\times\pi}{\cancel{3^3}}=8\pi$$

فحجم الاسطوانة الكلي هو $81\ \pi cm^3$

2) عدد المخاريط المملوءة على آخرها التي نسكبها في الاسطوانة لملئها:

$$\frac{81\pi}{27\pi}=\frac{81}{27}=3$$

يلزمنا 3 مخاريط كي نملأ الاسطوانة .

3) أ ـ نبين أن حجم السائل بالسنتيمتر المكعب الذي يملأ الاسطوانة هو $9\pi y$

$$V=\pi R^2\times h=\pi\times 3^2\times y=9\pi y$$

ب ـ نبين أنه عندما نسكب في الاسطوانة فإن الارتفاع y مربوط ب x بالعلاقة $x^3=243y$

$V=\pi R^2\times h$ ومنه : $\frac{\pi\times x^3}{27}=\pi\times 3^2\times y$

أي : $\pi x^3=27\times\pi\times 3^2\times y$

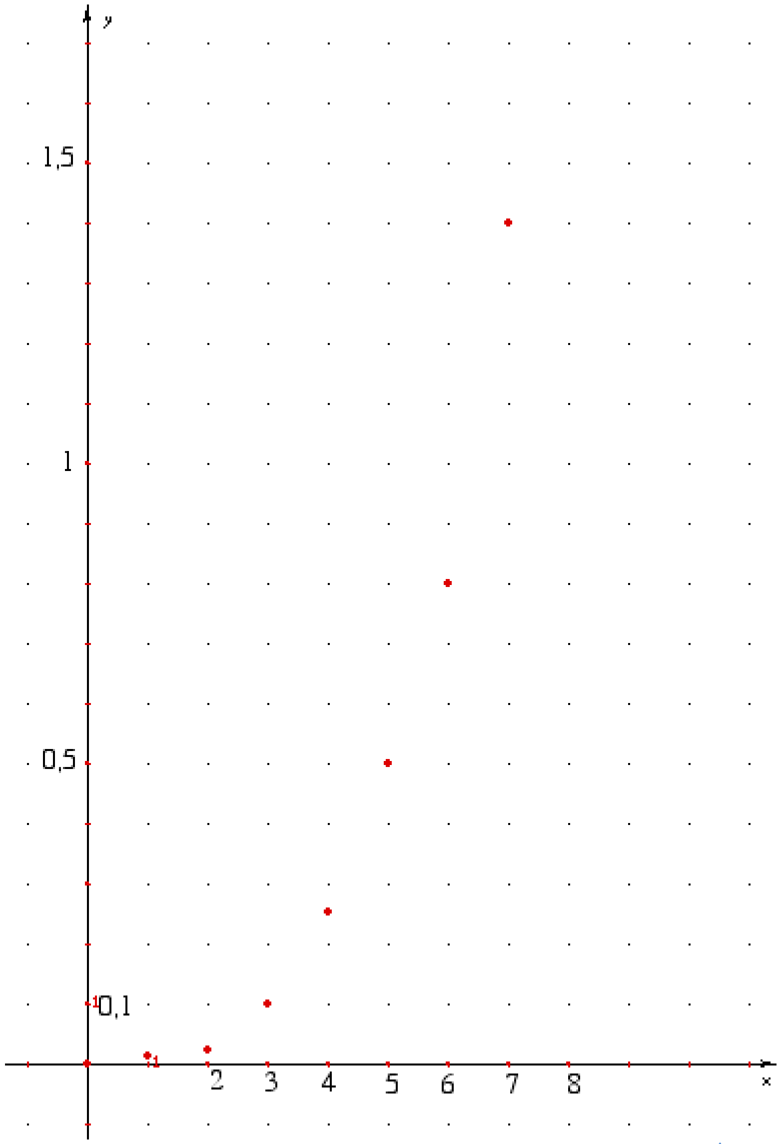
ومنه: $x^3=\frac{27\times\pi\times 3^2\times y}{\pi}=27\times 3^2\times y=243\ y$

إذن : $\mathbf{x^3=243\ y}$

ج ـ ملء الجدول:

x	0	1	2	3	4	5	6	7
y	0	0,004	0,032	0,111	0,263	0,514	0,888	1,411

د ـ التمثيل البياني للنقاط الثمانية الموجودة في الجدول:



شهادة التعليم المتوسط Brevet des collèges 2000

أكاديمية : Grenoble

الأنشطة الهندسية :

التمرين الأول :

في معلم للمستوي متعامد ومتجانس $(O , \vec{i}, \vec{j})$ ، نعتبر النقاط $A(-2; 2)$ ، $B(3; 1)$ ، $C(0;-1)$.

1) أرسم المعلم وعين هذه النقاط .
2) احسب المسافة AC.
3) سيكون $AB = \sqrt{26}$ و $BC = \sqrt{13}$ ، برهن أن المثلث ABC قائم ومتساوي الساقين .
4) أنشئ النقطة E ، صورة النقطة A بالانسحاب الذي شعاعه $\overrightarrow{CB}$.
5) استنتج نوع الرباعي ACBE.

الأنشطة العددية :

التمرين الأول :

1)ليكن العددين : $A = \frac{117}{63}$ ، $B = -\frac{8}{7}$.

أ ـ اشرح لماذا الكسر A ليس مبسطا .

التمرين الثاني :

في مخرج مدينة أحصت البلدية 6400 سيارة غادرت المدينة ، وذلك بين الساعة 16 h و الساعة 20 h وقد نظمت ذلك في جدول يعطي عدد السيارات التي غادرت المدينة في كل ساعة.

الساعة	16h/17h	17h/18h	18h/19h	19h/20h	20h/21h	21h/22h
عدد السيارات	1100	2 000	1 600	900	450	350

1) مثل هذه النتائج بمخطط مستطيلات .
2) أحسب التكرار النسبي للفئة بين 19 h-20 h(نعطي النتيجة مدورة إلى 0.01 ، ثمّ النسبة المئوية للسيارات التي تغادر المدينة بين الساعة 16 h و الساعة 20 h.
3) أحسب النسبة المئوية لعدد السيارات التي تغادر المدينة بين 16 h و 20 h.

التمرين الثالث :

حدد متحف أسعار الدخول إليه كما يلي ، 100دج للكبار و 70 دج للصغار .

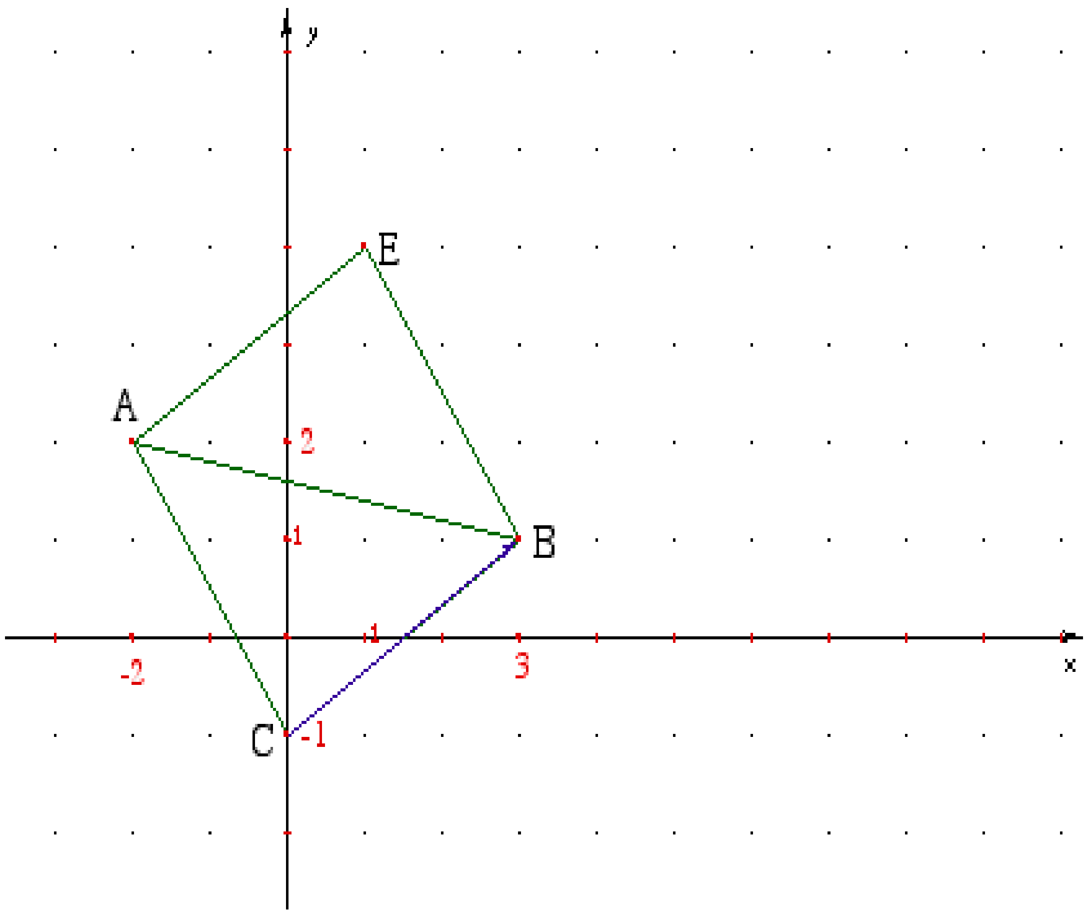
1) أحسب النسبة المئوية للتخفيض في سعر الدخول للأطفال بالنسبة لسعر دخول الكبار .
2) في أحد أيام الجمعة ، استقبل هذا المتحف 125 شخصا ، فكان مدخوله 10250 دج ، أحسب عدد الكبار و عدد الصغار الذين زاروا هذا المتحف في يوم الجمعة هذا.

الحــــــــــــــــل

الأنشطة الهندسية :

التمرين الأول :

رسم الشكل وتعيين النقاط :



حساب المسافة :

$$AC=\sqrt{(x_c-x_A)^2+(y_c-y_A)^2}=\sqrt{(10+2)^2+(-1-2)^2}=\sqrt{4+9}=\sqrt{13}$$

3)برهان أن المثلث ABC قائم ومتساوي الساقين:

$AC=CB=\sqrt{13}$ فالمثلث ABC متساوي الساقين .

باستعمال النظرية العكسية لنظرية طالس

لدينا $AC^2+BC^2=(\sqrt{13})^2+(\sqrt{13})^2=13+13=26$; $AB^2=(\sqrt{26})^2=26$

ومنه: $AB^2=AC^2+BC^2$

فالمثلث **ABC** قائم ومتساوي الساقين .

4)إنشاء النقطة E صورة A بالانسحاب الذي شعاعه $\overrightarrow{CB}$

أنظر الشكل في الصفحة السابقة.

5)استنتاج نوع الرباعي ACBE:

النقطة E هي صورة A بالانسحاب الذي شعاعه $\overrightarrow{CB}$، إذن الرباعي ACBE متوازي أضلاع .

المثلث ABC قائم ، فالرباعي ACBE مستطيل .

المثلث متساوي الساقين فالرباعي ACBE له أربعة أضلاع متقايسة فهو معيّن ومستطيل ومربع.

الأنشطة العددية :

التمرين الأول :

1 ـ أ ـ شرح لماذا A ليس مبسطا :

$A=\frac{117}{63}$

لدينا : $117=63\times1+54$

$63=54\times1+9$

$54=9\times6+0$

ومنه: $PGCD(117\,,\,63)=9$

فيكون الكسر $A=\frac{117}{63}$ قابل للاختزال فهو غير مبسط.

ب ـ تبسيط هذا الكسر

$$A=\frac{117}{63}=\frac{117\div9}{63\div9}=\frac{13}{7}$$

ج ـ تبيان أن A – B عدد ناطق بكتابة كل الخطوات:

$$A-B=\frac{117}{63}-\frac{-8}{7}=\frac{117+72}{63}=\frac{189}{63}$$

إذن A – B هو عدد ناطق.

2)ليكن العدد $C=\sqrt{27}-3\sqrt{75}$.

أ ـ وضع C على شكل $a\sqrt{b}$ حيث a و b ناطقان

$C=\sqrt{27}-3\sqrt{75}=\sqrt{9\times 3}-3\sqrt{25\times 3}=3\sqrt{3}-15\sqrt{3}=-12\sqrt{3}$

ب ـ نبين بكتابة الخطوات كلها أن C^2 هو عدد ناطق :

$= 432 C^2=\left(-12\sqrt{3}\right)^2=144\times 3$

3) أ ـ نشر D

$D=(3x-5)^2-16$

$D=9x^2+25-30x-16=9x^2-30x+9$

ب ـ تحليل D

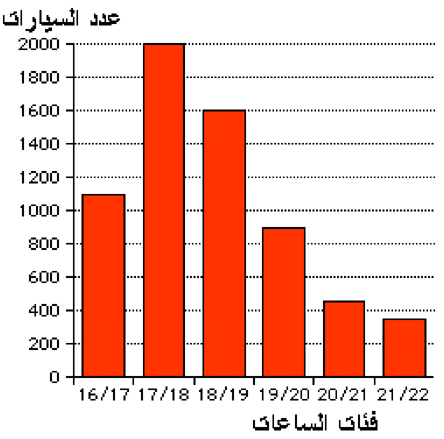
$D=(3x-5)^2-16=(3x-5)^2-4^2$

$D=[(3x-5)+4][(3x-5)-4]=(3x-1)(3x-9)$

التمرين الثاني :

1) التمثيل بمخطط مستطيلات :

أنظر الصفحة الموالية:



2) حساب التكرار النسبي للفئة 19 h-20 h

$F=\dfrac{\text{تكرار الفئة}}{\text{مجموع التكرارات}}$

$F=\dfrac{900}{1100+2000+1600+900+450+350}=\dfrac{900}{6400}\approx 0.14$

التكرار النسبي للفئة الساعية 19h-20h هو 14%

3) حساب النسبة المئوية للسيارات المغادرة للمدينة بين الساعة 16 h و20 h

عدد السيارات المغادرة للمدينة بين 16 h و20 h هو:

1 100 + 2 000 + 1 600 + 900 = 5600

ومنه: $\dfrac{5600}{6400}\times 100=87{,}5$

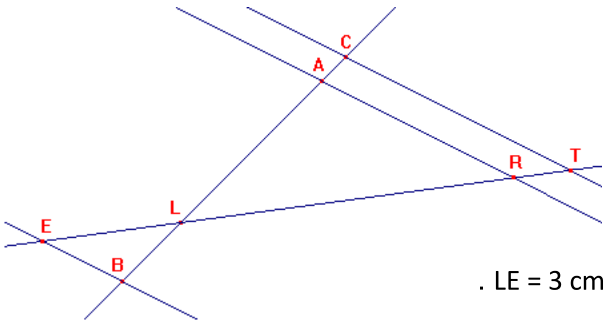
النسبة المئوية للسيارات المغادرة للمدينة هو **87,5 %**.

شهادة التعليم المتوسط Brevet des collèges 2001

أكاديميات : Aix-Marseille, Corse, Montpellier, Nice, Toulouse

الأنشطة الهندسية:

التمرين الأول :



في الشكل المقابل غير المرسوم بالأبعاد الحقيقية:

ـ المستقيمان (AR) و (CT) متوازيان .

ـ النقاط E, L, R, T على إستقامة واحدة.

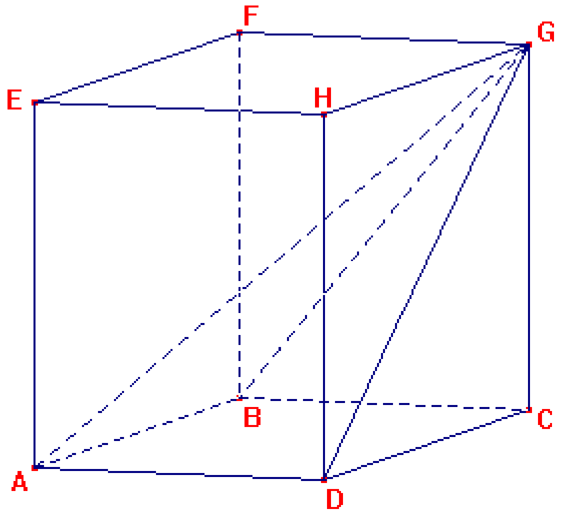
ـ النقاط C, A, L, B أيضا على إستقامة واحدة.

