# مواضيع مقترحة

## الموضوع الأول

### الجزء الأول ( 12 نقطة )

**التمرين الأول:**

أكتب العبارتين $A$ و $B$ التاليتين على الشكل $a\sqrt{b}$ حيث $a$ و $b$ عددان طبيعيان و $b$ اصغر ما يمكن.

$A = \sqrt{6} \times \sqrt{30}$ و $B = 3\sqrt{32} - 2\sqrt{50} + 11\sqrt{2}$

**التمرين الثاني:**

لتكن العبارة الجبرية التالية: $E = (2x-1)^2 + (4x^2-1)$.

أنشر ثم بسط العبارة الجبرية $E$.

حلل العبارة الجبرية $E$.

حل المعادلة $4x(2x-1) = 0$.

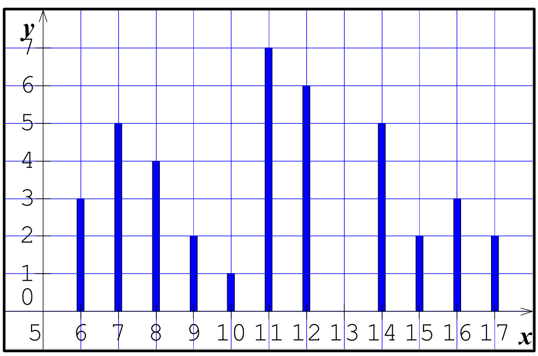
**التمرين الثالث:**

إليك المخطط بالأعمدة الممثل لتوزيع العلامات المتحصل عليها في اختبار مادة الرياضيات من قبل تلاميذ أحد أقسام السنة الرابعة متوسط في إحدى المتوسطات.

ما هو عدد تلاميذ هذا القسم ؟

ما هو معدل القسم في الاختبار؟

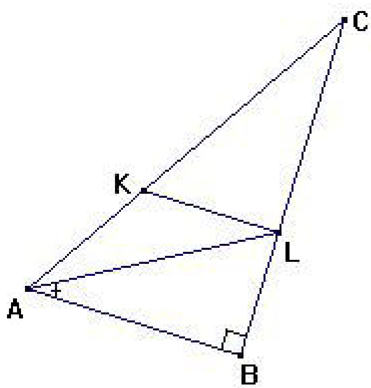
أحسب وسيط هذه السلسلة.




**التمرين الرابع:**

$ABC$ مثلث قائم في $B$ بحيث: $AB = 12cm$ و $BC = 16cm$. ننشئ على $[BC]$ النقطة $L$ بحيث $BL = 6cm$ و على $[AC]$ النقطة $K$ بحيث $AK = 7,5cm$.

أحسب الطول $AC$.



بين أن المستقيمين $(KL)$ و $(AB)$ متوازيان.
أحسب القيمة المقربة بالنقصان إلى الوحدة لقيس
الزاوية $\widehat{LAB}$ بالدرجات.
أحسب الطول $KL$.

**الجزء الثاني: مسألة ( 8 نقط )**

يقترح أحد نوادي اللأنترنيت على زبنائه خيارين:

الخيار الأول: يسدد الزبون مبلغ $60DA$ للاستفادة من ساعة واحدة.

الخيار الثاني: يسدد الزبون اشتراكا شهريا قيمته $150DA$ على أن يدفع مبلغ $45DA$ للاستفادة من ساعة واحدة.

ما هو الخيار الأكثر فائدة لزبون استفاد من 7 ساعات خلال شهر واحد.
ما هو الخيار الأكثر فائدة لزبون استفاد من 12 ساعة خلال شهر واحد.
نسمي $x$ عدد الساعات المستفاد منها من قبل زبون خلال شهر واحد و نسمي $y_1$ المبلغ الشهري المسدد من قبل الزبون في حالة اختياره الخيار الأول بينما نسمي $y_2$ المبلغ الذي سدده إذا فضل الخيار الثاني.
عبر عن كل من $y_1$ و $y_2$ بدلالة $x$.
نختار في معلم متعامد الوحدات البيانية التالية:
على محور الفواصل يمثل $1cm$ ساعة واحدة و يمثل $1cm$ على محور التراتيب $100DA$.
أنشئ في المعلم السابق المستقيمين $(d_1)$ و $(d_2)$ الممثلين على التوالي للدالتين $f_1$ و $f_2$ المعرفتين كما يلي: $f_1(x) = 60x$ و $f_2(x) = 45x + 150$
اعتمادا على البيان حدد أفضل الخيارين تبعا لعدد الساعات المستفاد منها خلال شهر واحد.

# الموضوع الثاني

**الجزء الأول ( 12 نقطة )**

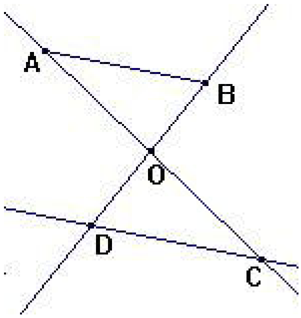
**التمرين الأول:**

أحسب القاسم المشترك الأكبر للعددين 325 و 500.
أكتب الكسر $\frac{325}{500}$ على شكل كسر غير قابل للاختزال.

**التمرين الثاني:**

لتكن العبارة الجبرية التالية: $E=(2x+3)(2-x)+(2x+3)^2$.

1. أنشر ثم بسط العبارة الجبرية $E$.
2. حلل العبارة الجبرية $E$ إلى جداء عاملين من الشكل $(ax+b)$
3. حل المعادلة $(2x+3)(x+5)=0$.




**التمرين الثالث:**

في الشكل المقابل لدينا المعطيات التالية:

$OA=5cm$ ، $OB=3cm$ ، $OC=2cm$ ، $OD=1,2cm$.

بين أن المستقيمين $(DC)$ و $(AB)$ متوازيان.

احسب $AB$ علما أن $DC=4cm$

**التمرين الرابع:**

$ABC$ مثلث بحيث: $AB=8cm$ ، $AC=6cm$ و $BC=10cm$.

بين أن المثلث $ABC$ قائم في النقطة $A$.

أحسب $\tan\widehat{ACB}$ ثم أحسب قيس الزاوية $\widehat{ACB}$ بالتدوير إلى الوحدة من الدرجة.

لتكن النقطة $K$ من $[AC]$ بحيث $AK=2cm$. المستقيم الموازي للمستقيم $(AB)$ و المار من النقطة $K$ يقطع المستقيم $(BC)$ في نقطة $L$. احسب الطول $BL$.

**الجزء الثاني: مسألة (8 نقط )**

**القسم الأول:**

مؤسسة تصنع علبا للتصبير، وتقترح نمطين من البيع:

النمط الأول: $25\,DA$ للعلبة الواحدة.

النمط الثاني: $15\,DA$ للعلبة الواحدة زائد مبلغ جزافي $50\,DA$.

1) احسب ثمن 30 علبة وثمن 50 علبة حسب النمط الأول، ثمّ حسب النمط الثاني.

2) نرمز بـِ $x$ إلى عدد العلب المنتجة، عبر بدلالة $x$ عن ثمنها حسب كلّ من النمطين.

3) لتكن $P_1(x)=25x$ و $P_2(x)=15x+50$

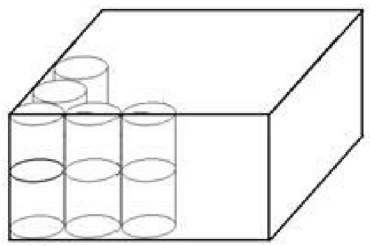
أنشئ في معلم متعامد المستقيمين $(D_1)$ و $(D_2)$ الممثلين للدالتين $P_1$ و $P_2$ على الترتيب، (نأخذ على محور الفواصل $0,5cm$ لكل علبة وعلى محور التراتيب $1cm$ لكل $100\,DA$ )

4) بقراءة بيانية بسيطة أجب عن الأسئلة الثلاثة الآتية:
أ) ما هو أكبر عدد من العلب التي يمكن شراءها بـ $500\,DA$ ؟
ب) من أجل أي عدد من العلب يكون الثمنان متساويين ؟
ج) ما هو الشرط الذي يكون من أجله النمط الثاني أفضل من النمط الأول بالنسبة إلى المشتري ؟

**القسم الثاني:**

تصنع كلّ علبة على شكل اسطوانة نصف قطر قاعدتها $5cm$ وارتفاعها $20cm$، ويغلّف كلّ سطحها الجانبي بورقة إشهارية.