ليكن: LC = 6 cm ، LT = 9 cm , LA = 4,8 cm , $LB=2cm$ ، LE = 3 cm .

1 ـ أحسب LR.

2 ـ هل المستقيمان (EB) و(CT) متوازيان ؟

التمرين الثاني :



ABCDEFGH متوازي مستطيلات،
ليكن: AD = 3 cm ، CG = 4 cm.
1 - أحسب حجم الهرم الذي رأسه G و قاعدته ABCD بال cm^3.
2 - أحسب DG.
3 - باعتبار أن المثلث ADG قائم في D، أحسب قيس الزاوية $\widehat{AGD}$ بالتدوير إلى الدرجة.
أحسب القيمة المضبوطة للطول AG، ثم أعط القيمة المدورة إلى المليمتر .

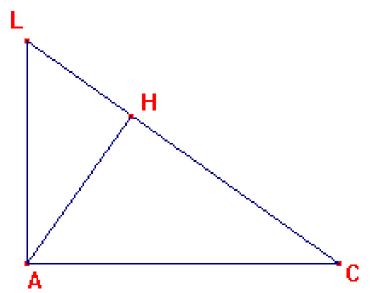
الأنشطة العددية :

التمرين الأول :
1 - حل جملة المعادلتين بمجهولين الآتية:

$$\begin{cases} x + y = 15 \\ 2x + y = 21 \end{cases}$$

المسألة:

وحدة الطول هي السنتيمتر



I - ليكن LAC مثلث قائم في A، و : LA = 9 ، AC = 12 ، (AH) هو الارتفاع المار من A.

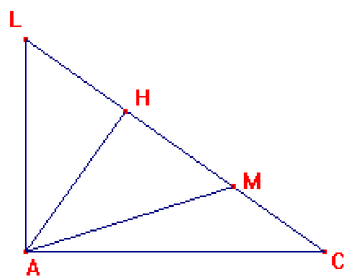
أ - أحسب مساحة المثلث LAC.

ب - بيّن أن LC = 15 cm.

ج - بالتعبير بطريقة أخرى عن مساحة المثلث LAC، بيّن أن AH = 7,2 cm.

II - نعيّن نقطة M على الضلع [LC] من المثلث LAC و نرمز للطول LM ب x ، حيث .($0 < x < 15$).

1 - عبّر بدلالة x عن الطول MC.



2 - هل يمكن اعتبار القطعة [AH] إرتفاعا للمثلث MAC و للمثلث LAM في آن واحد.

أ - بيّن أن مساحة المثلث LAM ، المعبر عنها بـ cm^2 هي $3,6\,x$.

ب - بيّن أن مساحة المثلث MAC ، المعبر عنها بـ cm^2 هي $54 - 3,6x$.

ج - من اجل أي قيمة ل x تكون للمثلثين LAM وMAC نفس المساحة ؟ ما هي هذه المساحة؟

III - المستوي مزود بمعلم متعامد ومتجانس . نختار محور الفواصل بحيث يكون موازيا لطول الورقة المليمترية ، على محور الفواصل وحدة الطول هي السنتيمتر ، على محور التراتيب ، كل 1 cm تمثل 10 وحدات.

1 - أرسم التمثيل البياني للدالتين f و g المعرفتين بالعبارتين : $f(x) = 3,6\,x$ و $g(x) = 54 - 3,6\,x$. .

2 - عيّن بيانيا قيمة *x التي من أجلها* تكون مساحة المثلث MAC مساوية ل $36cm^2$. أترك أثر ذلك في الرسم .

3 ـ لتكن K نقطة تقاطع المستقيمين المحصل عليهما ،

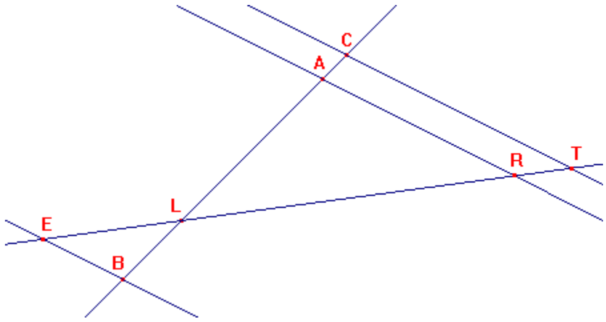
أ ـ أوجد بيانيا إحداثيتي النقطة K.

ب ـ باستعمال نتائج السؤال II ـ 2 ـ ج ،

ـ ماذا تمثل فاصلة K؟ وماذا يمثل ترتيبها؟

الحل

الأنشطة الهندسية :



التّمرين الأول :

1ـ حساب LR:

المستقيمان (AR) و (CT) متوازيان ، فحسب نظرية طالس لدينا $\frac{LA}{LC} = \frac{LR}{LT}$

فيكون : $\frac{4.8}{5} = \frac{LR}{9}$ إذن : $LR = \frac{4.8 \times 9}{6} = \frac{43.2}{6} = 7.2$

فطول LR هو 7,2 cm.

2 ـ هل المستقيمان (EB) و (CT) متوازيان ؟

لدينا : $\frac{EL}{EB} = \frac{3}{2} = 1{,}5$; $\frac{LT}{LC} = \frac{9}{6} = 1{,}5$

إذن : $\frac{EL}{BL} = \frac{LT}{LC}$ فحسب النظرية العكسية لنظرية طالس يكون المستقيمان **(EB) و (CT) متوازيين.**

التّمرين الثاني :

1 ـ حساب حجم الهرم الذي قمته G وقاعدته ABCD بال cm^3

القاعدة هي مربع طول ضلعه 3 ، فمساحتها $3 \times 3 = 9\ cm^2$.

الارتفاع هو 4 cm فيكون :

$V_{\text{الهرم}} = \frac{9 \times 4}{3} = \frac{36}{3} = 12cm^2$

حجم الهرم هو $12\ cm^2$.

2 ـ حساب DG:

المثلث DCG قائم في C ، فحسب نظرية فيثاغورث لدينا : $DG^2 = DC^2 + CG^2$

$DG = \sqrt{DC^2 + CG^2} = \sqrt{3^2 + 4^2} = \sqrt{9 + 16} = \sqrt{25} = 5\ cm$

إذن طول DG هو 5 cm.

3 ـ باعتبار أن المثلث ADG قائم في D ، نحسب قيس الزاوية $\widehat{AGD}$ المدور إلى الدرجة:

$\tan \widehat{AGD} = \frac{3}{5} = 0.6$

بالآلة الحاسبة نجد $\widehat{AGD} \approx 31^\circ$

ـ حساب القيمة المضبوطة للطول AG ، ثم القيمة المدورة إلى المليمتر:

$AG = \sqrt{AD^2 + DG^2} = \sqrt{3^2 + 5^2} = \sqrt{9 + 25} = \sqrt{34}$

$AG \approx 5.8$

حل المسألة :

I ـ أ ـ حساب مساحة المثلث LAC .

$\frac{1}{2}(LA \times AC) = \frac{1}{2}(9 \times 12) = \frac{108}{2} = 54$

مساحة المثلث هي $54\ cm^2$

ب ـ تبيان أن LC = 15 cm.

المثلث LAC قائم في A ، فحسب نظرية فيثاغورث $LC^2 = LA^2 + AC^2$

أي : $LC = \sqrt{LA^2 + AC^2} = \sqrt{9^2 + 12^2} = \sqrt{81 + 144} = \sqrt{225} = 15$

.LC = 15 cm

ج ـ بالتعبير بطريقة أخرى عن مساحة المثلث LAC ، نبين أن AH = 7,2 cm

إذا أخذنا الضلع [LC] كقاعدة للمثلث، سيكون الارتفاع المتعلق به هو.(AH) .

يكون لدينا : $\text{المساحة} = \frac{1}{2}(LC \times AH) = \frac{1}{2} 15 \times AH$

أي : $54 = 7.5 \times AH$ ومنه: $AH = \frac{54}{7.5} = 7.2$

$\boldsymbol{AH = 7.2cm}$

II - 1 - التعبير بدلالة x عن الطول MC

$MC = LC - LM = 15 - x$

2 ـ أ ـ نبيّن أن مساحة المثلث LAM المعبر عنها بالـ cm^2 هي 3,6 x

$$\text{مساحة}_{LAM} = \frac{LM \times AH}{2} = \frac{x \times 7.2}{2} = 3.6x$$

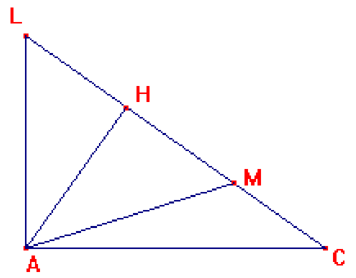
ب ـ نبين أن مساحة MAC، المعبر عنها بالـ cm^2 **هي** 54 - 3,6x

$$\text{مساحة}_{MAC} = \frac{MC \times AH}{2} = \frac{(15 - x) \times 7.2}{2} = 3.6 \times (15 - x) = 3.6 \times 15 - 3.6 \times x = 54 - 3.6x$$

ج ـ قيمة x التي تجعل للمثلثين LAM و MAC نفس المساحة ، ما هي المساحة في هذه الحالة:

للمثلثين نفس المساحة يعني :

$$3{,}6\,x = 54 - 3{,}6\,x$$
$$3{,}6\,x + 3{,}6\,x = 54$$
$$7{,}2\,x = 54$$
$$x = \frac{54}{7.2} = 7.5$$



يكون للمثلثين نفس المساحة لما **x = 7,5 cm** أي عندما تكون M منتصف $[LC]$

في هذه الحالة تكون كل من المساحتين نصف مساحة LAC أي **$27\ cm^2$**

III ـ 1 ـ رسم التمثيل البياني للدالتين f و g المعرفتين بالعبارتين $f(x) = 3{,}6\,x$ و$g(x) = 54 - 3{,}6\,x$.

لرسم تمثيلي هاتين الدالتين يتطلب إيجاد نقطتين من كل تمثيل (مستقيم)

$f(0) = 3.6 \times 0 = 0$

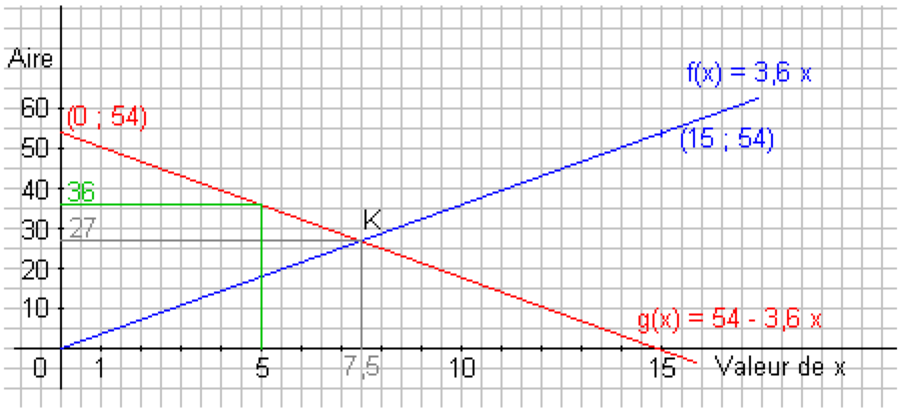
$f(15) = 3.6 \times 15 = 54$

فتمثيل الدالة f يشمل النقطتين $(0\ ,0)$ ، $(15\ ,54)$

لدينا أيضا : $g(0) = 54 - 3.6 \times 0 = 54$

$g(15) == 54 - 3.6 \times 15 = 54 - 54 = 0$

فتمثيل g يشمل النقطتين $(0\ ,54)$ ، $(15\ ,\ 0)$



2 - التّعيين بيانيا قيمة x التي من أجلها تكون مساحة MAC هي $36cm^2$ ، مع ترك أثر ذلك في الرسم.

تمثيل مساحة المثلث MAC هو $g(x) = 54 - 3{,}6\ x$ ، فمن التمثيل نجد أن الفاصلة الموافقة للترتيب 36 هي 5 ، يمكن التحقق أن $g(5) = 54 - 3.6 \times 5 = 54 - 18 = 36$.(أنظر الشكل)

3 - أ - التعيين بيانيا إحداثيتي K نقطة تقاطع المستقيمين (التمثيليين) السابقين.

من الشكل نجد: $K(7.5\ ,27)$.

ب - ما تمثله فاصلة وترتيب K

الفاصلة 7.5 هي قيمة x التي من أجلها تكون مساحة المثلثين LAM ، MAC متساوية ، وهي النتيجة المتوصل إليها في السؤال II - 2 - ج . أما الترتيب 27 يمثل المساحة المشتركة للمثلثين.

شهادة التعليم المتوسط Brevet des collèges 2001

أكاديميات Amiens, Créteil, Lille, Paris, Rouen, Versailles

الأنشطة العددية :

التمرين الأول :

$$A = \frac{12}{5} - \frac{3}{5} \times \frac{7}{9} \text{ et } B = \left(\frac{2}{3} - 3\right) \div \frac{1}{9}$$

1 - أحسب A وأكتب الإجابة على شكل كسر غير قابل للاختزال .

2 - أحسب B واكتبه على شكل عدد ناطق.

التمرين الثاني :

$C = \sqrt{18} \times \sqrt{6}$ و $D = 5\sqrt{12} + 6\sqrt{3} - \sqrt{300}$

أكتب C و D على شكل $a\sqrt{3}$ حيث a عدد ناطق.

التمرين الثالث:

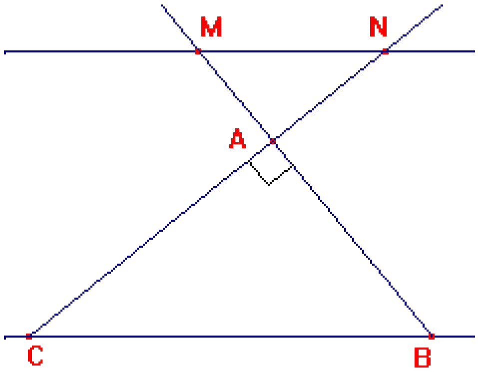
$$E = 4x^2 - 9 + (2x+3)(x-1)$$

1 - حلل $4x^2 - 9$ ، واستعمل النتيجة لتحليل العبارة E .

2 - أنشر وبسط العبارة E .

3 - حل المعادلة $(2x + 3)(3x - 4) = 0$.

الأنشطة الهندسية :

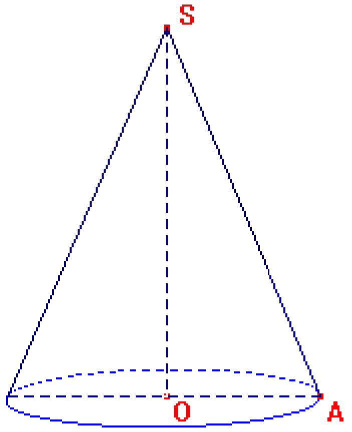


التمرين الأول :

ABC مثلث قائم في A حيث : AB = 5 cm ، BC = 7,5 cm.

1 ـ أحسب قيس الزاوية $\widehat{ACB}$ مقربا إلى الدرجة.

2 ـ النقطة M من المستقيم (AB)، وخارج القطعة [AB] حيث AM = 2 cm
المستقيم الموازي للمستقيم (BC) والمار من M يقطع المستقيم (AC) في N.
أحسب MN.



التمرين الثاني:

الشكل يمثل مخروط دوران رأسه S وارتفاعه $SO = 9cm$ ونصف قطر قاعدته $AB = 5cm$.

1 ـ أحسب V_1 حجم المخروط مقربا إلى الـcm^3 .

2 ـ لتكن M نقطة من القطعة [SO] حيث : SM = 3 cm، نقطع المخروط بالمستوي الموازي للقاعدة عند النقطة M
أحسب V_2 حجم المخروط الأصغر الذي رأسه S مقربا أيضا إلى cm^3.

المسألة :

1) أ ـ أرسم القطعة [BC]حيث BC = 15 cm.
عين النقطة A حيث AB = 9 cm و AC = 12 cm.
ب ـ برهن أن المثلث ABC قائم .

2) أ ـ عين M منتصف [BC] . أرسم الدائرة التي قطرها [AB].
هذه الدائرة تقطع القطعة [BC] في D والقطعة [AM] في E.
ب ـ برهن أن المثلثين ABE و ABD قائمان .

3)أ ـ أنشئ النقطة F ، نظيرة النقطة E بالنسبة إلى النقطة M.
ب ـ برهن أن الرباعي BECF متوازي أضلاع .
ج ـ إستنتج أن المستقيمين (BE) و (CF) متوازيان ، وأن المستقيمين (AF) و (CF) متعامدان .

4)لتكنH نقطة تقاطع (AD) و(BE) ، و K نقطة تقاطع (AD) و (CF). .
أ ـ ماذا يمثل المستقيمان (AD) و (BE) بالنسبة للمثلث ABM؟
إستنتج أن المستقيمين (HM) و (AB) متعامدان.
برهن أن (KM) و (AC) متعامدان أيضا.
ب ـ نسمي I نقطة تقاطع (AB) و (MH) . ونسمي J نقطة تقاطع (AC) و (KM).
برهن أن الرباعي AIMJ مستطيل ، واستنتج أن المثلث HMK قائم.

الحــــل

الأنشطة العددية :

التمرين الأول :

1 ـ حساب A وكتابة الإجابة على شكل كسر غير قابل للإختزال:

$$A = \frac{12}{5} - \frac{3}{5} \times \frac{7}{9} = \frac{12}{5} - \frac{3 \times 7}{5 \times 9} = \frac{12}{5} - \frac{\cancel{3} \times 7}{5 \times 3 \times \cancel{3}} = \frac{12}{5} - \frac{7}{5 \times 3} = \frac{12 \times 3}{5 \times 3} - \frac{7}{5 \times 3} = \frac{36 - 7}{15} = \frac{29}{15}$$

2 ـ حساب B وكتابة الإجابة على شكل عدد ناطق:

$$B = \left(\frac{2}{3} - 3\right) \div \frac{1}{9} = \left(\frac{2}{3} - \frac{9}{3}\right) \div 9 = \left(-\frac{7}{3}\right) \div \frac{1}{9} = -\frac{7}{3} \times \frac{9}{1} = -\frac{7 \times 9}{3 \times 1} = -\frac{7 \times 3 \times \cancel{3}}{\cancel{3}} = -\frac{7 \times 3}{1} = -21$$

التمرين الثاني :

كتابة C و D على شكل $a\sqrt{3}$ حيث a عدد ناطق:

$$C = \sqrt{18} \times \sqrt{6} = \sqrt{18 \times 6} = \sqrt{2 \times 9 \times 2 \times 3} = \sqrt{4 \times 9 \times 3} = \sqrt{4} \times \sqrt{9} \times \sqrt{3} = 2 \times 3\sqrt{3} = 6\sqrt{3}$$

$$D = 5\sqrt{12} + 6\sqrt{3} - \sqrt{300} = 5\sqrt{4 \times 3} + 6\sqrt{3} - \sqrt{100 \times 3} = 5 \times \sqrt{4} \times \sqrt{3} + 6\sqrt{3} - \sqrt{100} \times \sqrt{3}$$

$$D = 5 \times 2\sqrt{3} + 6\sqrt{3} - 10\sqrt{3} = (10 + 6 - 10)\sqrt{3} = 6\sqrt{3}$$

التمرين الثالث :

1 ـ تحليل $4x^2 - 9$، و استعمال النتيجة لتحليل E.

$$4x^2 - 9 = 2^2 \times x^2 - 3^2 = (2x)^2 - 3^2 = (2x+3)(2x-3)$$

$$E = 4x^2 - 9 + (2x+3)(x-1) = (2x+3)(2x-3) + (2x+3)(x-1) = (2x+3)\,[(2x-3) + (x-1)]$$

$$E = (2x+3)\,[2x - 3 + x - 1] = (2x+3)(3x-4)$$

2 ـ نشر و تبسيط E

$$E = 4x^2 - 9 + (2x+3)(x-1) = 4x^2 - 9 + (2x^2 + 3\times x - 2x\times x - 3\times 1) = 4x^2 - 9 + 2x^2 + 3x - 2x - 3$$

$$E = (4+2)x^2 + (3-2)\,x - 9 - 3 = 6x^2 + x - 12$$

3 ـ حل المعادلة $(2x + 3)(3x - 4) = 0$

$(2x + 3)(3x - 4) = 0$ تعني: $2x + 3 = 0$ أو $3x - 4 = 0$

ومنه: $x = \frac{-3}{2}$ أو : $x = \frac{4}{3}$

حلا المعادلة هما : $\frac{-3}{2}$ و $\frac{4}{3}$.

الأنشطة الهندسية :

التّمرين الأوّل:

1ـ حساب قيس الزاوية $\widehat{ACB}$ بالتقريب إلى الدرجة:

ABC مثلث قائم في A ، فيكون :

$$\sin \widehat{ACB} = \frac{AB}{BC} = \frac{5}{7{,}5} \approx 0{,}667$$

تعطي الآلة الحاسبة : $\widehat{ACB} \approx 42^\circ$

2ـ حساب MN

(MN) يوازي (BC) ، فحسب نظرية طالس لدينا : $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}$

ومنه: $\frac{AM}{AB} = \frac{MN}{BC}$ أي : $\frac{MN}{7.5} = \frac{2}{5}$ إذن : $MN = \frac{2\times 7.5}{5} = \frac{15}{5} = 3$

MN= 3cm

التّمرين الثانى :

1) حساب الحجم V_1 للمخروط بالتقريب إلى cm^3 :

لدينا : $V_1 = \frac{\pi \times R^2 \times h}{3} = \frac{\pi \times 5^2 \times 9}{3} = 75\pi \approx 235.62 cm^3$

حجم المخروط هو : **$235\ cm^3$** بالتقريب إلى **cm^3**.

2 - حساب V_2 حجم المخروط الصغير الذي رأسه S بالتقريب إلى cm^3.

المخروط الصغير هو تصغير للمخروط الكبير بنسبة $\frac{3}{9} = \frac{1}{3}$

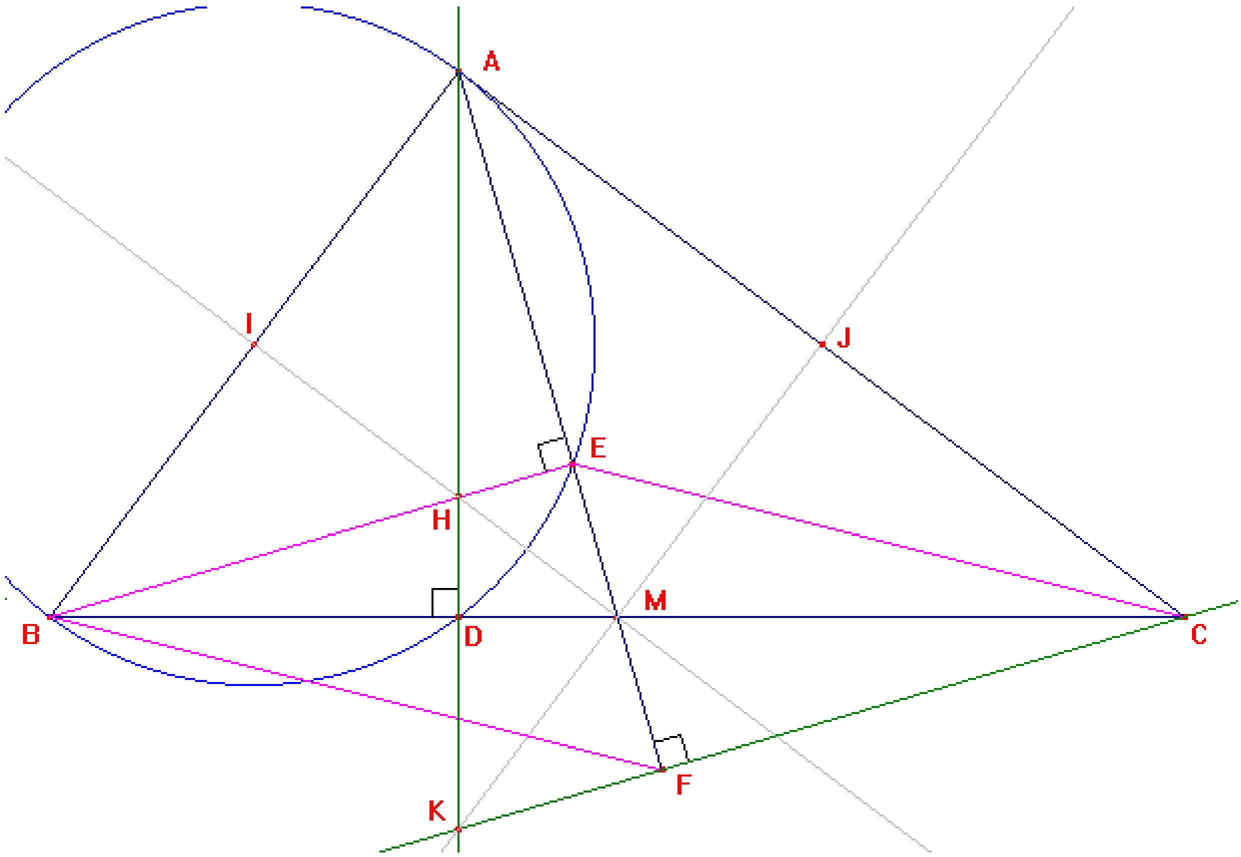
إذن : $V_2 = 75\pi \times \left(\frac{1}{3}\right)^3 \approx 9.73 cm^3$

حجم المخروط الصغير هو **$8\ cm^3$** بالتقريب إلى **cm^3**.

حل المسألة :

1) أ - الشكل :

أنظر الصفحة الموالية .



ب ـ نبين أن ABC مثلث قائم :

$AB^2 = 9^2 = 81$

$AC^2 = 12^2 = 144$

$BC^2 = 15^2 = 225$

فيكون : $81 + 144 = 225$ أي : $AB^2 + AC^2 = BC^2$

فحسب النظرية العكسية لنظرية فيثاغورث يكون **ABC قائم في A** .

2) أ ـ تابع للرسم
ب ـ نبرهن أن المثلثين ABE و ABD قائمان:

E و D نقطتان من الدائرة التي قطرها [AB] ، الزاويتان $\widehat{AEB}$ و $\widehat{ADB}$ قائمتان لأنهما محيطيتان تحصران نصف دائرة ، فالمثلثين **ABE** و **ABD** قائمين في **E** و **D** على الترتيب.

3) ب ـ نبرهن أن الرباعي BECF متوازي أضلاع

F نظيرة E بالنسبة إلى M ، أي : M منتصف [EF]. وأيضا M منتصف [BC]. فالرباعي BECF له قطران متناصفان فهو متوازي أضلاع .

ج ـ نستنتج أن (BE) يوازي (CF) و (AF) يعامد (CF).

(BE) و (CF) حاملان لضلعين متقابلين لمتوازي الأضلاع BECF فهما متوازيان .

(BE) و (CF) متوازيان و (AF) يعامد (BE) فهو يعامد (CF).

4) أ ـ ما يمثله المستقيمان (AD) و (BE) بالنسبة إلى المثلث ABM واستنتاج أن(HM) عمودي على [AB] :
في المثلث ABM نجد (AD) ارتفاع يمر من A ، (BE) ارتفاع يمر من B ، فنقطة تقاطع هذين الارتفاعين H هي مركز الدائرة المحيطة بالمثلث ABM ، الارتفاع الثالث **(HM)** عمودي على **[AB]**.

- نبرهن أن (KM) و (AC) متعامدان أيضا.

بنفس الطريقة ، في المثلث AKC ، AF ارتفاع يمر من A ، CD ارتفاع يمر من C ، M نقطة تقاطعهما هي مركز الدائرة التي تحيط بالمثلث AKC ، الارتفاع الثالث (KM) يعامد [AC] .

ب - برهان أن الرباعي AIMJ مستطيل.

حسب ما سبق (MJ) و(AI) عموديان على (AC) و (IM) ، الرباعي AIMJ له أربع زوايا قائمة فهو مستطيل.

- استنتاج أن المثلث HMK قائم:

(IM) عمودي على(JM) ، فيكون المثلث HMK قائم في M.

شهادة التعليم المتوسط Brevet des collèges 2002

أكاديميات : Besançon, Dijon, Lyon, Nancy-Metz, Reims, Strasbourg

الأنشطة الهندسية :

التمرين الأول:

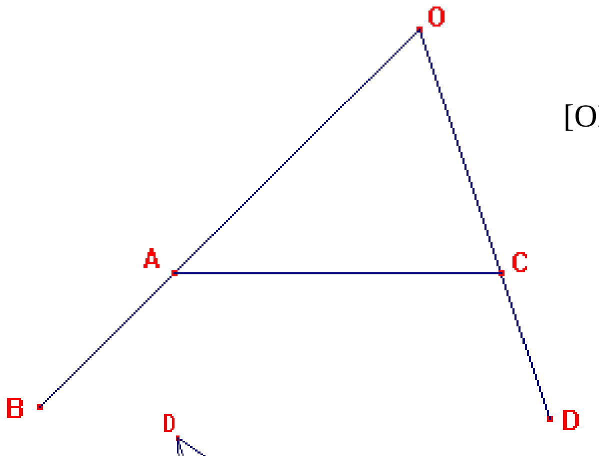
ABCDEFGH متوازي مستطيلات قاعدته مربع ، ليكن AB = BC = 6 cm و BF = 4,5 cm

1 - بيّن أن DG = 7,5 cm .

2 - أحسب قيس الزاوية $\widehat{CDG}$ بالتدوير إلى الدرجة.

3 - أحسب السنتيمتر المكعب حجم الهرم ABCDG.

التمرين الثاني :



في الشكل المقابل غير المرسوم بالأبعاد الحقيقية ، النقطة A من القطعة [OB]

و النقطة C من القطعة [OD].

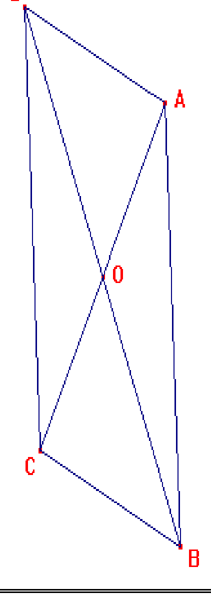
لتكن : OA = 8,5 cm ، AB = 11,5 cm ،

OC = 5 cm ، CD = 7 cm.

1- أحسب الطولين OB و OD.

2 - هل المستقيمان (AC) و (BD) متوازيان ؟ برّر.

التمرين الثالث :



أترك أثار الرسم واضحة.

في الشكل المقابل يمثل متوازي أضلاع مركز تناظره O ن المستقيمان (BC) و(AC) متعامدان .

1 - أرسم الدائرة التي تشمل لنقاط O ، B ، C، برّر وضع مركزها I

2 - عيّن النقطتين M و P حيث $\overrightarrow{OM} = \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC}$ و $\overrightarrow{OD} + \overrightarrow{BP} = \overrightarrow{BC}$

3 ـ باستعمال تحويل نقطي

أ ـ ما هو التحويل الذي تكون به صورة O هي C و صورة B هي M.؟

ب ـ بيّن أن بهذا التحويل صورة P هي D.

ج ـ بيّن أن النقاط P, C, M على استقامة واحدة.