1) احسب القيمة المضبوطة لمساحة هذه الورقة، والقيمة المقربة بأخذ $\pi = 3{,}14$ .
2) احسب سعة كلّ علبة بالسنتيمتر المكعّب، ثمّ باللتر.
3) توضع العلب في صناديق على شكل متوازي مستطيلات كما هو مبين في الشّكل المرفق. ما هي أبعاد كلّ صندوق كي يسع 100 علبة ؟



# الموضوع الثالث

## الجزء الأول ( 12 نقطة )

**التمرين الأول:**

أكتب على الشكل $a\sqrt{5}$ حيث $a$ عدد طبيعي كلا من العددين التاليين:

$$B = 2\sqrt{20} - 3\sqrt{80} + 2\sqrt{125} \quad \text{و} \quad A = \sqrt{12} \times \sqrt{15}$$

تحقق أن العدد $\dfrac{A}{B}$ عدد طبيعي.

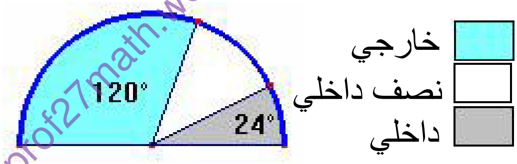
**التمرين الثاني:**

لتكن العبارة الجبرية التالية: $E = (2x+5)^2 - (x-2)^2$ .

1. أنشر ثم بسط العبارة الجبرية $E$ .
2. حلل العبارة الجبرية $E$ إلى جداء عاملين من الشكل $(ax+b)$

حل المعادلة $(x+7)(3x+3) = 0$

**التمرين الثالث:**

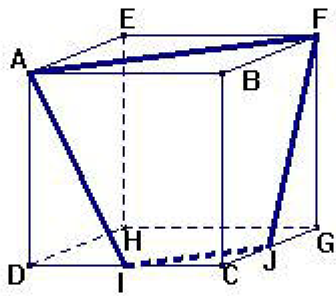



يمثل المخطط نصف الدائري المرفق توزيع 630 تلميذ لإحدى المتوسطات حسب الصنف.

أحسب قيس الزاوية الموافقة لصنف النصف الداخليين.

حدد جدول التكرارات و التكرارات النسبية ( التواترات ).

**التمرين الرابع:**




$ABCDEFGH$ مكعب طول حرفه $3cm$.

نعتبر النقطتين $I$ و $J$ حيث $I$ منتصف القطعة $[CD]$ و $J$ منتصف القطعة $[CG]$.

ما نوع الرباعي $AIJF$ ؟ برر إجابتك.

ماذا يمثل هذا الرباعي بالنسبة للمكعب $ABCDEFGH$ ؟

احسب محيط الرباعي $AIJF$.

## الجزء الثاني: مسألة (8 نقط )

تقترح إحدى المجلات الأسبوعية على زبائنها خيارين لاقتناء مجلاتها:

الخيار الأول: يسدد الزبون مبلغ $30DA$ للحصول على مجلة واحدة.

الخيار الثاني: يسدد الزبون اشتراكا سنويا قيمته $300DA$ على أن يدفع مبلغ $20DA$ للحصول على مجلة واحدة.

أحسب المبلغ المسدد للحصول على 10 مجلات ثم على 50 مجلة بالنسبة لكل خيار.

نسمي $x$ عدد المجلات التي يتحصل عليها زبون خلال سنة واحدة و ليكن $y_1$ المبلغ السنوي المسدد من قبل الزبون في حالة الخيار الأول و $y_2$ المبلغ المسدد في حالة الخيار الثاني.

عبر عن كل من $y_1$ و $y_2$ بدلالة $x$.

المستوي منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O;I,J)$ بحيث $1cm$ يمثل 10 مجلات على محور الفواصل بينما $1cm$ يمثل $200DA$ على محور التراتيب.

أنشئ المستقيمين $(d_1)$ و $(d_2)$ اللذين معادلتاهما: $y=30x$ و $y=20x+300$ على الترتيب.

باستعمال التمثيل البياني السابق أجب عن الأسئلة التالية:

ما هو أحسن الخيارين إذا اشترى زبون 25 مجلة ؟

ما هو المبلغ الذي يجب تسديده للحصول على 60 مجلة ؟

بتسديد مبلغ $1200\,DA$ ما هو عدد المجلات المحصل عليها بالنسبة للخيارين ؟

حل المتراجحة التالية: $30x \leq 20x + 300$ ثم عقب على النتيجة.

# الموضوع الرابع

## الجزء الأول ( 12 نقطة )

التمرين الأول:

أحسب القاسم المشترك الأكبر للعددين 147 و 84.

لمساعدة التلاميذ المعوزين قامت جمعية أولياء التلاميذ لإحدى المتوسطات بتوزيع 147 كراسا و 84 قلما عليهم بطريقة عادلة على شكل مجموعات متماثلة.

* ما هو أكبر عدد ممكن من التلاميذ المستفيدين من هذه الإعانة ؟
* ما هو عدد الكراريس و عدد الأقلام التي يستفيد منها كل تلميذ ؟

التمرين الثانـي:

لتكن العبارة الجبرية التالية: $E = (3x-2)^2 + (3x-2)(x+1)$.

1. أنشر ثم بسط العبارة الجبرية $E$.
2. حلل العبارة الجبرية $E$.
3. حل المعادلة $E = 0$.

التمرين الثالث:

في الشكل المقابل لدينا المعطيات التالية:

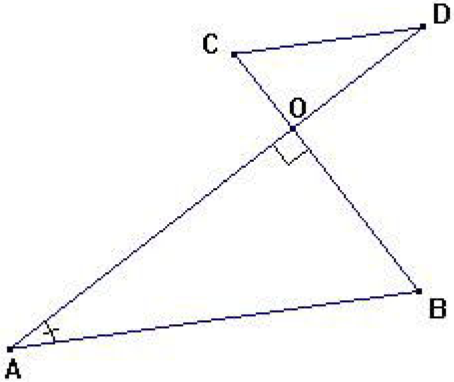
$OA = 4\sqrt{3}\,cm$ ، $OD = 2\sqrt{3}\,cm$ ،

$OC = 2cm$

$\widehat{AOB} = 90^\circ$ و $\widehat{OAB} = 30^\circ$.

أحسب الطول $OB$.

بين أن المستقيمين $(AB)$ و $(CD)$ متوازيان.




التمرين الرابع: المستوي منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O;I,J)$.

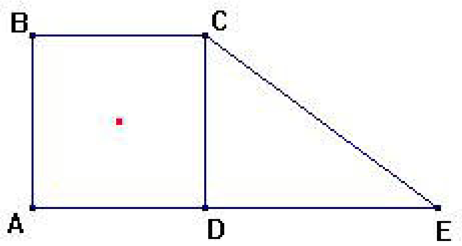
علم النقط $A\left(3;2\right)$، $B\left(1;4\right)$ و $C\left(-5;-2\right)$.

أحسب الأطوال $AB$، $AC$ و $BC$ ثم بين أن المثلث $ABC$ قائم.

عين إحداثيي النقطة $D$ صورة النقطة $A$ بالانسحاب الذي شعاعه $\overrightarrow{BC}$.

ما هي طبيعة الرباعي $ABCD$ ؟ علل إجابتك.

**الجزء الثاني: مسألة (8 نقط )**




اشترى أحمد و بومدين قطعتي أرض متجاورتين

كما هو موضح في الشكل المقابل علما أن:

$ABCD$ مربع و $CDE$ مثلث قائم.

وحدة الطول هي المتر $(m)$.

الفرع الأول:

دفع أحمد مبلغ $320\,000\,DA$ ثمن القطعة المربعة $ABCD$ علما أن ثمن المتر المربع هو $200\,DA$.

أحسب مساحة قطعة أحمد.

استنتج طول القطعة $[AB]$.

دفع بومدين $250\,DA$ للمتر المربع بقصد شراء قطعته.

أحسب مساحة قطعة بومدين إذا علمت أن $DE = 50\,m$.

استنتج ثمن قطعة بومدين.

الفرع الثاني:

اشترى بومدين من أحمد الجزء $CDM$ حيث $M$ نقطة من القطعة المستقيمة $[DA]$.

فيما يلي نأخذ: $AB = 40\,m$، $DE = 50\,m$ و نضع $DM = x$ مع $0 < x < 40$.

أ) عبر عن المساحة $A_{CDM}$ للمثلث $CDM$ بدلالة $x$.

ب) استنتج المساحة $F_{ABCM}$ للرباعي $ABCM$ و المساحة $G_{CME}$ للمثلث $CME$ بدلالة $x$.

جـ) أحسب قيمة $x$ التي من أجلها تكون المساحتان $F_{ABCM}$ و $G_{CME}$ متساويتين.

نعتبر الدالتين و $g$ المعرفتين بـِ:

$$:x \mapsto -20x + 1600 \quad \text{و} \quad g:x \mapsto 20x + 1000$$

حيث $x$ عدد موجب اصغر من $40$.

مثل بيانيا في معلم متعامد الدالتين و $g$ ( نأخذ على الورق المليمتري لكل $1cm$ وحدتين على محور الفواصل و لكل $1cm$ $200$ وحدة على محور التراتيب ).

كيف يمكن إيجاد نتيجة السؤال 1- جـ باستعمال التمثيلات البيانية للسؤال2.

باستعمال البيان فقط، أجب عن الأسئلة التالية مع التعليل:
ما هي مساحات القطع التابعة لأحمد و لبومدين إذا كانت $M$ منتصف القطعة $[DA]$ ؟
ما هي قيمة $x$ عندما تكون المساحة $F_{ABCM}$ لقطعة أحمد هي $1500$ ؟ ما هي عندئذ المساحة $G_{CME}$ لقطعة بومدين ؟

# الموضوع الخامس

## الجزء الأول ( 12 نقطة )

التمرين الأول:

حل الجملة التالية: $\begin{cases} 2x+5y=185 \\ 3x+4y=155 \end{cases}$

لشراء قلمين وخمسة كراريس دفعت أسماء مبلغ $185\,DA$ بينما دفعت بشرى لشراء ثلاثة أقلام و أربعة كراريس مبلغ $155\,DA$.
ما هو سعر القلم الواحد و ما هو سعر الكراس الواحد ؟

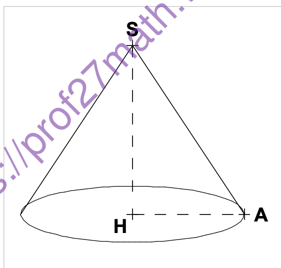
التمرين الثاني:

لتكن العبارة الجبرية التالية: $E=(5x-2)^2-(2x+5)^2$ .

1. أنشر ثم بسط العبارة الجبرية $E$ .
2. حلل العبارة الجبرية $E$ إلى جداء عاملين من الشكل $(ax+b)$
3. حل المعادلة $(3x-7)(7x+3)=0$ .

التمرين الثالث:

$ABC$ مثلث قائم في النقطة $A$ بحيث: $\widehat{ABC}=50°$ و $AB=4cm$ .
أحسب الطول $AC$ ( يتم تدوير النتيجة إلى $0,1cm$ ).
حدد وضعية النقطة $O$ مركز الدائرة المحيطة بالمثلث $ABC$ . علل إجابتك.
عين قيس الزاوية $\widehat{AOB}$ .




التمرين الرابع:

مخروط دوراني رأسه $S$، ارتفاعه $[SH]$ و نصف قطر قاعدته $[AH]$ بحيث: $SH = 12cm$ و $AH = 8cm$.

عين قيس الزاوية $\widehat{ASH}$ ( يتم تدوير النتيجة إلى $0,1$ ).

أحسب الطول $SA$.

نقوم بتصغير هذا المخروط للحصول على مخروط جديد ارتفاعه $h' = 8cm$.

أحسب $V$ حجم المخروط الأول.

أحسب $k$ معامل ( سلم ) التصغير.

أحسب $V'$ حجم المخروط المصغر.

## الجزء الثاني: مسألة (8 نقط )

يتلقى عامل في مصنع للمحافظ أجرة أسبوعية قدرها $400DA$ زائد علاوة قدرها $50DA$ عن كل محفظة ينجزها.

القسم الأول:

نرمز بـِ $x$ لعدد المحافظ المنجزة خلال الأسبوع و بالرمز $y$ للأجرة الأسبوعية.

1 ـ أنقل وأكمل الجدول التالي :

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| $x$ | 0 | 2 | 8 | 15 |
| $y$ | | | | |

2- عبر عن $y$ بدلالة $x$

3 ـ مثل بيانيا التطبيق التآلفي المعرف بـِ: $(x) = 50x + 400$

نأخذ $1cm$ من أجل 2 وحدات على محور الفواصل و $1cm$ من أجل 100 وحدة على محور التراتيب.

4 ـ إذا أراد هذا العامل أن تكون أجرته الأسبوعية $1200DA$ ما هو عدد المحافظ التي يجب إنجازها في هذا الأسبوع ؟

القسم الثاني:

عادة هذا العامل أجرته الأسبوعية تقدر بـِ $1200DA$. لكن في أحد الأسابيع وقع له عائق فلم ينجز إلا $75\%$ من عدد المحافظ المعتادة .

1 ـ ما هو عدد المحافظ التي أنجزها في هذا الأسبوع ؟

2 ـ ما هي أجرته في هذا الأسبوع ؟

# تصحيح الموضوع الأول

## الجزء الأول:

### حل التمرين الأول:

$A=\sqrt{6}\times\sqrt{6\times5}=\sqrt{6}\times\sqrt{6}\times\sqrt{5}=\left(\sqrt{6}\right)^2\times\sqrt{5}$ و منه $A=6\sqrt{5}$ .

$B=3\sqrt{16\times2}-2\sqrt{25\times2}+11\sqrt{2}=12\sqrt{2}-10\sqrt{2}+11\sqrt{2}$ و منه $B=13\sqrt{2}$ .

### حل التمرين الثاني:

$E=\left(4x^2-4x+1\right)+\left(4x^2-1\right)$ و منه $E=8x^2-4x$ .

لدينا الاختيار بين العبارة الأولى و العبارة الثانية:

- $E=(2x-1)^2+(2x-1)(2x+1)=(2x-1)(2x-1+2x+1)=4x(2x-1)$ .
- $E=8x^2-4x=4x(2x-1)$ .

$4x(2x-1)=0$ يعني $4x=0$ أو $2x-1=0$ وهذا يعني $x=0$ أو $x=\frac{1}{2}$

للمعادلة حلان هما $0$ و $\frac{1}{2}$.

### حل التمرين الثالث:

عدد تلاميذ القسم هو $40$ .

ليكن $\overline{x}$ الوسط الحسابي لهذه السلسلة و هو معدل القسم. لدينا: $\overline{x}=11{,}1$

وسيط هذه السلسلة هو: $M_e=11$ .

### حل التمرين الرابع:

المثلث $ABC$ قائم في $B$ و منه حسب مبرهنة فيتاغورس $AC^2=AB^2+BC^2$
و بالتالي فإن $AC^2=400$ . نستنتج أن $AC=20cm$ .

المستقيمان $(CA)$ و $(CB)$ متقاطعان في $C$. النقط $C$، $K$ و $A$ في استقامية و بنفس ترتيب النقط $C$، $L$ و $B$ و لدينا بالإضافة إلى ذلك $\frac{CB}{CL}=\frac{CA}{CK}$ لأن:

$\frac{CA}{CK}=\frac{20}{12{,}5}=1{,}6$ و $\frac{CB}{CL}=\frac{16}{10}=1{,}6$

نستنتج بتطبيق عكس مبرهنة طالس أن المستقيمين $(KL)$ و $(AB)$ متوازيان.