الأنشطة العددية :

التمرين الأول :

لتكن الأعداد : A , B , C حيث : $A = \frac{7}{5} + \frac{3}{5} \times \frac{11}{6}$; $B = 2\sqrt{5} - \sqrt{20} - 3\sqrt{45}$; $C = \frac{4 \times 10^{14} \times 12}{3 \times 10^{11}}$.

1 ـ أحسب واكتب العدد A على شكل كسر غير قابل للاختزال .

2 ـ أكتب B على شكل $a\sqrt{5}$. حيث a عدد ناطق .

3ـ أعط الكتابة العلمية للعدد C.

التمرين الثاني :

لتكن العبارة. $D = (4x - 1)^2 + (x + 3)(4x - 1)$.

1ـ انشر وبسط D.

2 ـ حلل D.

3 ـ حل المعادلة : $(4x - 1)(5x + 2) = 0$.

التمرين الثالث :

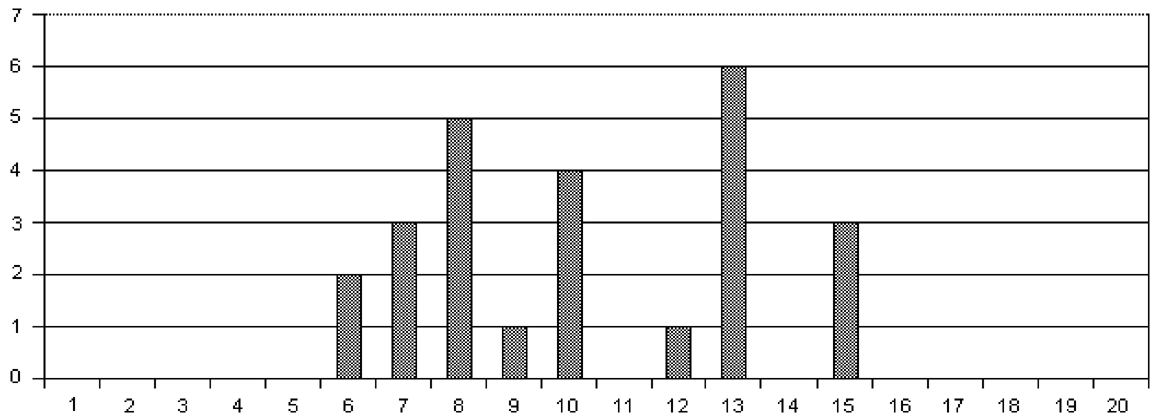
1 ـ أحسب $PGCD(540\,,300)$

2 ـ غرفة على شكل مستطيل طولها $5.40m$ ا وعرضها 3أمتار بلطت ببلاط مربع من نفس النوع ومن دون تقطيع ،

أ ـ ما هو طول عرض هذا البلاط الذي يمكن استخدامه حيث نستعمل أقل عدد منه ؟.

ب ـ أحسب عدد البلاط المستعمل في هذه الحالة.

التمرين الرابع : إليك مخطط المستطيلات الممثل لنقاط المحصل عليها من طرف تلاميذ قسم الرابعة متوسط في فرض اللغة العربية ، النقاط من 20 ممثلة على محور الفواصل ، وعدد التلاميذ على محور التراتيب .



1- ماهو عدد تلاميذ هذا القسم ؟

2 - أحسب معدل نقاط القسم واكتب النتيجة على كتابة عشرية مضبوطة.

المسألة :

يقترح بائع مشروبات على زبائنه نوعين من الأسعار :

الاقتراح الأول : 7.5 أورو للقارورة تتضمن تكاليف النقل .

الاقتراح الثاني : 6 أورو للقارورة مع دفع 18 أورو ثمن تكاليف النقل .

1- إملأ الجدول

عدد القارورات	1	5			15
الثمن بالاقتراح الأول	7,5			97,5	
الثمن بالاقتراح الثاني		48	78		

2 - عبّر عن الثمن P_1 ، P_2 المدفوع من طرف الزبون بدلالة x عدد القارورات المشتراة. في الاقتراحين .

3 - أرسم على ورقة مليمترية الدالتين f و g المعرفتين كما يلي : $f(x) = 7{,}5\,x$ و $g(x) = 6\,x + 18$.

قيم x بين 0 و 15 .

- على محور الفواصل ، 1 cm تمثل قارورة واحدة.
- على محور التراتيب 1 cm تمثل 10 أورو .

4 - أجب على الأسئلة الموالية باستعمال الرسم.

أ - نريد شراء 6 قارورات ما هو الإقتراح الأفضل ؟.

ب - إذا كنت تملك 70 أورو ، ما هو الاقتراح الذي يسمح لك بشراء أكبر عدد من القارورات ؟

عيّن هذا العدد .

5 - أ - عيّن بيانيا من أجل أي عدد من القارورات يكون الثمن متساو في الإقتراحين .أعط عدد القارورات.

ما هو الثمن الموافق لهذا العدد؟

ب - تحقق حسابيا.

الحـــــل

الأنشطة الهندسية :

التّمرين الأول:

1 - نبيّن أن $DG = 7{,}5$ cm

المثلث DCG قائم في C ، فحسب نظرية فيثاغورث نجد $DG^2 = DC^2 + CG^2$

$$DG^2 = DC^2 + CG^2 = 6^2 + 4{,}5^2 = 36 + 20{,}25 = 56{,}25 = 7{,}5^2$$

DG = 7,5 cm

2 ـ حساب قيس الزاوية $\widehat{CDG}$ بالتدوير إلى الدرجة :

$$\sin \widehat{CDG} = \frac{CG}{DG} = \frac{4,5}{7,5} = 0,6$$

حسب الآلة الحاسبة قيس $\widehat{CDG}$ هو بالتقريب 37°

3 ـ حساب بال cm^3 حجم الهرم ABCDG

$$V = \frac{6\times6\times4.5}{3} = \frac{162}{3} = 54$$

حجم الهرم **54 cm²**.

التّمرين الثاني :

1 ـ حساب الطولين OB و OD

A من [OB] إذن : OB = OA + AB = 8,5 + 11,5 = 20 cm

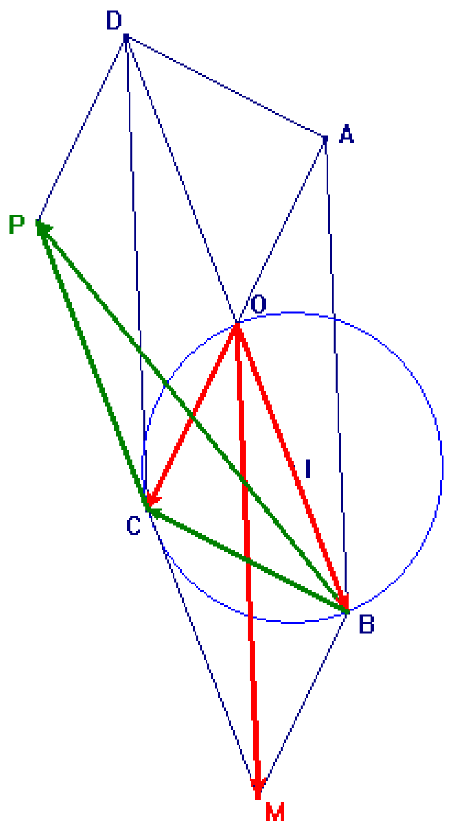
C من [OD] إذن : OD = OC + CD = 5 + 7 = 12 cm

2 ـ هل (AC) يوازي (BD) ؟ برر.

لدينا $\frac{OC}{OD} = \frac{5}{12} \approx 0,417$; $\frac{OA}{OB} = \frac{8,5}{20} = 0,425$

النسبتان مختلفتان والمستقيمان غير متوازيان حسب النظرية العكسية لنظرية طالس.

التّمرين الثاني :



1 ـ رسم الدائرة التي تشمل النقاط الثلاث C, B, O ، وتبرير موقع مركزها I

المثلث OCB قائم في C ، فمركز الدائرة التي تحيط به هو منتصف الوتر [OB].

2ـ تعيين النقطة M و P حيث $\overrightarrow{OM} = \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC}$ و $\overrightarrow{BP} = \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{OD}$:

ـ M هي الرأس الرابع لمتوازي الأضلاع OCMB

ـ ننشئ $\overrightarrow{CP}$ حيث: $\overrightarrow{CP} = \overrightarrow{OD}$

فإن: $\overrightarrow{BP} = \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{OD} = \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CP}$

$\overrightarrow{BP} = \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CP} = \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{OD}$ حسب علاقة شال .

3 ـ أ ـ التحويل الذي به تكون C صورة O وصورة B هي M

هذا التحويل هو الانسحاب الذي شعاعه $\overrightarrow{OC}$.

ب ـ تبيان أن ، بهذا التحويل صورة D هي P

OCPD متوازي الأضلاع ، لدينا $\overrightarrow{OC} = \overrightarrow{DP}$ ، نستنتج بأن صورة D هي P بالانسحاب الذي شعاعه $\overrightarrow{OC}$.

ح ـ نبين أن النقاط M, C, P هي إستقامية:

الانسحاب الذي شعاعه $\overrightarrow{OC}$ يحول النقاط B, O, D التي هي على استقامة واحدة إلى النقاط M, C, P على الترتيب

وبما أن الانسحاب يحفظ على الإستقامية ، فإن M, C, P **هي على استقامة واحدة.**

التّمرين الرابع :

1ـ عدد تلاميذ هذا القسم :

بقراءة التراتيب على التمثيل البياني نجد : $2 + 3 + 5 + 1 + 4 + 1 + 6 + 3 = \mathbf{25}$

2ـ حساب معدل النقاط المحصل عليها ،و إعطاء النتيجة على شكل كتابة عشرية مضبوطة.

$$\frac{2\times6 + 3\times7 + 5\times8 + 1\times9 + 4\times10 + 1\times12 + 6\times13 + 3\times15}{25} = \frac{12 + 21 + 40 + 9 + 40 + 12 + 78 + 45}{25} = \frac{257}{25} = 10{,}28$$

المعدل هو 10,28.

المسألة :

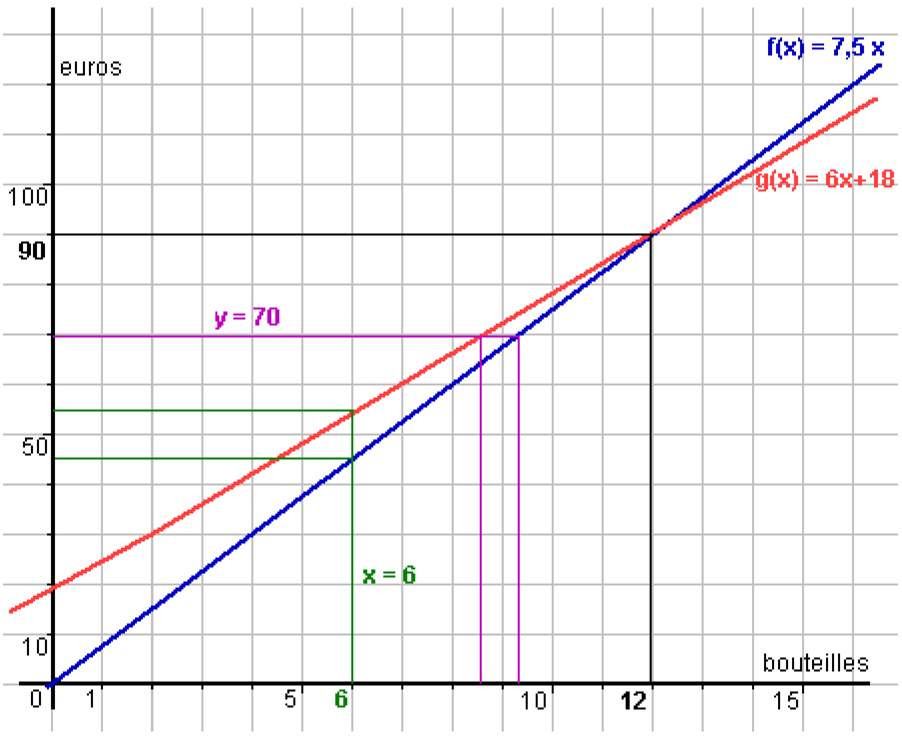
1 ـ ملء الجدول :

عدد القارورات	1	5	10	13	15
الثمن بالاقتراح الأول	7,5	37,5	75	97,5	112,5
الثمن بالاقتراح الثاني	24	48	78	96	108

2 ـ التعبير عن الثمن المدفوع من الزبون بدلالة x عدد القارورات المشتراة

$P_1 = \mathbf{7{,}5\,x}$.
$P_2 = \mathbf{6x + 18}$

3 ـ رسم التمثيلين البيانيين للدالتين $f(x) = 7{,}5\,x$ و $g(x) = 6\,x + 18$



4 ـ أ ـ نريد شراء 6 قارورات ما هو الاقتراح الأفضل؟

من أجل $x = 6$ التمثيل البياني للدالة $g(x)$ أعلى من التمثيل البياني للدالة $f(x)$

إذن : $P_2 > P_1$ ن ويكون الاقتراح الأوّل أفضل بالنسبة للزبون الذي يشتري 6 قارورات .

ب ـ تملك 70 أورو ، ما هو الاقتراح الذي يسمح لك بشراء أكبر عدد من القارورات :

نلاحظ في الرسم أنه من أجل 70 أورو التمثيل البياني للدالة $f(x)$ يعطي عددا أكبر من القارورات من التمثيل البياني للدالة $g(x)$ ، وبالتالي يكون الاقتراح الأول أفضل.

ـ تعيين هذا العدد من القارورات :

من أجل الترتيب 70 نجد الفاصلتين 9 و 10 ، يمكن شراء 9 قارورات ويبقى بعض من المال.

5 ـ أ ـ تعيين بيانيا من أجل أي عدد من القارورات يكون الثمن المدفوع نفسه بالاقتراحين ،

التمثيلان يتقاطعان عند : $x = 12$ ، أي عدد القارورات هو 12 .

ماهو إذن الثمن المقابل ؟

نري أن لما $x = 12$ ، فإن : $f(x) = g(x) = 90$

الثمن هو 90 أورو .

ب ـ التحقق من النتيجتين الأخيرتين بالحساب :

$f(x) = g(x)$ فإن : $7{,}5x = 6x + 18$

أي : $7.5x - 6x = 18$ ومنه $1.5x = 18$ أي : $x = \frac{18}{1.5}$ ونجد أن : $\boldsymbol{x = 12}$

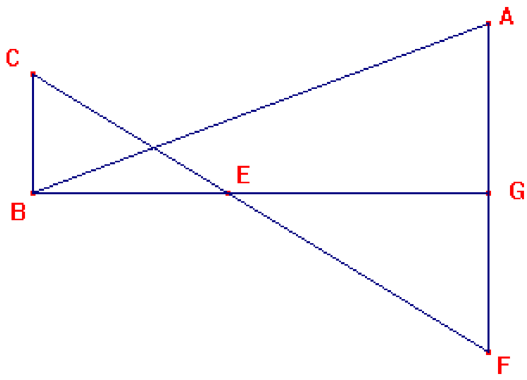
المعادلة لها حل $x = \mathbf{12}$ ، وفي هذه الحالة : $f(x) = 7.5 \times 12 = \mathbf{90}$ وهذا يحقق النتيجة السابقة.

شهادة التعليم المتوسط Brevet des collèges 2002

أكاديمية :Grenoble

الأنشطة الهندسية :

التمرين الأول :



ليكن الشكل المقابل حيث الأطوال معطاة بالسنتيمتر .

ـ المستقيمان (CF) و (BG) يتقاطعان فيE .

ـ النقاط A ,G , F على استقامة واحدة.

ـ المستقيمان (BC) و (AF) متوازيان .

- EC = 7 ، EG = 8 ، EB = 6

- $\widehat{EBC} = 90°$ ، $\widehat{ABG} = 20°$.