لدينا $\tan\widehat{LAB}=\frac{BL}{AB}=\frac{6}{12}=0{,}5$ و منه $\widehat{LAB}=26°$ .

بتطبيق مبرهنة طالس يكون لدينا $\frac{CA}{CK}=\frac{CB}{CL}=\frac{AB}{KL}=1,6$ و بالتالي

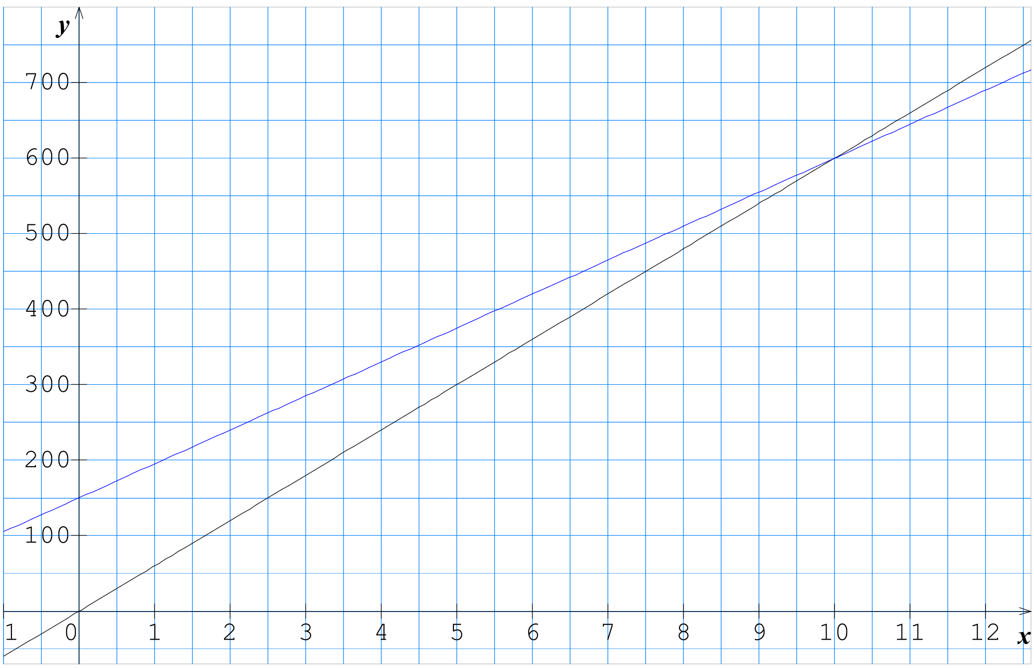
$KL=\frac{AB}{1,6}=\frac{12}{1,6}$ و منه $KL=7,5cm$.

## حل الجزء الثاني مسألة :

يدفع الزبون في حالة الخيار الأول $7\times 60=420\,DA$ أما في حالة الخيار الثاني يدفع $7\times 45+150=465\,DA$ و بالتالي فالخيار الأول أكثر فائدة.

يدفع الزبون في حالة الخيار الأول $12\times 60=720\,DA$ أما في حالة الخيار الثاني يدفع $12\times 45+150=690\,DA$ و بالتالي فالخيار الثاني أكثر فائدة.

$y_1=60x$ ، $y_2=45x+150$.




نلاحظ أن المستقيمين يتقاطعان في النقطة ذات الفاصلة 10 و هذا يعني أنه في حالة الخيارين يدفع الزبون نفس المبلغ و الذي هو $600\,DA$. كما نلاحظ أنه من أجل $x$ اصغر من 10 يكون المستقيم $(d_1)$ أسفل المستقيم $(d_2)$ و بالتالي فإن أفضل الخيارين في هذه الحالة هو الخيار الأول أما من أجل $x$ أكبر من 10 فإن أفضل الخيارين هو الخيار الثاني.

# تصحيح الموضوع الثاني

## الجزء الأول :

### حل التمرين الأول:

لدينا باستعمال خوارزمية إقليدس

$$500 = 325 \times 1 + 175$$
$$325 = 175 \times 1 + 150$$
$$175 = 150 \times 1 + 25$$
$$150 = 25 \times 6 + 0$$

و منه $PGCD(500;325) = 25$ .

$\frac{325}{500} = \frac{13 \times 25}{20 \times 25}$ و منه $\frac{325}{500} = \frac{13}{20}$ .

### حل التمرين الثاني:

$$E = (4x - 2x^2 + 6 - 3x) + (4x^2 + 12x + 9)$$
$$E = 2x^2 + 13x + 15$$
$$E = (2x + 3)(2 - x + 2x + 3)$$
$$E = (2x + 3)(x + 5)$$

$(2x + 3)(x + 5) = 0$ يعني $2x + 3 = 0$ أو $x + 5 = 0$ وهذا يعني

$x = -\frac{3}{2}$ أو $x = -5$ و منه للمعادلة حلين هما $-\frac{3}{2}$ و $-5$ .

### حل التمرين الثالث:

المستقيمان $(BD)$ و $(AC)$ متقاطعان في $O$. النقط $D$، $O$ و $B$ في استقامية

و بنفس ترتيب النقط $C$، $O$ و $A$ كما أن $\frac{OA}{OC} = 2,5$ و $\frac{OB}{OD} = 2,5$ أي $\frac{OB}{OD} = \frac{OA}{OC}$

و منه حسب عكس مبرهنة طالس فإن المستقيمين $(AB)$ و $(DC)$ متوازيان.

بتطبيق مبرهنة طالس يكون لدينا $\frac{AB}{DC} = \frac{OB}{OD} = \frac{OA}{OC}$ و منه $AB = DC \times \frac{OA}{OC}$

و بالتالي $AB = 4 \times 2,5$ . نجد هكذا $AB = 10cm$ .

### حل التمرين الرابع :

لدينا $AB^2 + AC^2 = 100$ و $BC^2 = 100$ و منه $AB^2 + AC^2 = BC^2$

نستنتج حسب مبرهنة فيتاغورس أن المثلث $ABC$ قائم في النقطة $A$ .

$\tan \widehat{ACB} = \frac{AB}{AC}$ و منه $\tan \widehat{ACB} = \frac{4}{3}$ و بالتالي $\widehat{ACB} = 53°$

بتطبيق مبرهنة طالس يكون لدينا $\frac{AB}{KL} = \frac{CB}{CL} = \frac{CA}{CK}$ و منه $CL = \frac{CB \times CK}{CA}$

نجد هكذا $CL = \frac{20}{3}cm$. لدينا $BL = BC - CL$ و منه $BL = \frac{10}{3}cm$.

## حل الجزء الثاني: مسألة

### القسم الأول

ثمن 30 علبة حسب النمط الأول هو $25 \times 30 = 750\,DA$.

ثمن 30 علبة حسب النمط الثاني هو $15 \times 30 + 50 = 500\,DA$.

ثمن 50 علبة حسب النمط الأول هو $25 \times 50 = 1250\,DA$.

ثمن 50 علبة حسب النمط الثاني هو $15 \times 50 + 50 = 800\,DA$.