من أجل الأسئلة الموالية أعط القيمة المضبوطة ثم المقربة إلى 0.1 .

1 ـ أحسب الطول BC.

2 ـ أحسب الطول EF

3 ـ أحسب الطول AG.

التّمرين الثاني :

في معلم متعامد ومتجانس (O, I, J)، لتكن النقاط $A(-3\,;-2)$ ، $B(-1\,;9)$ ، $C(9\,;4)$.

1 ـ أرسم الشكل بأخذ 1 سنتيمتر كوحدة للأطوال.

2- M هي منتصف[AC] ، أحسب إحداثيتي النقطة M.

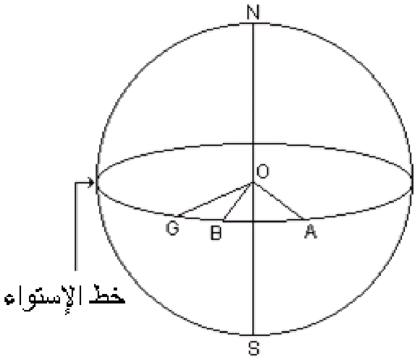
3 ـ أحسب إحداثيتي كل من الشعاعين $\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{AC}$.

4 ـ أحسب الطول BC بالتدوير إلى 0.1 .

التّمرين الثالث:

الكرة الأرضية هي كرة نصف قطرها 6370 كيلومترا .

1 ـ ليكن المستوي العمودي على خط القطبين (NS) ، والمتساوي المسافة عن القطبين ، تقاطع هذا المستوي مع الأرض يسمى خط الإستواء.
أحسب طول خط الإستواء.



2 ـ نسمي مركز الأرض O ، و لتكن G نقطة من خط الإستواء .
نعتبر النقطتين A و B الواقعتين في إفريقيا على خط الإستواء ومرتبتين كما هو موضح في الشكل المقابل.
نعلم أن $\overrightarrow{OM} = \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC}$ و $\overrightarrow{BP} = \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{OD}$
أحسب طول القوس $\overset{\frown}{AB}$ ، الجزء من خط الاستواء الواقع في إفريقيا.

الأنشطة العددية :

التّمرين الأوّل:

أحسب A, B, C بكتابة كل الخطوات.حيث

$A = \frac{2}{7} + \frac{1}{7} \times \frac{8}{3}$، أعط النتيجة على شكل كسر غير قابل للاختزال.

$B = (\sqrt{3} - 7)^2$، أعط النتيجة على شكل $a + b\sqrt{c}$،حيث a, b, c أعداد ناطقة.

$C = \sqrt{50} + 2\sqrt{18}$، أعط النتيجة على الشكل $d\sqrt{e}$ حيث d, e عددان ناطقان.

المسألة :

الجزء الأول :

يسافر السيد *Durand* بالقطار ، من شامبيري إلى باريس ذهابا وإيابا ، حسب المواقيت الآتية :

الرحلة إيابا	الرحلة ذهابا
الإقلاع من باريس : 19 h 04 min	*الإقلاع من شامبيري : 6 h 01 min*
الوصول على شامبيري : 21 h 58 min	*الوصول إلى باريس : 9 h 01 min*

المسافة بين باريس وشامبيري هي $542km$.

1 ـ أحسب السرعة المتوسطة للقطار ذهابا . دور النتيجة إلى الوحدة.

2 ـ أحسب السرعة المتوسطة للقطار إيابا . دور النتيجة إلى الوحدة .

الجزء الثاني :

يسافر السيد Dubois بالقطار في الغالب بين شامبيري و باريس . وله الاختياران :

الاختيار أ : ثمن الرحلة الواحدة هي 58 أورو.

الاختيار ب: الثمن الإجمالي السنوي y_B يعطى بالعلاقة: $y_B = 29x + 300$ ، حيث x هو عدد الرحلات في العام.

1 ـ يقوم السيد Dubois ب 8 رحلات في العام ، أحسب الثمن الكلي في العام بالاختيارين.

2 ـ إذا قام السيد Dubois بعدد من الرحلات x في العام ، أكتب الثمن الكلي y_A في العام بالاختيار أ بدلالة x.

3 ـ يشرح موظف في محطة القطار لشخص عبر الهاتف كيفية الدفع بالاختيار ب .
أكتب كيف يشرح ذلك.

4 ـ في الاقتراح ب ،هل الثمن الإجمالي في العام متناسب مع عدد الرحلات ؟ برّر.

5 ـ على ورقة مليمترية ، مثّل الدالتين f, g المعرفتين بالعلاقتين : $f: x \to 58x$ و $g: x \to 29x + 300$

إليك ما يساعدك في رسم المعلم:

- *ضع المبدأ في أسفل الصفحة على يسار الصفحة.*
- *على محور الفواصل ، مثل كل وحدة واحدة ب:* $1cm$.
- *على محور التراتيب مثّل 50 وحدة ب:* $1cm$

6 ـ نكون قد مثلت بيانيا الثمن الكلي المدفوع في السنة بالاختيارين.

أ ـ بمساعدة البيان ، حدّد عدد الرحلات الذي من أجله يكون الثمن المدفوع في العام بالاختيار ب أفضل. أترك أثار الرسم.

ب ـ أوجد هذه النتيجة حسابيا .

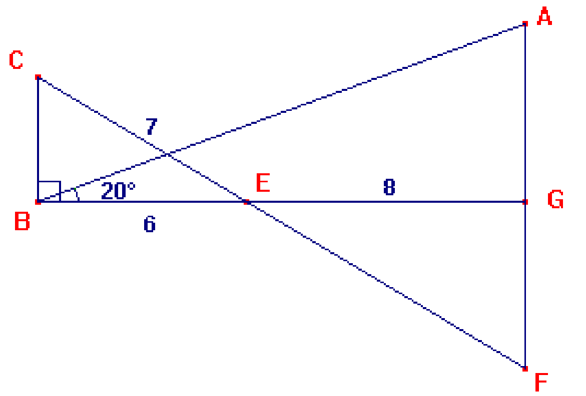
الحل

الأنشطة الهندسية:

التمرين الأول:

1 ـ حساب الطول BC

المثلث EBC قائم فيB ، فحسب نظرية فيثاغورث لدينا: $EC^2 = EB^2 + BC^2$



أي : $BC^2 = EC^2 - EB^2 = 7^2 - 6^2 = 49 - 36 = 13$

ومنه: $BC = \sqrt{13} \approx 3{,}61$.

2 ـ حساب الطول: EF:

(BC) يوازي (AF)، فحسب نظرية طالس نجد:

$\frac{EF}{EC} = \frac{EG}{EB}$ ومنه : $\frac{EF}{7} = \frac{8}{6}$

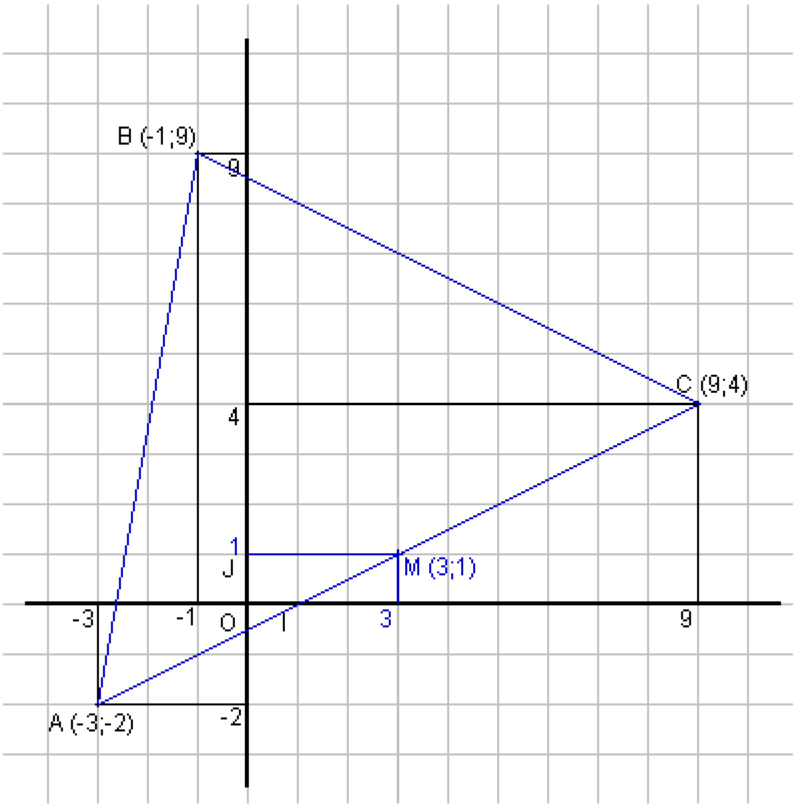
ومنه: $EF = \frac{7\times 8}{6} = \frac{7\times 4\times 2}{3\times 2} = \frac{28}{3} \approx 9.3$

3 ـ حساب الطول AG

$\frac{AG}{BG} = \tan 20^0$ ومنه: $AG = \tan 20^0 \times 14 \approx 0.364 \times 1 \approx 5.1$

التّمرين الثاني :

1 ـ رسم شكل بأخذ 1سنتيمتر كوحدة للطول :



2 ـ حساب إحداثيتي النقطة M منتصف $[AC]$

$$M\left(\frac{x_A + x_C}{2} ; \frac{y_A + y_C}{2}\right) ; M\left(\frac{-3+9}{2} ; \frac{-2+4}{2}\right) ; M\left(\frac{6}{2} ; \frac{2}{2}\right) ; M(3 ; 1)$$

3 ـ حساب إحداثيتي $\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{AC}$:

$$\overrightarrow{AB}\,(x_B - x_A ; y_B - y_A) ; \overrightarrow{AB}\,(-1 - (-3) ; 9 - (-2)) ; \overrightarrow{AB}\,(2 ; 11)$$

$$\overrightarrow{AC}\,(x_C - x_A ; y_C - y_A) ; \overrightarrow{AC}\,(9 - (-3) ; 4 - (-2)) ; \overrightarrow{AB}\,(12 ; 6)$$

4 ـ حساب الطول BC بالتدوير إلى 0.1 :

$$AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2} = \sqrt{((9 - (-1))^2 + (4 - 9)^2)} = \sqrt{10^2 + (-5)^2}$$

$$AB = \sqrt{100 + 25} = \sqrt{125} = \sqrt{25 \times 5} = \sqrt{25} \times \sqrt{5} = 5\sqrt{5} \approx 11{,}2$$

التمرين الثالث :

1 ـ حساب طول خط الاستواء :

طول خط الاستواء هو طول الدائرة التي نصف قطرها 6370 كيلومترا .

إذن: $2 \times \pi \times 6370 = 12740\,\pi \approx 40024$ km

2 ـ حساب طول القوس $\overset{\frown}{AB}$ الجزء من خط الاستواء الواقع في إفريقيا:

B تقع بين A و G ، يكون لدينا:

$\widehat{AOG} = \widehat{AOB} + \widehat{BOG}$ ومنه: $\widehat{AOB} = \widehat{AOG} - \widehat{BOG}$ ومنه: $\widehat{AOB} = 42 - 9 = 33^0$

خط الإستواء يمثل يقابل الزاوية المركزية التي قيسها 360^0

فطول $\overset{\frown}{AB}$ هو : $\frac{40024 \times 33}{360} \approx 3669km$

حل المسألة:

الجزء الأول:

1 ـ حساب السرعة المتوسطة للقطار ذهابا :

قطع القطار المسافة ذهابا في مدة زمنية هي : *9 h 01 - 6 h 01 = 3 h*

فالسرعة المتوسطة هي : $v = \frac{d}{t}$ ومنه: $v = \frac{542}{3} = \mathbf{181km/h}$ وذلك بالتدوير إلى وحدة.

2 ـ حساب السرعة المتوسطة إيابا:

المدة التي يقضيها القطار إيابا هي: *21 h 58 - 19h 04 = 2 h 56* أي : *176* دقيقة.

فالسرعة المتوسطة للقطار هي: $V = \frac{D}{T}$ ومنه: $V = \frac{542 \times 60}{176} = \mathbf{185km/h}$ وذلك بالتدوير إلى وحدة

الجزء الثاني :

1 ـ حساب التكلفة الإجمالية السنوية في 8 رحلات بالاختيارين للسيد *Dubois*:

الاختيار أ: $58 \times 8 = \mathbf{464€}$

الاختيار ب : $29 \times 8 + 300 = \mathbf{532€}$

2 ـ كتابة y_A الصيغة المعبرة عن الاختيار أ بدلالة x

$Y_A = 58x$

3 ـ شرح الموظف للاختيار ب لمن يستفسر عن طريق الهاتف.

السفر بالقطار يكون بنصف الثمن إذا تم دفع اشتراك سنوي بقيمة 300€.

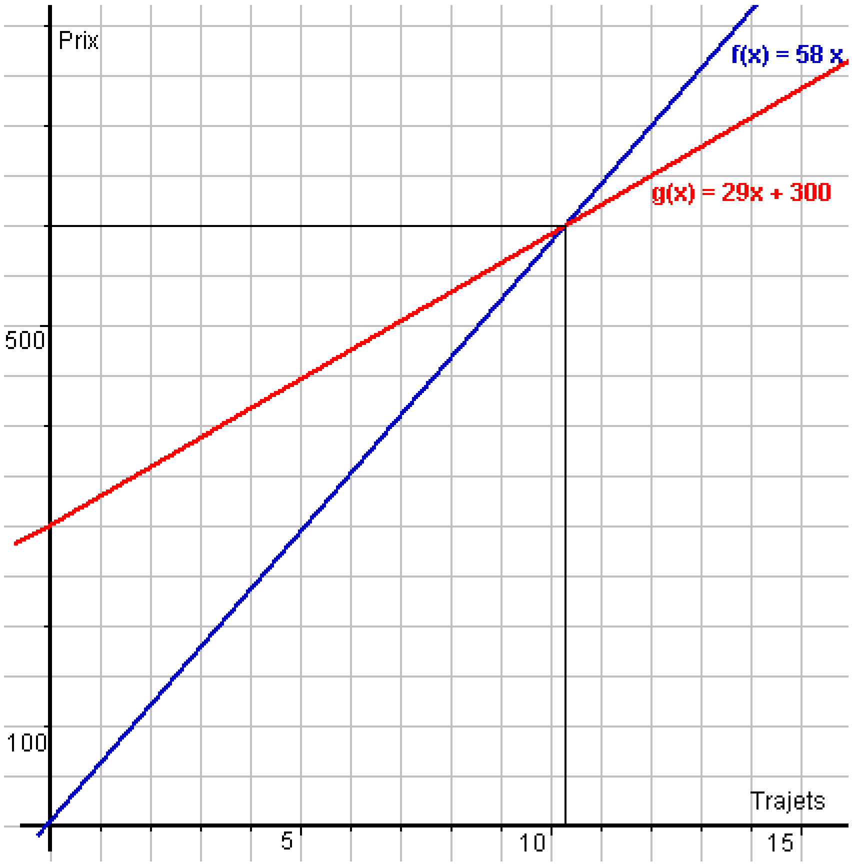
4 ـ تناسب التكلفة السنوية مع عدد الرحلات بالاختيار ب

في رحلتين يتم دفع *2x29 + 300 = 358* ، أما في رحلة واحدة يتم دفع *29 + 300 = 329*

نلاحظ أن عدد الرحلات ضُرب في 2 أما الثمن الحاصل *358* ليس ضعف 329

وهذا ما يدل على أن التكلفة السنوية ليست متناسبة مع عدد الرحلات بالاختيار ب.

5 - التمثيل البياني للدالتين $f: x \to 58x$ و $g: x \to 29x + 300$



6 - أ - تعيين عدد الرحلات الذي من أجله يكون الاختيار ب هو الأفضل:

هي قيمة x التي ابتداء منها يكون المستقيم الأحمر الممثل للاختيار ب أسفل المستقيم الأزرق، وحسب الشكل هي **11 رحلة**

أي عندما تكون عدد الرحلات أكبر من 11 يكون الاختيار ب أفضل من الاختيار أ.