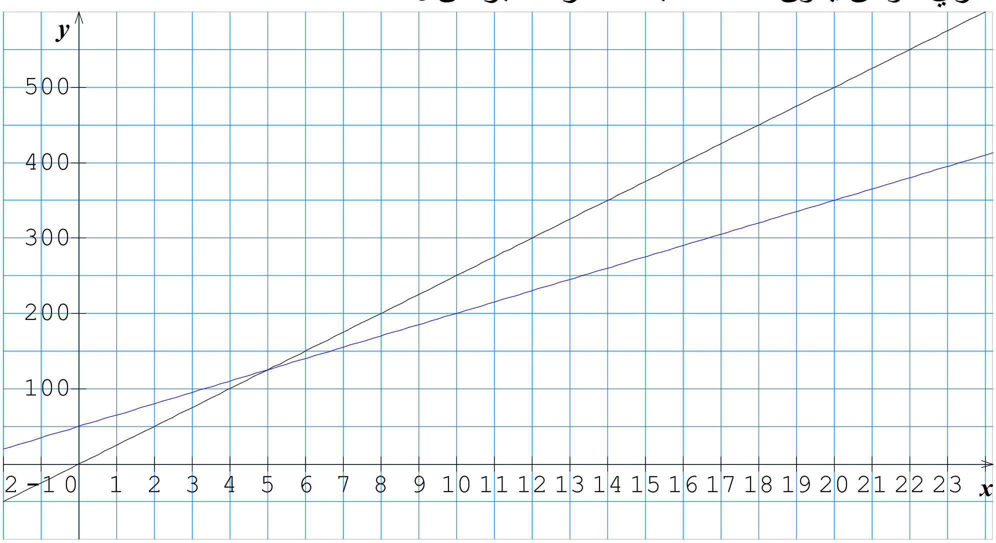
ثمنها حسب النمط الأول هو $25x$ بينما ثمنها حسب النمط الثاني هو $15x + 50$

أنظر الرسم المرفق.

أ) أكبر عدد من العلب التي يمكن شراءها بـ $500\,DA$ هو 20 علبة.

ب) يكون الثمنان متساويين من اجل 5 علب.

جـ) الشرط الذي يكون من أجله النمط الثاني أفضل من النمط الأول بالنسبة للمشتري هو ان يكون عدد العلب المشتراة أكبر من 5.




### القسم الثاني:

القيمة المضبوطة لمساحة الورقة الإشهارية هي $2\pi \times 5 \times 20 = 200\pi\,cm^2$ بينما

قيمتها المقربة هي $628cm^2$.

سعة كل علبة هي $\pi\times 5^2\times 20=1570cm^3$ أي $1,57l$.

$50\times 2=100$ و $10\times 5=50$ و منه أبعاد الصندوق هي $40\times 100\times 50$.

# تصحيح الموضوع الثالث

## الجزء الأول ( 12 نقطة )

### حل التمرين الأول

$A=\sqrt{4\times 3}\times\sqrt{3\times 5}=2\left(\sqrt{3}\right)^2\sqrt{5}$ و منه $A=6\sqrt{5}$.

$B=2\sqrt{4\times 5}-3\sqrt{16\times 5}+2\sqrt{25\times 5}=4\sqrt{5}-12\sqrt{5}+10\sqrt{5}$ و منه $B=2\sqrt{5}$.

$\dfrac{A}{B}=\dfrac{6\sqrt{5}}{2\sqrt{5}}$ و منه $\dfrac{A}{B}=3$. إذن $\dfrac{A}{B}$ عدد طبيعي.

### حل التمرين الثاني

$$E=\left(4x^2+20x+25\right)-\left(x^2-4x+4\right)$$
$$E=4x^2+20x+25-x^2+4x-4$$
$$E=3x^2+24x+21$$
$$E=\left[\left(2x+5\right)-\left(x-2\right)\right]\left[\left(2x+5\right)+\left(x-2\right)\right]$$
$$E=\left(2x+5-x+2\right)\left(2x+5+x-2\right)$$
$$E=\left(x+7\right)\left(3x+3\right)$$

$\left(x+7\right)\left(3x+3\right)=0$ يعني $x+7=0$ أو $3x+3=0$ أي $x=-7$ أو $x=-1$

للمعادلة حلان هما $-7$ و $-1$.

### حل التمرين الثالث

نعلم أن قيس زاوية مستقيمة هو $180°$ و منه قيس الزاوية الموافقة لصنف النصف الداخليين هو $180-120-24$ أي $36°$.

باستعمال العلاقة التالية: التكرار هو $\dfrac{\alpha°\times 630}{180°}$ نتحصل على مختلف التكرارات

| الفئة | داخلي | نصف داخلي | خارجي |
|---|---|---|---|
| الزاوية | $24°$ | $36°$ | $120°$ |
| التكرار | $84$ | $126$ | $420$ |
| التواتر | $\frac{84}{630}$ | $\frac{126}{630}$ | $\frac{420}{630}$ |

حل التمرين الرابع

بتطبيق مبرهنة مستقيم المنتصفين في المثلث $CDG$ يكون لدينا:

$(DG)//(IJ)$ و $DG=2IJ$ و بما أن $(DG)//(AF)$ و $AF=DG$ فإن

$(AF)//(IJ)$ و $AF=2IJ$ ... $(1)$

لدينا من جهة ثانية المثلثان $ADI$ و $FGJ$ متقايسان و منه $AI=FJ$ ... $(2)$

من $(1)$ و $(2)$ نستنتج أن الرباعي $AIJF$ شبه منحرف متساوي الساقين.

الرباعي $AIJF$ هو مقطع المكعب $ABCDEFGH$ بالمستوي $(AFI)$.

لدينا $AF^2=AB^2+BF^2=18$ و منه $AF=3\sqrt{2}cm$ و بالتالي $IJ=\frac{3\sqrt{2}}{2}$

لدينا كذلك $AI^2=AD^2+DI^2=\frac{45}{4}$ و منه $AI=FJ=\frac{3\sqrt{5}}{2}cm$

لدينا $AF+IJ+2\times AI=\frac{3\sqrt{2}}{2}+3\sqrt{5}$ و منه $AF+IJ+2\times AI=13,06cm$

إذن محيط الرباعي $AIJF$ هو $13,06cm$.

## الجزء الثاني: مسألة (8 نقط )

* المبلغ المسدد للحصول على 10 مجلات بالنسبة للخيار 1: $30\times10=300DA$
* المبلغ المسدد للحصول على 10 مجلات بالنسبة للخيار 2: $20\times10+300=500DA$
* المبلغ المسدد للحصول على 50 مجلة بالنسبة للخيار 1: $30\times50=1500DA$
* المبلغ المسدد للحصول على 50 مجلة بالنسبة للخيار 2: $20\times50+300=1300DA$

$y_1=30x$ ، $y_2=20x+300$

أنظر الرسم المرفق.

أحسن الخيارين في حالة شراء 25 مجلة هو الخيار الأول.

المبلغ المسدد في حالة شراء 60 هو $1800\,DA$ بالنسبة للخيار الأول و هو $1500\,DA$ بالنسبة للخيار الثاني.

عدد المجلات المتحصل عليها بتسديد $1200\,DA$ هو 40 بالنسبة للخيار الأول و هو 45 بالنسبة للخيار الثاني.

- $30x \leq 20x + 300$ يعني $x \leq 30$ و هذا يعني أن أحسن الخيارين هو الأول في حالة شراء أقل من 30 مجلة أما في حالة شراء أكثر من 30 مجلة فيكون الخيار الثاني الأفضل.

# تصحيح الموضوع الرابع

## الجزء الأول ( 12 نقطة )

### حل التمرين الأول

لدينا باستعمال خوارزمية إقليدس

$$147 = 84\times 1 + 63$$
$$84 = 63\times 1 + 21$$
$$63 = 21\times 3 + 0$$

و منه $PGCD\left(147;84\right) = 21$ .

* إذا رمزنا بـِ $n$ إلى أكبر عدد ممكن من التلاميذ المستفيدين فإن العدد $n$ هو القاسم المشترك الكبر للعددين 147 و 84 . و منه $n = 21$ .

* لدينا $147 \div 21 = 7$ و $84 \div 21 = 4$ و بالتالي يستفيد كل تلميذ من 7 كراريس و 4 أقلام.

### حل التمرين الثاني

$$E = \left(9x^2 - 12x + 4\right) + \left(3x^2 + 3x - 2x - 2\right)$$
$$E = 9x^2 - 12x + 4 + 3x^2 + 3x - 2x - 2$$
$$E = 12x^2 - 11x + 2$$
$$E = \left(3x - 2\right)\left(3x - 2 + x + 1\right)$$
$$E = \left(3x - 2\right)\left(4x - 1\right)$$

$E = 0$ يعني $\left(3x - 2\right)\left(4x - 1\right) = 0$ أي $3x - 2 = 0$ أو $4x - 1 = 0$ و بالتالي فإن حلول هذه المعادلة هما $\frac{2}{3}$ و $\frac{1}{4}$.