ب - إيجاد هذه النتيجة بالحساب:

$$58x > 29x + 300$$

$$58x - 29x > 300$$

$$29x > 300$$

$$x > \frac{300}{29}$$ أي

أي يكون الاختيار ب أفضل من الاختيار أ انطلاقا من 11 رحلة.

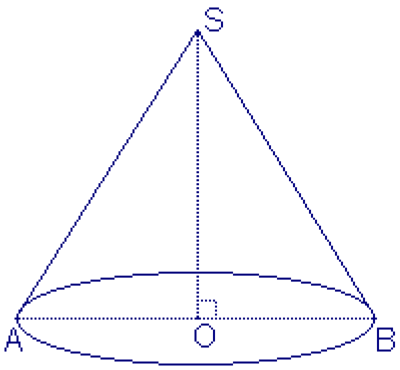
.

Brevet des collèges 2002 شهادة التعليم المتوسط

أكاديميات : Aix-Marseille, Corse, Montpellier, Nice, Toulouse

الأنشطة الهندسية:

التمرين الأول :



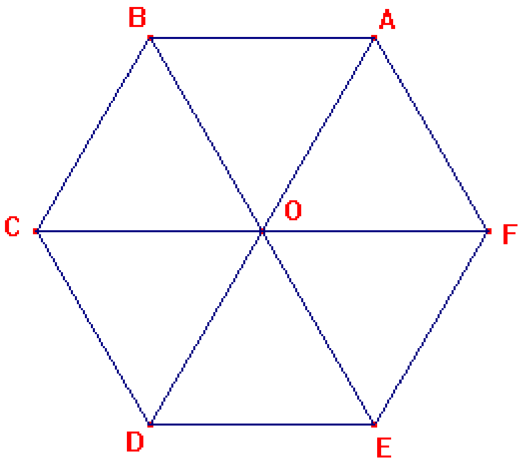
مخروط دوران رأسه S، قاعدته قرص مركزه O،و نصف قطره $4cm$

ارتفاعه [SO] حيث SO = 2,8 cm.

أ ـ عيّن القيمة المدورة لقيس الزاوية $\widehat{OSB}$.

ب ـ أحسب حجم المخروط ودور ذلك إلى cm^3

التمرين الثاني:



ملاحظة : لا تعد رسم الشكل.

ليكن السداسي ABCDEF المقابل والذي مركزه O ،

عين صورة المثلث BCO ب :

1 ـ الإنسحاب الذي شعاعه $\overrightarrow{AF}$

2 ـ التناظر بالنسبة إلى المستقيم(BE).

3 ـ الدوران الذي مركزه O وزاويته 60° في الاتجاه الموجب.

الأنشطة العددية :

التمرين الأول :

ليكن الكسر : $\frac{170}{578}$

1 ـ بيّن ان هذا الكسر قابل للاختزال .

2 ـ أحسب $PGCD(170;578)$.

3 ـ اختزل الكسر $\frac{170}{578}$.

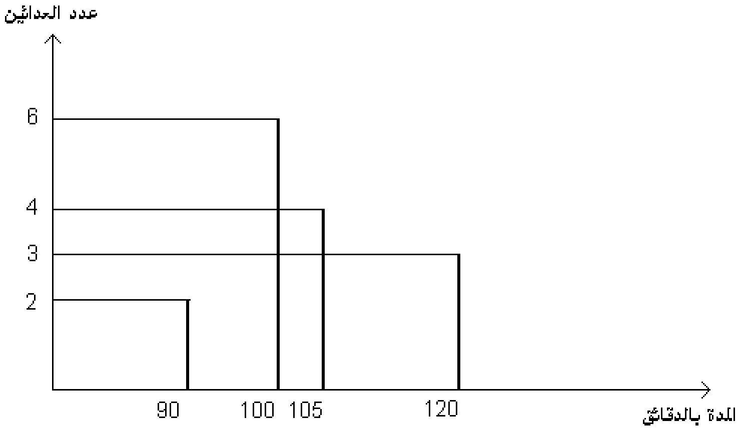
المسألة:

الأجزاء أ ، ب ، ج مستقلة.

في أكتوبر 2001 ، شاركت مجموعة من الأصدقاء مكونة من 15 عضوا في نصف ماراتون (العدو لمسافة 21 كيلومترا)

إليك مخطط الأعمدة الذي يبين نتائج أعضاء الفوج.

مثلا : يبين أن 4 من هؤلاء الأصدقاء قطعوا مسافة الماراتون في مدة 105 دقيقة.



الجزء أ :

1) أكمل الجدول الآتي :

المدة بالدقائق	90	100	105	120
عدد العدائين			4	

2) بمساعدة المخطط أو الجدول بعد إكماله:

أ ـ أحسب المدى.

ب ـ عيّن الوسيط.

ج ـ أحسب الوسط الحسابي (المعدل).

الجزء ب:

عمر ، واحد من المشاركين في السباق ، قطع المسافة (21 كيلومترا) بسرعة 12 km في الساعة.

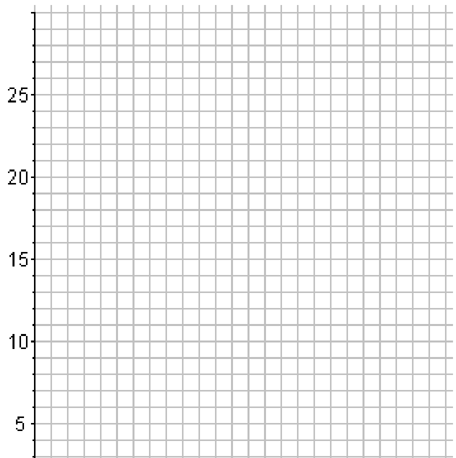
1) عيّن بالدقائق المدة الزمنية التي قضاها عمر في السباق .

2) نريد دراسة المسافة التي تفصل عمر عن خط الوصول بعد x من الدقائق.نؤكد على $[0 \leq x \leq 105]$.

لتكن $f(x)$ هذه المسافة حيث $f(x) = 21 - 0,2x$.

لدينا $f(10) = 19$ تدل على أن بعد 10 دقائق من السباق يكون عمر على بعد 19 كيلومترا من خط الوصول.

في المعلم المتعامد الآتي ، ارسم التمثيل البياني للدالة التآلفية f المعرفة بالمساواة $f(x) = 21 - 0.2x$



3)بقراءة التمثيل البياني (أترك أثر الرسم)، عيّن :

أ ـ المسافة بالكيلومتر التي تفصل عمر عن خط الوصول بعد 30 دقيقة من انطلاق السباق .

ب ـ المدة الزمنية بالدقائق التي مرت على انطلاق السباق بعد أن قطع عمر 7 كيلومترات,

4)أ ـ حل المعادلة $21 - 0{,}2x = 17$.

ب ـ ماذا يمثل حل هذه المعادلة؟

الجزء ج :

لنفرض في هذا الجزء أن :

9 كيلومترات الأولى هي صعود و12 أخرى هي نزول.

قطع زيد 9 كيلومترات الأولى في 40 دقيقة ، و 12 الأخيرة في 50 دقيقة.

1) أحسب بالكيلومتر في الساعة السرعة المتوسطة لزيد في الصعود.
2) أحسب بالكيلومتر في الساعة السرعة المتوسطة في النزول .
3) أحسب السرعة المتوسطة لزيد خلا السباق كله.

الحـــــــــــل

الأنشطة الهندسية :

التمرين الأول:

أ ـ تعيين مدور قيس الزاوية $\widehat{OSB}$إلى الدرجة:

المثلث OSB قائم في 0 ، فنجد:

$$\tan(\widehat{OSB}) = \frac{OB}{SO} = \frac{4}{2{,}8} \approx 1{,}4281$$

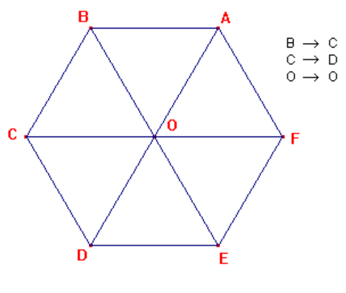
إذن : قيس الزاوية $\widehat{OSB}$هو **55°** وذلك بالتدوير إلى الوحدة.

ب ـ حساب حجم المخروط بالتدوير إلى ال cm^3.:

$$V = \frac{\pi \times OB^2 \times SO}{3} = \frac{\pi \times 16 \times 2{,}8}{3} = \frac{\pi \times 44{,}8}{3} \approx 46{,}91$$

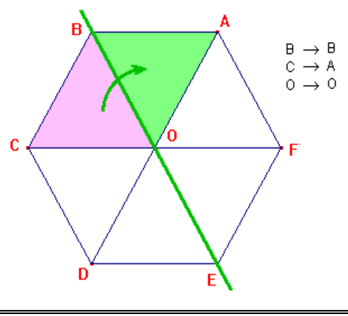
فحجم المخروط هو $47\ cm^3$ وذلك بالتدوير إلى الوحدة.

التمرين الثاني :



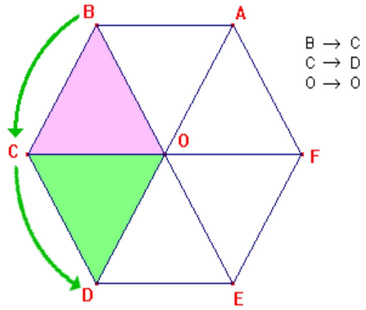
1 ـ صورة المثلث BCO بالانسحاب الذي شعاعه $\overrightarrow{AF}$هو المثلث

ODE.



2 ـ صورة المثلث BCO بالتناظر بالنسبة إلى المستقيم (BE) هو المثلث BAO

3 - صورة المثلث BCO بالدوران الذي مركزه O وزاويته 60° وفي الاتجاه الموجب هو المثلث CDO .



الأنشطة العددية :

التمرين الأول :

1 - نبيّن أن الكسر يقبل الاختزال:

170 و 578 هما من مضاعفات العدد 2 فيمكن قسمة البسط والمقام على 2 ، فالكسر $\frac{170}{578}$ يقبل الاختزال.

2 - تعيين $PGCD(170\,;578)$

يمكن إيجاد ذلك بالطريقتين المبينتين في الجدول الآتي :

طريقة الطرح المتتالي	طريقة القسمة المتتالية
578 - 170 = 408 PGCD (578 ; 170) = PGCD (408 ; 170) 408 - 170 = 238 PGCD (578 ; 170) = PGCD (238 ; 170) 238 - 170 = 68 PGCD (578 ; 170) = PGCD (170 ; 68) 170 - 68= 102 PGCD (578 ; 170) = PGCD (102 ; 68) 102 - 68 = 34 PGCD (578 ; 170) = PGCD (68 ; 34) 68 - 34 = 34 **PGCD (578 ; 170) = PGCD (34 ;34) = 34**	578 = 170 *x* 3 + 68 PGCD (578 ; 170) = PGCD (170 ; 68) 170 = 68 *x* 2 + 34 PGCD (578 ; 170) = PGCD (68 ; 34) 68 = 34 *x* 2 + 0 **PGCD (578 ; 170) = 34**

3 - اختزال الكسر $\frac{170}{578}$:

$$\frac{170}{578} = \frac{34 \times 5}{34 \times 17} = \frac{5}{17}$$

حل المسألة:

الجزء أ :

1) ملء الجدول:

المدة بالدقائق	90	100	105	120
عدد العدائين	2	6	4	3

2 - أ - حساب المدى:

المدة الزمنية التي قضاها كل متسابق في السباق محصورة بين 90 دقيقة و 120 دقيقة ، فالمدى هو:

$$120 - 90 = 30mn$$

ب ـ تعيين الوسيط:

نلاحظ من خلال المعلم أن بعد 100 دقيقة يكون 8 عدائين قد وصلوا إلي خط الوصول،وهذا ما يعني اكثر من نصف العدائين،

فالوسيط هو 100

ج ـ حساب الوسط الحسابي (المعدل)

$$\frac{90\times2+100\times6+105\times4+120\times3}{15} = \frac{180+600+420+360}{15} = \frac{1560}{15} = 104$$

المعدل هو 104.

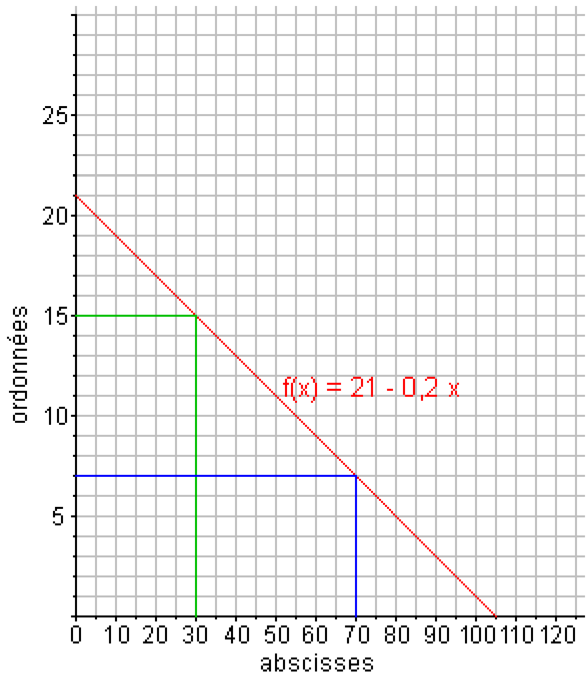
الجزء ب :

1) تعيين بالدقائق المدة الزمنية التي قضاها عمر في السباق :

$\frac{21}{12} = 1.75$ ، أي $1,75 \times 60 = 105$ ،

فعمر قضى السباق في **105 دقيقة**

2 ـ رسم التمثيل البياني للدالة $f(x) = 21 - 0.2x$



3 ـ أ ـ نقرأ في التمثيل (اللون الأخضر) أن بعد 30 دقيقة يكون عمر على بعد 15 كيلومترا من خط الوصول.

ب ـ يمكن أن نقرأ من التمثيل (اللون الأزرق) أن عمر هو على بعد 7 كيلومتر من خط الوصول بعد 70 دقيقة من انطلاق السباق.

4 ـ أ ـ حل المعادلة $21 - 0,2x = 17$:

$21 - 0.2x = 17$ تعني $-0.2x = 17 - 21$ أي : $x = \frac{-4}{-0.2}$ ومنه: $x = 20$

حل المعادلة هو **$x = 20$** .

ب ـ ما يمثله هذا حل هذه المعادلة:

يمثل هذا الحل 20 عدد الكيلومترات التي تفصل عمر عن خط الوصول بعد 20 دقيقة من انطلاق السباق. .

الجزء ج :

1) حساب بالكيلومتر في الساعة السرعة المتوسطة لزيد في الصعود:

يمكن أن يكون لنا هذا الجدول الذي يمثل تناسبية :

9	x
40	60

ومنه : $x = \frac{9\times 60}{40} = 13.5km / h$ وهي سرعة زيد المتوسطة خلال الصعود.

2) حساب السرعة المتوسطة لزيد في النزول:

لدينا جدول التناسبية:

12	x
50	60

ومنه : $x = \frac{12\times 60}{50} = 14.4km / h$ وهي سرعة زيد المتوسطة خلال النزول.

3) حساب بالكيلومتر في الساعة السرعة المتوسطة لزيد خلال السباق كله:

لدينا جدول التناسبية :

21	x
50+40	60

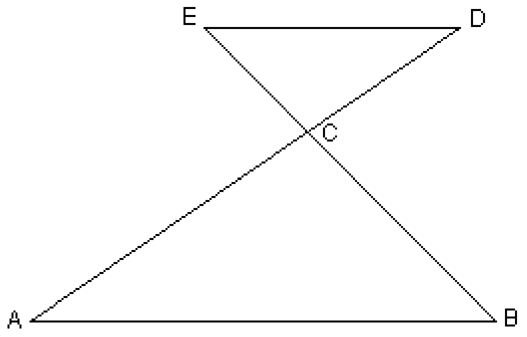
ومنه: $x = \frac{21\times 60}{90} = 14km / h$ وهي سرعة زيد المتوسطة خلال السباق.

شهادة التعليم المتوسط Brevet des collèges 2002

أكاديميات : Amiens, Créteil, Lille, Paris, Rouen, Versailles

الأنشطة الهندسية :

التمرين الأول:



الشكل المقابل معطى فقط ليوضح أوضاع النقاط **D; C, B, A** و **E**،

فالأطوال ليست حقيقية.

نعطي :

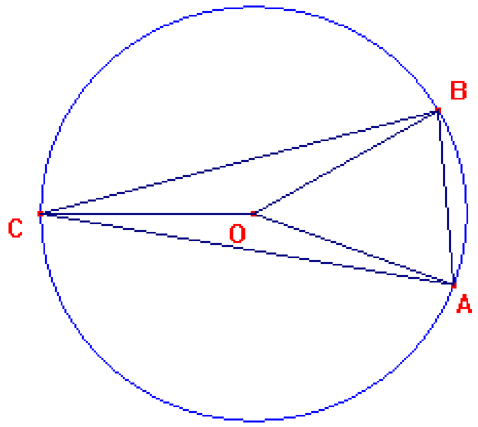
$CB = 7{,}5$ ، $CA = 18$ ، $CD = 12$ ، $CE = 5$.
$AB = 19{,}5$

أ ـ أثبت أن المستقيمين **(ED)** و**(AB)** متوازيان.

ب ـ بيّن أن : $ED = 13$

ج ـ بيّن أن المثلث **CED** قائم.

د ـ أحسب $\tan \widehat{DEC}$ واستنتج قيس الزاوية $\widehat{DEC}$ بالتدوير إلى الدرجة.



التّمرين الثّاني :

عيّن أقياس زوايا المثلث **ABC** ، علما أن : $\widehat{AOB} = 50°$

و $\widehat{BOC} = 150°$ ، مبررا إجاباتك.

الأنشطة العددية:

التمرين الأول:

ليكن العددان: $B = \frac{6}{5} : \left(\frac{1}{15} - \frac{1}{5}\right)$ $\qquad A = \frac{1}{3} - \frac{1}{3} \times \frac{4}{7}$

أ ـ أحسب a واكتبه على شكل كسر غير قابل للاختزال.

ب ـ أحسب B واكتبه على شكل عدد صحيح.

التمرين الثاني :

باع بائع دواجن 3 بطات و 4 دجاجات بمبلغ **70.30€** ، إذا علمت أن مجموع

ثمن بطة واحدة ودجاجة واحدة هو **20.70€**.أحسب ثمن البطة الواحدة وثمن الدجاجة الواحدة.

التمرين الثالث :

لتكن العبارة: $C = (3x - 1)^2 - (3x - 1)(2x + 3)$

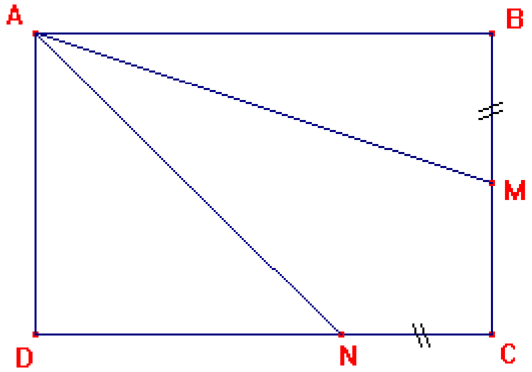
أ ـ أنشر وبسط **C**.

ب ـ حلّل **C**.

ج ـ حل المعادلة $(3x - 1)(x - 4) = 0$.

د ـ أحسب **C** من أجل $x = \sqrt{2}$

المسألة:



ABCD مستطيل حيث AB = 6 cm و AD = 4 cm.

الجزء الأول :

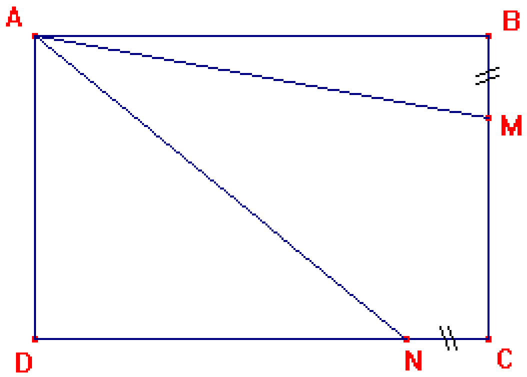
M نقطة من القطعة $[BC]$ حيث : BM = 2 cm

N نقطة من القطعة [CD] حيث CN = 2 cm.

1)أحسب AM واكتبه على شكل $a\sqrt{b}$ حيث b عدد ناطق أصغر ما يمكن.

2) برهن أن مساحة الرباعيAMCN هي $10\ cm^2$.

الجزء الثاني :



النقطتان **M** و **N** يمكن أن تتحرك على طول القطعتين **[BC]** و **[CD]** على الترتيب.حيث $BM = CN = x$ و $0 < x \leq 4$

1) عبّر عن مساحة المثلث **ABM** بدلالة x.

2) أ ـ أحسب **DN** بدلالة x .

ب ـ أثبت أن مساحة المثلث **ADN** معبرا عنه بدلالة x

هي $-2x + 12$.

3)أ ـ في معلم متعامد **(O, I, J) حيث OI = OJ = 1 cm** ، مثّل بياني الدالتين التآلفيتين :

$f : x \mapsto 3x$ و $g : x \mapsto -2x + 12$

ب ـ أحسب إحداثيتي النقطة **R** نقطة تقاطع التمثيلين البيانيين السابقين.

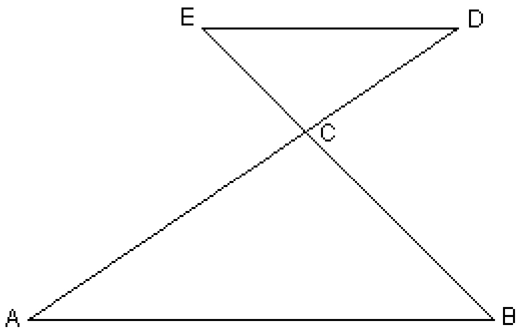
4)أ ـ من أجل أي قيمة للعدد x تكون مساحتا المثلثين **ABM** و **ADN** متساويتين.برّر.

ب ـ من أجل هذه القيمة x ، أحسب مساحة الرباعي **AMCN**.

الحـــــــــــل

الأنشطة الهندسية :

التّمرين ألأوّل:



CE = 5
CD = 12
CA = 18
CB = 7,5
AB = 19,5

أ ـ أثبات أن المستقيمين **(ED)** و**(AB)** متوازيان.

لدينا : $\frac{CA}{CD} = \frac{18}{12} = 1,5$; $\frac{CB}{CE} = \frac{7,5}{5} = 1,5$

وبالتالي : $\frac{CB}{CE} = \frac{CA}{CD}$

*فحسب النظرية العكسية لنظرية طالس يكون **المستقيمان (ED)** و**(AB)** متوازيين.*

ب ـ نبيّن أن ***ED = 13.***

***(ED)** و **(AB)** متوازيان فحسب نظرية طالس لدينا* $\frac{CB}{CE} = \frac{CA}{CD} = \frac{AB}{ED}$

ومنه: $\frac{AB}{ED} = \frac{CA}{CD}$ أي : $\frac{19.5}{ED} = \frac{18}{12}$ ونجد: $ED \times 18 = 19.5 \times 12$ ويكون: $ED = \frac{12 \times 19.5}{18}$

إذن : **ED = 13**.

ج ـ نبين أن المثلث CED قائم

لدينا $CE^2 + CD^2 = 5^2 + 12^2 = 25 + 144 = 169 = 13^2 = ED^2$

فالمثلث CED قائم في C.

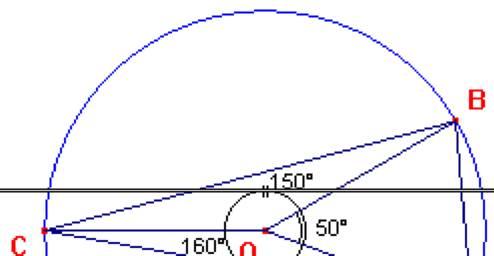
د ـ حساب $\widehat{DEC}$ واستنتاج القيمة المدورة إلى الدرجة لهذا القيس .

$\tan \widehat{DEC} = \frac{DC}{EC} = \frac{12}{5} = 2,4$

$\tan 76° \approx 2,356$; $\tan 68° \approx 2,475$

قيس الزاوية $\widehat{DEC}$ هو **67°** بالتدوير إلى الدرجة.

التمرين الثاني :



تعيين أقياس زوايا المثلث ABC

لدينا : $\widehat{AOB}+\widehat{BOC}+\widehat{COA}=360^0$

إذن : $\widehat{COA}=360^0-\widehat{BOC}-\widehat{COA}$

أي: $\widehat{COA}=360^0-50^0-150^0$

ومنه: $\widehat{COA}=160^0$

ـ الزاوية المحيطية $\widehat{ACB}$ تحصر نفس القوس الذي تحصره الزاوية المركزية $\widehat{AOB}$

إذن : $\widehat{ACB}=\frac{1}{2}\widehat{AOB}$ أي : $\widehat{ACB}=\frac{1}{2}50$

ومنه: $\boldsymbol{\widehat{ACB}=25^0}$

ـ من جهة أخرى : $\widehat{ABC}$ محيطية تحصر نفس القوس الذي تحصره الزاوية المركزية $\widehat{AOC}$

إذن : $\widehat{ABC}=\frac{1}{2}\widehat{AOC}$ ومنه: $\widehat{ABC}=\frac{1}{2}160^0$

أي : $\boldsymbol{\widehat{ABC}=80^0}$

ـ يمكن حساب قيس الزاوية $\widehat{BAC}$ بطريقتين :

لدينا $\widehat{BAC}+\widehat{ACB}+\widehat{ABC}=180^0$ ومنه: $\widehat{BAC}=180^0-25^0-80^0$

أي : $\boldsymbol{\widehat{BAC}=75^0}$

الأنشطة العددية :

التمرين الأول:

أ ـ حساب $\boldsymbol{a}$ وكتابته على شكل كسر غير قابل للاختزال:

$$\boldsymbol{a=\frac{1}{3}-\frac{1}{3}\times\frac{4}{7}=\frac{1}{3}-\frac{4}{21}=\frac{21-4}{21}=\frac{17}{4}}$$

ب ـ حساب B وكتابته على شكل عدد صحيح:

$$\boldsymbol{B=\frac{6}{5}\div\left(\frac{1}{15}-\frac{1}{5}\right)=\frac{6}{5}\div\left(\frac{1-3}{15}\right)=\frac{6}{5}\div\frac{-2}{15}=\frac{6}{5}\times\frac{-15}{2}=\frac{-90}{10}=-9}$$

التمرين الثاني :

حساب ثمن البطة والدجاجة:

ليكن ثمن الدجاجة $\boldsymbol{x}$ وثمن البطة $\boldsymbol{y}$ فتكون لنا الجملة:

$$\begin{cases} 4x + 3y = 70.30 \\ x + y = 20.70 \end{cases}$$

من المعادلة الثانية نجد: $x = 20.7 - y$

نعوض في المعادلة الأولى: $4(20.7 - y) + 3y = 70.3$

أي : $82.8 - y = 70.3$ ومنه: $-y = 70.3 - 82.8$

ونجد: $y = 12.5$

و بالتالي : $x = 20.7 - 12.5$ أي : $x = 8.2$

فثمن الدجاجة هو $8.2€$ وثمن البطة: $12.5€$

<u>التمرين الثالث</u> :

<u>أ ـ نشر وتبسيط العبارة **C**</u>

$$C = (3x - 1)^2 - (3x - 1)(2x + 3)$$

$$C = 9x^2 + 1 - 6x - (6x^2 + 9x - 2x - 3)$$

$$C = 9x^2 - 6x^2 - 9x + 2x - 6x + 1 + 3$$

$$4C = 3x^2 - 13x +$$

<u>ب ـ تحليل **C**.</u>

$$C = (3x - 1)^2 - (3x - 1)(2x + 3)$$

$$C = (3x - 1)[(3x - 1) - (2x + 3)]$$

$$C = (3x - 1)(x - 4)$$

<u>ج ـ حل المعادلة **$(3x - 1)(x - 4) = 0$**.</u>

$(3x - 1)(x - 4) = 0$ تعني $3x - 1 = 0$ أو: $x - 4 = 0$

ومنه : $x = \frac{1}{3}$ أو: $x = 4$

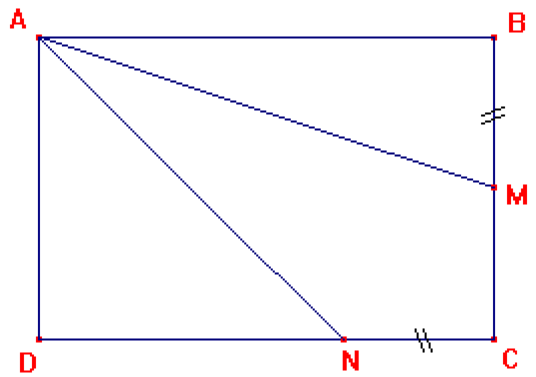
فحلا المعادلة هما : $\frac{1}{3}$ و 4.

د ـ حساب C من أجل $x = \sqrt{2}$

فإن: $x = \sqrt{2}$ $C = (3\sqrt{2} - 1)(\sqrt{2} - 4)$

أي : $C = 6 - 12\sqrt{2} - \sqrt{2} + 4$

ومنه: $C = 10 - 14\sqrt{2}$



حل المسألة:

الجزء الأول:

1-)حساب AM وكتابته بالشكل $a\sqrt{b}$ (b أصغر ما يمكن)

المثلث ABM قائم في A ، فحسب نظرية فيثاغورس نجد:

$AM^2 = AB^2 + BM^2 = 6^2 + 2^2 = 36 + 4 = 40$

ومنه: $AM = \sqrt{40} = 2\sqrt{10}cm$

2 -)نبرهن أن مساحة الرباعي AMCN هي $10\ cm^2$

المستطيل ABCD مجزأ إلى ثلاثة أجزاء ،و الرباعي AMCN واحد منها .