### حل التمرين الثالث

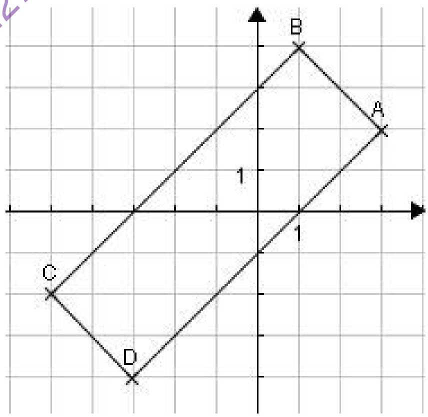
$\tan 30° = \frac{OB}{OA}$ و منه $OB = OA \times \tan 30°$ و هكذا نجد $OB = 4\sqrt{3}\times\frac{1}{\sqrt{3}}$

و بالتالي فإن $OB = 4cm$.

المستقيمان $\left(AD\right)$ و $\left(BC\right)$ متقاطعان في $O$. النقط $D$، $O$ و $A$ في استقامية

و بنفس ترتيب النقط $C$، $O$ و $B$ كما أن $\frac{OA}{OD}=2$ و $\frac{OB}{OC}=2$ أي $\frac{OA}{OD}=\frac{OB}{OC}$
و منه حسب عكس مبرهنة طالس فإن المستقيمين $(AB)$ و $(CD)$ متوازيان.

حل التمرين الرابع




أنظر الشكل المقابل.
لدينا $AB=2\sqrt{2}$، $AC=4\sqrt{5}$
و $BC=6\sqrt{2}$.
لدينا $AB^2+BC^2=80$ و $AC^2=80$
و منه $AB^2+BC^2=AC^2$. نستنتج أن المثلث $ABC$ قائم في النقطة $B$.
لدينا $\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{BC}$ و $\overrightarrow{BC}(-6;-6)$
لدينا $\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{BC}$ و $\overrightarrow{BC}(-6;-6)$
إذا فرضنا $D(x;y)$ يكون لدينا:
$\begin{cases} x-3=-6 \\ y-2=-6 \end{cases}$ أي $\begin{cases} x=-3 \\ y=-4 \end{cases}$ و منه $D(-3;-4)$.
الرباعي $ABCD$ متوازي أضلاع و بما أن إحدى زواياه قائمة فهو إذن مستطيل.

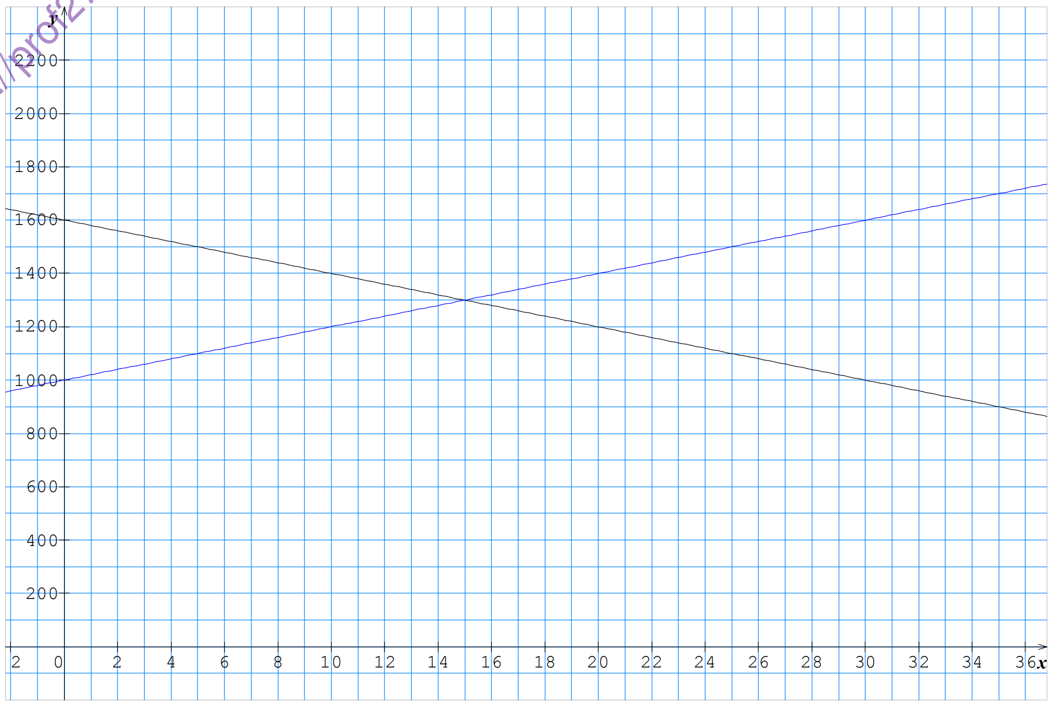
## الجزء الثاني: مسألة (8 نقط)

حل الفرع الأول:
مساحة قطعة أحمد هي $320\,000 \div 200 = 1600\,m^2$ و بما أن القطعة مربعة الشكل فإن $AB=\sqrt{1600}\,m$ و هكذا نجد $AB=40\,m$.
مساحة قطعة بومدين هي $1000\,m^2 = \frac{50\times 40}{2} = \frac{DE\times DC}{2}$ و بالتالي فإن ثمن قطعة بومدين هو $1000\times 250 = 250\,000\,DA$.

حل الفرع الثاني:
أ) $A_{CDM}=\frac{40\times x}{2}=20x$
ب) $F_{ABCM}=1600-20x$ و $G_{CME}=1000+20x$
جـ) $F_{ABCM}=G_{CME}$ يعني $1600-20x=1000+20x$ أي $40x=600$
و بالتالي $x=15$.
أنظر الرسم المرفق.
قيمة $x$ في السؤال 1- جـ هي فاصلة نقطة تقاطع المستقيمين الممثلين لِـ و $g$.

* $M$ منتصف القطعة $[DA]$ يعني أن $x=20$ و منه فمساحة أحمد هي $1200m^2$ بينما مساحة بومدين هي $1400\,m^2$.

* تكون $F_{ABCM}=1500$ من أجل $x=5$ و يكون لدينا $G_{CME}=1100m^2$.




# تصحيح الموضوع الخامس

## لجزء الأول ( 12 نقطة )

حل التمرين الأول:

لحل الجملة $\begin{cases} 2x+5y=185 & (1) \\ 3x+4y=155 & (2) \end{cases}$ يمكننا مثلا استعمال طريقة الجمع. بضرب طرفي $(1)$ في $3$ و ضرب طرفي $(2)$ في $(-2)$ نجد: $\begin{cases} 6x+15y=555 & (1') \\ -6x-8y=-310 & (2') \end{cases}$

من $(1')+(2')$ ينتج $7y=245$ و منه $y=35$. بالتعويض مثلا في المعادلة $(1)$ نحصل على $2x+5\times 35=185$ و منه $2x=10$ أي $x=5$.

للجملة حل وحيد هو الثنائية $(x;y)=(2;35)$.

إذا رمزنا إلى ثمن القلم الواحد بـ $x\ DA$ و إلى ثمن الكراس الواحد بالرمز $y\ DA$

يكون لدينا: $\begin{cases} 2x+5y=185 \\ 3x+4y=155 \end{cases}$ و حسب السؤال الأول فإن $x=5$ و $y=35$.

و هكذا فإن ثمن القلم هو $5\,DA$ و ثمن الكراس $35\,DA$.

حل التمرين الثاني:

$$E=\left(25x^2-20x+4\right)-\left(4x^2+20x+25\right)$$
$$E=21x^2-40x-21$$
$$E=\left[(5x-2)-(2x+5)\right]\left[(5x-2)+(2x+5)\right]$$
$$E=(5x-2-2x-5)(5x-2+2x+5)$$
$$E=(3x-7)(7x+3)$$

$(3x-7)(7x+3)=0$ يعني $3x-7=0$ أو $7x+3=0$ و هذا يعني $x=\frac{7}{3}$ أو $x=-\frac{3}{7}$. إذن للمعادلة حلان هما $\frac{7}{3}$ و $-\frac{3}{7}$.

حل التمرين الثالث:

$\tan 50°=\frac{AC}{AB}$ و منه $AC=AB\tan 50°$. نجد هكذا $AC=4{,}8cm$.

مركز الدائرة المحيطة بالمثلث القائم $ABC$ هي منتصف وتره و بالتالي فالنقطة $O$ هي منتصف القطعة المستقيمة $[BC]$.

بما أن قيس الزاوية $\widehat{ABC}$ هو $50°$ و علما أن المثلث $ABC$ قائم في $A$ فإن قيس الزاوية $\widehat{ACB}$ هو $40°$. في الدائرة المحيطة بالمثلث $ABC$ الزاوية المحيطية $\widehat{ACB}$ و الزاوية المركزية $\widehat{AOB}$ تحصران نفس القوس و بالتالي فإن $\widehat{AOB}=2\times\widehat{ACB}$ نستنتج هكذا أن قيس الزاوية $\widehat{AOB}$ هو $80°$.

حل التمرين الرابع :

$\tan\widehat{ASH}=\frac{AH}{SH}$ و منه $\tan\widehat{ASH}=0{,}66$ و منه $\widehat{ASH}=33{,}7°$.

$SA^2=SH^2+AH^2=208$ و منه $SA=\sqrt{208}\,cm$.

نذكر أن حجم مخروط دوراني هو $\frac{1}{3}\pi R^2h$ حيث $h$ الارتفاع و $R$ نصف قطر القاعدة.

$V=\frac{1}{3}\pi\times AH^2\times SH$. نجد $V\approx 804cm^3$.

لدينا $k=\frac{SH}{h'}$ و منه $k=\frac{2}{3}$.

$V'=\left(\frac{2}{3}\right)^3\times V$. نجد $V'\approx 238cm^3$.

## الجزء الثاني: مسألة (8 نقط )

القسم الأول:

| $x$ | 0 | 2 | 8 | 15 |
|---|---|---|---|---|
| $y$ | 400 | 500 | 800 | 1150 |

$y=50x+400$

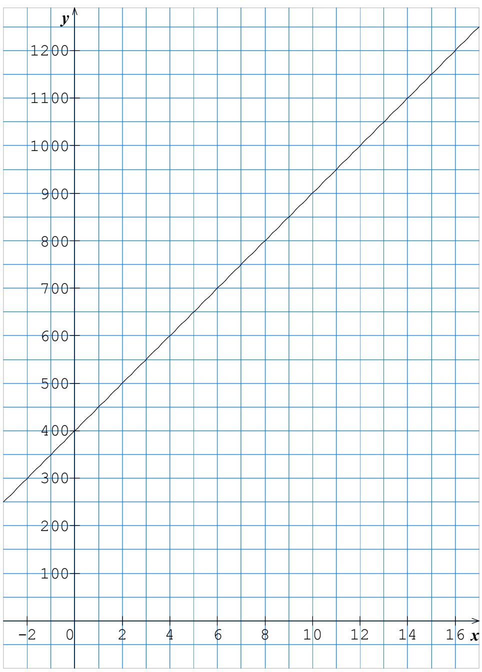
أنظر الرسم المرفق.

من خلال قراءة بيانية فعدد المحافظ التي يجب إنجازها حتى تكون أجرته $1200\,DA$ هو 16 محفظة.

القسم الثاني

عدد المحافظ المنجزة في هذا الأسبوع هو $\frac{16\times 75}{100}=12$.

أجرته في هذا الأسبوع هي $12\times 50+400=1000\,DA$.



# امتحان شهادة التعليم المتوسط

دورة جوان 2007 — المدة: ساعتان

## الجزء الأول: ( 12 نقطة )

### التمرين الأول: ( 03 نقط )

ليكن العددان: $A=\sqrt{98}+3\sqrt{32}-\sqrt{128}$ و $B=\frac{3}{2}+\frac{5}{4}\times\frac{2}{3}$

أكتب $A$ على الشكل $a\sqrt{2}$ حيث $a$ عدد طبيعي.

بسط العدد $B$ ثم بين أن: $\frac{A^2}{33}-3B=\frac{1}{3}$

### التمرين الثاني: ( 03 نقط )

لتكن العبارة الجبرية $E$ حيث:

$$E=10^2-(x-2)^2-(x+8)$$

أنشر ثم بسط $E$.

حلل العبارة $10^2-(x-2)^2$، ثم استنتج تحليل العبارة $E$.

حل المعادلة: $(11-x)(8+x)=0$

### التمرين الثالث: ( 02.5 نقط )

حل الجملة: $\begin{cases}4x+5y=105\\6x+4y=112\end{cases}$

اشترى رضوان من مكتبة أربعة كراريس و خمسة أقلام بمبلغ $105\ DA$

و اشترت مريم ثلاثة كراريس و قلمين بمبلغ $56\ DA$.

أوجد ثمن الكراس الواحد و ثمن القلم الواحد.

### التمرين الرابع: ( 03.5 نقط )

أرسم المثلث $ABC$ القائم في $A$ حيث: $AB=4,5cm$ و $BC=7,5cm$

أحسب $AC$.

لتكن النقطة $E$ من $[AB]$ حيث $AB=3AE$ و $D$ نقطة من $[AC]$ حيث $DC=\frac{2}{3}AC$. عين على الشكل النقطتين $E$ ، $D$.

بين أن $(BC)//(DE)$ ثم أحسب $DE$ .

## الجزء الثاني: مسألة( 08 نقط )

تقترح شركة لسيارات الأجرة التسعيرتين التاليتين:

التسعيرة الأولى: $15\,DA$ للكيلومتر الواحد لغير المنخرطين.

التسعيرة الثانية: $12\,DA$ للكيلومتر الواحد مع مشاركة شهرية قدرها $900\,DA$ .

انقل الجدول على ورقة الإجابة ثم أكمله:

| | | | |
|---|---|---|---|
| المسافة $(Km)$ | 60 | | |
| التسعيرة الأولى $(DA)$ | | | 5100 |
| التسعيرة الثانية $(DA)$ | | 3060 | |

ليكن $x$ عدد الكيلومترات للمسافة المقطوعة.

$y_1$ هو المبلغ حسب التسعيرة الأولى.

$y_2$ هو المبلغ حسب التسعيرة الثانية.

عبر عن $y_1$ و $y_2$ بدلالة $x$ .

حل المتراجحة $15x > 12x + 900$

في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

ا- مثل بيانيا الدالتين $f$ ، $g$ حيث: $f(x) = 15x$ و $g(x) = 12x + 900$

( $1cm$ على محور الفواصل يمثل $50\,Km$ ، $1cm$ على محور التراتيب يمثل $500\,DA$ )

ب- استعمل التمثيل البياني لتحديد أفضل تسعيرة مع الشرح.