مساحة AMCN هي حاصل فرق مساحة المستطيل ABCD ومجموع مساحتي المثلثين ABM و ADN

مساحة المستطيل ABCD هي : $6 x 4 = 24\ cm^2$

مساحة المثلث ABM هي : $\frac{6\times2}{2} = 6cm^2$

مساحة المثلث ADN هي : $\frac{(6-2)\times4}{2} = \frac{4\times4}{2} = 8cm^2$

ومنه مساحة الرباعي AMCN هي :

$$24 - (6 + 8) = 24 - 14 = 10cm^2$$

الجزء الثاني :

1) التعبير بدلالة x عن مساحة المثلث ABM

$$\frac{AB\times BM}{2} = \frac{6\times x}{2} = 3x$$

2) أ - حساب DN بدلالة x

$DN = DC - CN = 6 - x$

ب - تبيان أن مساحة المثلث ADN معبرا عنها بدلالة x هي $-2x + 12$

$$\frac{AD\times DN}{2} = \frac{4(6-x)}{2} = 2(6-x) = 12 - 2x$$

3) أ - التمثيل البياني للدالتين $f: x \mapsto 3x$ و $g: x \mapsto -2x + 12$

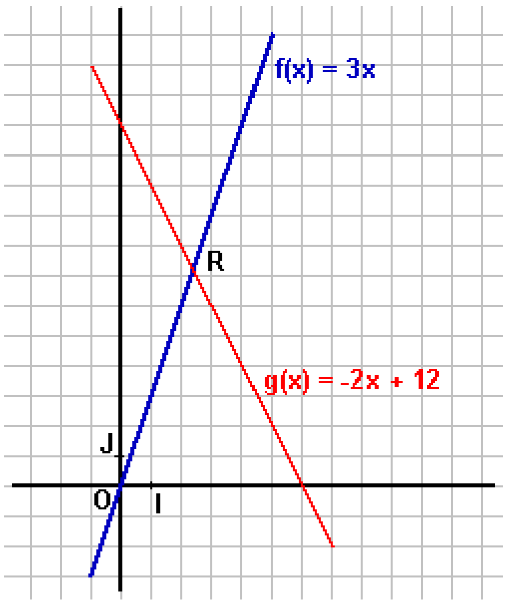
لنحسب إحداثيتي بعض النقاط المساعدة في الرسم

$f(0) = 3\times 0 = 0;$ و $f(4) = 3\times 4 = 12$

التمثيل البياني للدالة f يشمل النقطتين $(0\,;0)$ ، $(4\,;12)$

لدينا أيضا : $g(0) = -2x0 + 12 = 12$ و $g(4) = -2x4 + 12 = -8 + 12 = 4$

التمثيل البياني للدالة g يشمل النقطتين : $(0\,;12)$ و: $(4\,;4)$



ب - حساب إحداثيتي R تقاطع التمثيلين البيانيين:

R إحداثيتا تحقق المعادلة $f(x) = g(x)$ أي $3x = -2x + 12$

$3x = -2x + 12$

$3x + 2x = 12$

$5x = 12$

$x = \frac{12}{5} = 2,4$

نعوض في إحدى الدالتين :

$f(2,4) = 3 \times 2,4 = 7,2$

إذن : $\boldsymbol{R(2.4\,;7.2)}$

4 - أ) - قيمة x التي تجعل مساحتي ABM و ADN متساويتين:

بيانيا المساحتان متساويتان عند نقطة تقاطع التمثيلين البيانيين عند النقطة التي فاصلتها 2.4

إذن $\boldsymbol{x = 2,4}$ **cm.**

ب - عند هذه القيمة ل x نحسب مساحة الرباعي AMCN

إذا كان $x = 2,4$ تكون مساحة المثلثين ABM و ADN هي $7,2\ cm^2$

إذن مساحة الرباعي AMCN هي :

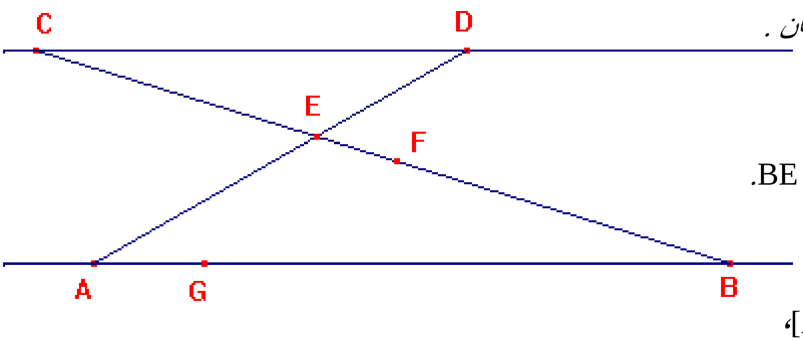
$$\mathbf{24 - (7.2 + 7.2) = 9.6cm^2}$$

شهادة التعليم المتوسط Brevet des collèges 2003

أكاديميات: **Besançon, Dijon, Grenoble, Lyon, Nancy-Metz, Reims, Strasbourg**

الأنشطة الهندسية:

التمرين الأول: وحدة الطول هي السنتيمتر.



في الشكل المقابل ، المستقيمان (AB) *و* (CD) *متوازيان .*

والمستقيمان (AD) *و*(BC) *متقاطعان في* E.

ليكن: DE = 6 *و* AE = 10 *و* AB = 20 *و* BE = 16.

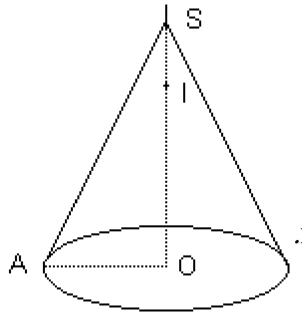
1 - أحسب الطول CD.

2 - النقطة F *من القطعة* [BC] *و*G *من القطعة* [AB]،

حيث BF = 12,8 *و*BG = 16 *. بيّن أن المستقيمين*

(FG) و (AE) متوازيان.

التمرين الثاني : ليكن المخروط الذي رأسه S وقاعدته قرص نصف قطره [OA] (انظر الشكل المقابل)



إرتفاع هذا المخروط $SO = 8$ cm ومولده $SA = 10$ cm. I نقطة من [SO] حيث $SI = 2$ cm .

1 - بيّن أن $OA = 6$ cm.

2 - بيّن أن القيمة المضبوطة ل V حجم المخروط تساوي $96\ \pi\ cm^3$ أعط القيمة المدورة إلى mm^3.

3 - أحسب بالتقريب إلى الدرجة قيس الزاوية $\widehat{ASO}$.

4 - نقطع المخروط بمستو مواز للقاعدة عند النقطة I ، نحصل عند التقاطع على قرص مركزه I.

و هو تصغير للقاعدة ذات المركز O .

أ - أوجد K نسبة التصغير

ب - ليكن V' حجم المخروط الذي رأسه S وقاعدته التي مركزها I ، أكتب V' بدلالة V ، ثم أعط القيمة المدورة ل V' إلى ال mm^3.

الأنشطة العددية :

التمرين الأول :

1 - أكتب A على شكل $a\sqrt{b}$ حيث a و b أعداد طبيعية ، و b أصغر ما يمكن.

$$A = 2\sqrt{45} - 3\sqrt{5} + \sqrt{20}$$

2 - أحسب العبارة B وأعط B على شكل كتابة علمية .

$$B = \frac{150 \times 10^3 \times 8 \times 10^5}{6 \times 10^7}$$

التمرين الثاني :

لتكن العبارة $C = (2x + 5)^2 - (x + 3)(2x + 5)$.

1 - أنشر وبسط C.

2 - حلّل C.

3 - حل المعادلة $(2x + 5)(x + 2) = 0$.

التمرين الثالث :

1) حل الجملة الآتية :

$$\begin{cases} 4x + 3y = 206 \end{cases}$$

$2x + 2y = 114$

3) لمشاهدة مباراة كرة قدم دفعت عائلة مكونة من 4 بالغين و 3 أطفال 206 أورو. من اجل نفس المباراة دفعت عائلة أخرى مكونة من بالغين و طفلين 114 أورو .

- كم ستدفع عائلة مكونة من 3 بالغين وطفلين ؟

المسألة :

الجزءان 1 و 2 منفصلان .

الشكل المعطى يمثل قطعة أرض بني عليها ورشة لمتوسطة. حيث قسمت إلى قاعتين الأولى للأبحاث والأخرى للعمل .

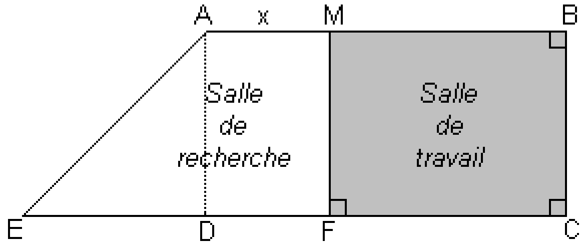
ABCE هو شبه منحرف قائم حيث AB = 9 m، BC = 8 m ، DE = 6 m.

M هي نقطة من القطعة [AB].

نضع x = AM حيث x معبر عنه بالمتر و $0 \leq x \leq 9$.

تذكير : مساحة شبه المنحرف هي نصف مجموع القاعدتين في الارتفاع.

ملاحظة: العمل غير مكتمل وسأكمله في وقت لاحق إن شاء الله، فمعذرة.



الجزء الأول:

PARTIE 1 :

La documentaliste souhaite que l'aire de la salle de travail soit égale à celle de la salle de recherche.

1. Dans cette question, uniquement, on suppose : $x = 1$. Calculer l'aire de trapèze AMFE (salle de recherche), et l'aire du rectangle MBCF (salle de travail).

2. a. Exprimer, en fonction de x, l'aire du trapèze AMFE.
b. Exprimer, en fonction de x, l'aire du rectangle MBCF.

3. On se propose de représenter graphiquement cette situation à l'aide de deux fonctions affines f et g.

f est définie par : $f(x) = -8x + 72$
g est définie par : $g(x) = 8x + 24$

Sur la feuille de papier millimétrée, construire un repère orthogonal :
- l'origine sera placée en bas à gauche,
- en abscisse, on prendra 2 cm pour 1 unité (2 cm pour 1 *m*),
- en ordonnée, on prendra 1 cm pour 4 unités (1 cm pour 4 m^2).

Représenter les fonctions affines *f* et *g*, pour $0 \leq x \leq 9$.

4. a. En utilisant le graphique, indiquer la valeur de *x* pour laquelle *f*(*x*) = *g*(*x*), ainsi que l'aire correspondante. Mettre en évidence ces valeurs sur le graphique (pointillés, couleurs...).
b. Retrouver les résultats précédents par le calcul.

PARTIE 2

Dans cette partie, on pose *x* = 3,5.

1. Donner **en cm**, les dimensions de la salle de travail MBCF.

2. On souhaite recouvrir le sol de la salle de travail à l'aide **d'un nombre entier** de dalles carrées identiques, de côté *c* entier le plus grand possible.

a. Expliquer pourquoi *c* est le *PGCD* de 800 et 550.
b. Calculer la valeur de *c*, en indiquant la méthode utilisée.
c. Combien de dalles sont nécessaires pour recouvrir le sol de la salle de travail ?

3. Les dalles coûtent 13,50 € le mètre carré.

Quelle somme devra-t-on payer pour acheter le nombre de dalles nécessaire ?

SOLUTION

Solution : Activités géométriques 2

1) Montrer que OA = 6 cm.

Le triangle AOS tant rectangle en O, d'après le théorème de Pythagore nous avons l'égalité : $OA^2 + OS^2 = AS^2$.

$OA^2 = AS^2 - OS^2 = 10^2 - 8^2 = 100 - 64 = 36 = 6^2$

donc OA = 6 cm.

2) Volume du cône.

Le volume d'un cône est donné par la formule : $V = \frac{\text{aire de base} \times \text{hauteur}}{3}$

$V = \frac{\pi \times OA^2 \times OS}{3} = \frac{\pi \times 36 \times 8}{3} = \frac{36 \times 8}{3}\pi = \frac{288}{3}\pi = 96\pi$

$V = 96\pi \approx 301.59289 \text{ cm}^3$ soit 30 159 mm^3 au mm^3 près.

3) mesure de l'angle $\widehat{ASO}$.

$\cos\left(\widehat{ASO}\right) = \frac{SO}{AS} = \frac{8}{10} = 0,8$

$\cos(36°) \approx 0{,}809$; $\cos(37°) \approx 0{,}798$;l'angle $\widehat{ASO}$mesure 37° à un degré près.

4) *a*) Rapport de réduction

Le rapport de réduction des cônes est $\frac{SI}{SO} = \frac{2}{8} = \frac{1}{4}$.

b) volume de V'

Le rapport des volumes étant le cube du rapport de réduction, $V' = \frac{V}{4^3} = \frac{V}{64} = \frac{96\pi}{64} = \frac{3}{2}\pi$

$V' = \frac{3}{2}\pi = 1{,}5\,\pi \approx 4{,}71239\ \text{cm}^3$ soit 4 712 mm^3 au mm^3 près.

Solution : Problème

PARTIE 1

1) Calculer l'aire du trapèze et du triangle lorsque $x = 1$.

Lorsque $x = 1$, EF = ED + DF = ED + x = 6 + 1 = 7. La hauteur du trapèze est MF = BC = 8

L'aire du trapèze AMFE est : $a = \frac{h(b+B)}{2} = \frac{8 \times (7+1)}{2} = \frac{8 \times 8}{2} = \frac{64}{2} = 32\ \text{m}^2$

La longueur du rectangle MBCF est MB = AB - AM = AB - x = 9 - 1 = 8. L'aire du rectangle est 8 * 8 = 64 m^2.

2) Exprimer en fonction de x l'aire du trapèze et du rectangle.

La grande base du trapèze a pour longueur DE + x = 6 + x, la petite base mesure x, la hauteur est de 8 ; l'aire est donc :

$$a = \frac{h(b+B)}{2} = \frac{8 \times (x+6+x)}{2} = 4 \times (2x+6) = 8x + 24$$

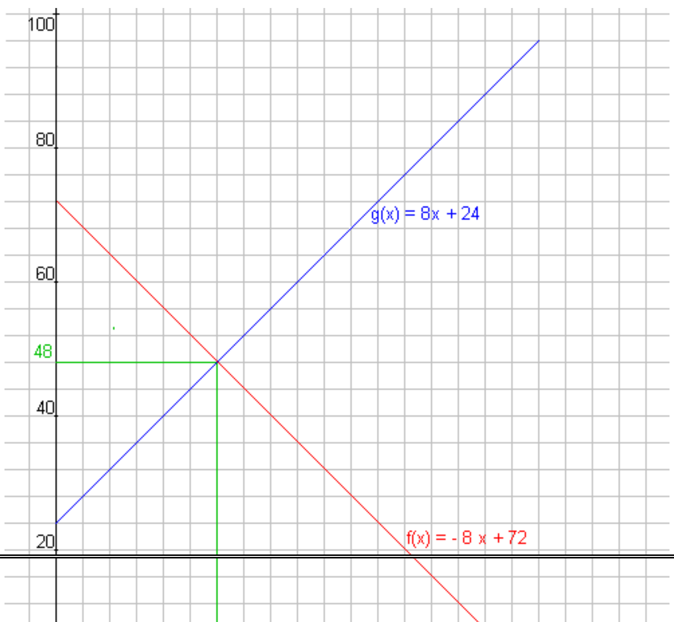
La longueur du rectangle est de AB - x = 9 - x, la hauteur est de 8, l'aire du rectangle est donc :

$(9 - x) * 8 = 72 - 8x = -8x + 72$

3) Représenter graphiquement les fonctions f et g

La longueur du rectangle est de AB - x = 9 - x,

la hauteur est de 8, l'aire du rectangle est donc .



4) résoudre graphiquement $f(x) = g(x)$

Sur le graphique, on constate que les

deux représentations graphiques se coupent

en un point d'abscisse 3 et d'ordonnée 48.

On peut vérifier par le calcul en résolvant

l'équation $8x + 24 = -8x + 72$.

$8x + 8x = 72 - 24$; $16x = 48$ donc $x = 48/16 = 3$.

Pour cette valeur de x, $f(x)$ vaut : $f(3) = -8 \times 3 + 72 = -24 + 72 = 48$.

PARTIE 2

1) dimensions de la salle de travail

Si $x = 3{,}5$, la salle de travail a pour dimensions 9 - 3,5 = 5,5 *m* et 8 m. Soit en centimètres 550 et 800.

2) Daller la salle

a) Si l'on veut recouvrir exactement la salle par des dalles carrées sans effectuer la moindre découpe, le côté de la dalle doit être à la fois un diviseur de la longueur 800 et de la largeur 550. La plus grande valeur possible pour le côté est le plus grand diviseur commun à 550 et 800, leur PGCD.

b) Calculons le PGCD en appliquant la méthode des soustractions en remplaçant à chaque fois le plus grand nombre par la différence jusqu'à ce que l'on trouve deux résultats identiques :

Nombre 1	Nombre 2	Différence
800	550	250
250	550	300
250	300	50
250	50	200
200	50	150
150	50	100
100	50	50
50	50	0

le PGCD est 50, la valeur de *c* est de 50 cm.

c) Nous pouvons mettre 800/50 = 16 dalles dans la longueur et 550/50 = 11 dalles dans la largeur.

Il y a donc $16 \times 11 = 176$ dalles

3) Coût du dallage

L'aire de la salle est de $8 \times 5{,}5 = 44$ m^2. Le coût des dalles sera de $44 \times 13{,}5 = 594$ €.