## الجزء الأول: ( 12 نقطة )

### التمرين الأول: ( 03 نقط )

ليكن العددان: $A=\sqrt{98}+3\sqrt{32}-\sqrt{128}$ و $B=\frac{3}{2}+\frac{5}{4}\times\frac{2}{3}$

لدينا:

$$A=\sqrt{49\times 2}+3\sqrt{16\times 2}-\sqrt{64\times 2}$$
$$=7\sqrt{2}+3\times 4\sqrt{2}-8\sqrt{2}$$
$$=7\sqrt{2}+12\sqrt{2}-8\sqrt{2}$$
$$=(7+12-8)\sqrt{2}$$
$$=11\sqrt{2}$$

و بالتالي $A=11\sqrt{2}$

لدينا: $B=\frac{3}{2}+\frac{10}{12}=\frac{3}{2}+\frac{5}{6}=\frac{9}{6}+\frac{5}{6}=\frac{14}{6}=\frac{7}{3}$

لدينا: $\frac{A^2}{33}-3B=\frac{(11\sqrt{2})^2}{33}-3\times\frac{7}{3}=\frac{11\times 11\times 2}{33}-\frac{21}{3}=\frac{11\times 2}{3}-\frac{21}{3}=\frac{22}{3}-\frac{21}{3}$

و منه $\frac{A^2}{33}-3B=\frac{1}{3}$

### التمرين الثاني: ( 03 نقط )

لتكن العبارة الجبرية $E$ حيث: $E=10^2-(x-2)^2-(x+8)$

$$E=100-(x^2-4x+4)-(x+8)=100-x^2+4x-4-x-8$$

و منه $E=-x^2+3x+88$

لدينا:

$$10^2-(x-2)^2=[10-(x-2)][10+(x-2)]=(10-x+2)(10+x-2)$$

و منه $10^2-(x-2)^2=(12-x)(8+x)$

لدينا: $E=(12-x)(8+x)-(x+8)=(8+x)(12-x-1)$

و منه $E=(8+x)(11-x)$

$(11-x)(8+x)=0$ يعني $11-x=0$ أو $8+x=0$

أي $x=11$ أو $x=-8$

للمعادلة حلان هما: $11$ و $-8$.

التمرين الثالث: ( 02.5 نقط )

نلاحظ أنه بالإمكان تبسيط المعادلة الثانية من الجملة للحصول على الجملة

$$\begin{cases} 4x+5y=105 & (1) \\ 3x+2y=56 & (2) \end{cases}$$

لحل هذه الجملة يمكن استعمال طريقة الحل بالجمع أو طريقة الحل بالتعويض.

طريقة الحل بالجمع:

نضرب المعادلة $(1)$ في $(-2)$ و نضرب المعادلة $(2)$ في $5$ لنحصل هكذا على الجملة: $\begin{cases} -8x-10y=-210 & (1') \\ 15x+10y=280 & (2') \end{cases}$ و بجمع المعادلتين $(1')$ و $(2')$ طرف لطرف نحصل على المعادلة ذات المجهول $x$ التالية: $7x=70$ أي $x=10$.

بتعويض $x$ بِـ $10$ في إحدى معادلتي الجملة، مثلا في $(1)$، نحصل على المعادلة ذات المجهول $y$ التالية: $40+5y=105$ أي $5y=65$ و منه $y=15$.

إذن للجملة حل وحيد هو $(x;y)=(10;15)$.

ملاحظة: بالطبع نحصل على نفس الحل بإتباع طريقة الحل بالتعويض.

لنرمز بِـ $x\ (DA)$ إلى ثمن الكراس الواحد و بِـ $y\ (DA)$ إلى ثمن القلم الواحد

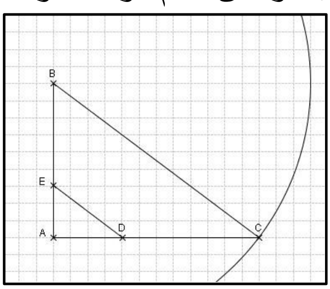
لدينا إذن: $\begin{cases} 4x+5y=105 \\ 3x+2y=56 \end{cases}$

و بالتالي حسب السؤال الأول لدينا: $x=10$ و $y=15$.

إذن ثمن الكراس الواحد هو $10DA$ و ثمن القلم الواحد هو $15DA$.

التمرين الرابع: ( 03.5 نقط )

أنظر الشكل المقابل



حساب $AC$:

لدينا حسب مبرهنة فيثاغورس: $BC^2 = AB^2 + AC^2$ ومنه $AC^2 = BC^2 - AB^2$

إذن $AC^2 = (7,5)^2 - (4.5)^2$ نجد هكذا $AC^2 = 36$ أي $AC = 6$

أنظر الشكل أعلاه.

لدينا: $AB = 3AE$ و منه $AE = \frac{1}{3}AB$ و بما أن $AB = 4,5cm$ فإن

$AE = 1,5cm$. كما أن $DC = \frac{2}{3}AC$ و بما أن $AC = 6cm$ فإن $DC = 4cm$.

علما أن $AD = AC - DC$ فإن $AD = 2cm$.

لدينا من جهة $\frac{AC}{AD} = \frac{6}{2} = 3$ و لدينا من جهة ثانية $\frac{AB}{AE} = \frac{4,5}{1,5} = \frac{45}{15} = 3$

أي أن $\frac{AB}{AE} = \frac{AC}{AD}$ و منه حسب المبرهنة العكسية لمبرهنة فيتاغورس لدينا:

$$(BC)//(DE)$$

حساب $DE$.

بتطبيق مبرهنة فيتاغورس يكون لدينا: $\frac{BC}{DE} = \frac{AB}{AE} = \frac{AC}{AD}$ و منه $\frac{BC}{DE} = 3$

أي $DE = \frac{BC}{3} = \frac{7,5}{3} = 2,5$ إذن $DE = 2,5cm$.

ملاحظة: كان بالإمكان تطبيق مبرهنة فيتاغورس في المثلث $ADE$ القائم في النقطة $A$.

## الجزء الثاني: مسألة ( 08 نقط )

| المسافة $(Km)$ | 60 | 180 | 340 |
|---|---|---|---|
| التسعيرة الأولى $(DA)$ | 900 | 2700 | 5100 |
| التسعيرة الثانية $(DA)$ | 1620 | 3060 | 4980 |

لدينا $y_1 = 15x$ و $y_2 = 12x + 900$

$15x > 12x + 900$ يعني $15x - 12x > 900$ أي $3x > 900$

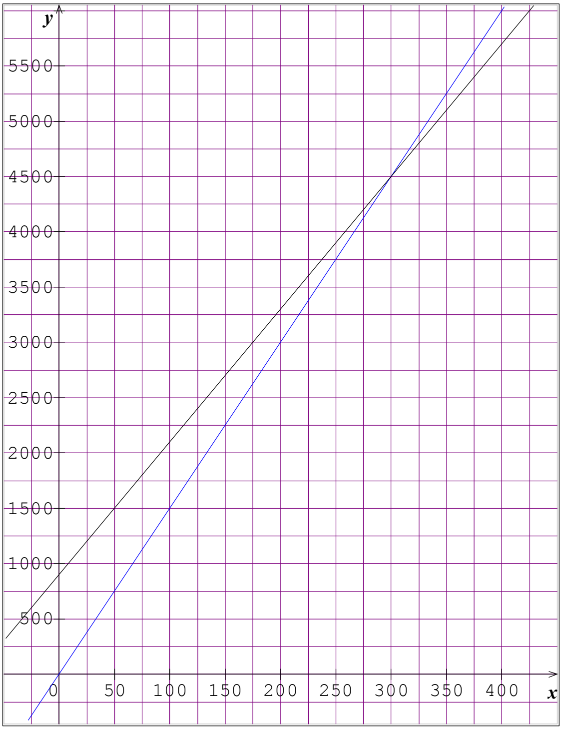
و منه $x > 300$.

إذن كل قيم $x$ الأكبر من 300 هي حلول المتراجحة $15x > 12x + 900$.

المستوي المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

ا- التمثيل البياني للدالتين $g$ ، حيث: $(x)=15x$ و $g(x)=12x+900$

يكفي تحديد نقطتين من كل مستقيم لرسمه.




ب- نلاحظ أنه كلما كان عدد الكيلومترات أصغر من 300 يكون التمثيل البياني للدالة ( الملون بالأزرق ) أسفل التمثيل البياني للدالة $g$ و بالتالي فإن أفضل تسعيرة في هذه الحالة هي التسعيرة الأولى بينما كلما كان عدد الكيلومترات أكبر من 300 يكون التمثيل البياني للدالة $g$ ( الملون بالأسود ) أسفل التمثيل البياني للدالة و بالتالي فإن أفضل تسعيرة في هذه الحالة هي التسعيرة الثانية.

أما في حالة $300\,Km$ فتكون التسعيرتان متساويتين.