الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

متوسطات: دائرة أولف — المدة: ساعتان

المستوى: 4متوسط — **الاختبار التجريبي في مادة الرياضيات** — التاريخ: 22 ماي 2023

الجزء الأول: (12نقطة)

التمرين الأول: (3نقاط)

إليك الأعداد A ، B ، C حيث:

$$A = \frac{153}{272} + \frac{7}{8} \div 2 \quad ، \quad B = 2\sqrt{153} - \sqrt{272} + \sqrt{81} \quad ، \quad C = \frac{2\sqrt{17}+9}{\sqrt{17}}$$

1- أحسب القاسم المشترك الأكبر للعددين 272 و 153

2- أثبت أن : $A = 1$.

3- أكتب العدد B على الشكل $a + b\sqrt{17}$ حيث b و a عددان نسبيان.

4- اجعل مقام النسبة C عددا ناطقا .

التمرين الثاني: (3نقاط)

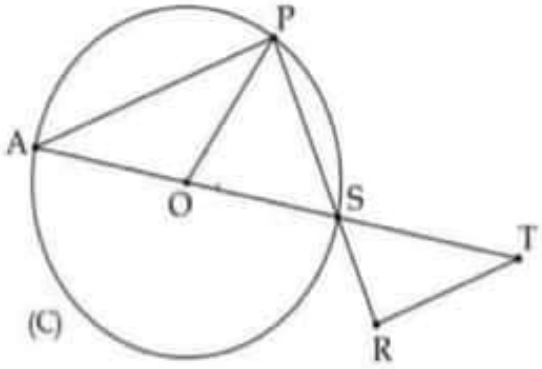
لتكن العبارة M حيث : $M = 6x(x-4) - (x-4)^2$

1- تحقق بالنشر أن: $M = 5x^2 - 16x - 16$

2- حلل العبـــارة M إلى جداء عاملين من الدرجة الأولى.

3- حـل المعـــادلة : $(x-4)(5x+4) = 0$

التمرين الثالث: (3نقاط)



(c) دائرة مركزها O وقطرها $AS = 7.5cm$.

P نقطة من الدائرة (c) حيث: $PS = 4.5cm$.

1- بين نوع المثلث PSA . ثم أحسب الطول AP.

2- أحسب قيس الزاوية $P\hat{A}S$ بالتدوير الى الوحدة من الدرجة.
ثم إستنتج قيس الزاوية $P\hat{O}S$.

3- T و R نقطتين من (AS) و (PS) على الترتيب حيث: $SR = 3\text{cm}$ و $ST = 5\text{cm}$

- بين أن المستقيمين (RT) و (AP) متوازيان.

التمرين الرابع: (3نقاط)

$(o, \vec{i}, \vec{j})$ معلم متعامد و متجانس للمستوي.

لتكن النقط : $A\,(1\ ,3)$ ، $B\,(-1\ ,-1)$ ، $C(3\ ,\ 2)$

1 - اذاكان: $AC = \sqrt{5}\,\text{cm}$ و $BC = 5cm$ ، بين أن المثلث ABC قائم.

2- أحسب احداثيا E منتصف [BC].

3- أنشئ النقطـــة D صورة النقطة A بالدوران الذي مركزه E و زاويته 180^0 ثم استنتج إحداثيتي D.

4- بين أن الرباعي ABDC مستطيل.

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

الجزء الثاني: (07+1نقاط)
المسألة:

I) مع انطلاق موسم الحصاد في منطقة أولف ، قصد الحاج محمد صاحب أرض فلاحية أصحاب آلات الحصاد فتلقى عرضين للكراء:

العرض الأول : يدفع مبلغ 5000 DA لساعة حصاد واحدة.
العرض الثاني : يدفع مبلغ 3000 DA لساعة حصاد واحدة مع مصاريف اضافية تقدر بـ 10000 DA.

1) ما هي تكلفة كراء آلة حصاد لمدة 7ساعات حسب العرضين.
2) باعتبار x عدد ساعات الحصاد و $f(x)$ المبلغ المدفوع بالعرض الأول و $g(x)$ المبلغ المدفوع بالعرض الثاني .

- بالاستعانة بتمثيل بياني، أعط أفضل العرضين للحاج محمد حسب عدد ساعات الحصاد.
ناخذ : ($1cm$على محور الفواصل يمثل 1ساعة حصاد و $1cm$ على محور التراتيب يمثل 5000 DA).

II) بعد انتهاء الحصاد تحصل الحاج محمد على 300 قنطار من حبوب القمح والشعير، وزعها على أكياس يزن الكيس الواحد من القمح 50kg ويزن الكيس الواحد من الشعير 25kg . إذا علمت أن العدد الإجمالي للأكياس 800 كيس.
- ساعد الحاج محمد على حساب عدد أكياس القمح وعدد أكياس الشعير.

ملاحظة : 1قنطار=100 kg

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

التمرين	الإجابة ... الجزء الأول	النقطة	المجموع
الأول	① حساب القاسم المشترك الأكبر للعددين 272 و 153: باستعمال خوارزمية القسمات المتتابعة		
	$272 = 153 \times 1 + 119$		
	$153 = 119 \times 1 + 34$	0,75	
	$119 = 34 \times 3 + 17$		
	$34 = 17 \times 2 + 0$		
	إذن: $PGCD(153;272) = 17$		
	② تبيين أن: $A = 1$		
	$A = \frac{153}{272} + \frac{7}{8} \div 2$ ‖ $A = \frac{9}{16} + \frac{7}{8} \times \frac{1}{2}$ ‖ $A = \frac{9+7}{16}$	0,75	(ن 03)
	$A = \frac{9}{16} + \frac{7}{8} \div 2$ ‖ $A = \frac{9}{16} + \frac{7}{16}$ ‖ $A = \frac{16}{16}$		
	إذن: $A = 1$ وهو المطلوب.		
	③ كتابة B على الشكل $a + b\sqrt{17}$:		
	$B = \sqrt{81} + 2\sqrt{153} - \sqrt{272}$ ‖ $B = 9 + (6-4)\sqrt{17}$		
	$B = 9 + 2\sqrt{17 \times 9} - \sqrt{17 \times 16}$ ‖ $B = 9 + 2\sqrt{17}$	0,75	
	$B = 9 + 2 \times 3\sqrt{17} - 4\sqrt{17}$		
	④ جعل مقام C عددا ناطقا: $C = \frac{2\sqrt{17}+9}{\sqrt{17}} = \frac{(2\sqrt{17}+9)\times\sqrt{17}}{\sqrt{17}\times\sqrt{17}} = \frac{2\times17 + 9\sqrt{17}}{17} = \frac{34+9\sqrt{17}}{17}$	0,75	
الثاني	① التحقق بالنشر: $M = 6x(x-4) - (x-4)^2$		
	$M = 6x^2 - 24x - (x^2 + 16 - 8x)$ ‖ $M = 5x^2 - 16x - 16$	01	(ن 03)
	$M = 6x^2 - 24x - x^2 - 16 + 8x$		
	② تحليل العبارة M: $M = 6x(x-4) - (x-4)^2$		
	$M = (x-4)[6x - (x-4)]$ ‖ $M = (x-4)(5x+4)$	01	
	$M = (x-4)(6x - x + 4)$		
	③ لنحل المعادلة: $(x-4)(5x+4) = 0$		
	معناه: إما: $x - 4 = 0$ أي: $x = 4$	01	
	أو: $5x + 4 = 0$ أي: $5x = -4$ إذن: $x = -\frac{4}{5}$		
	بالتالي: المعادلة حلان مختلفان هما 4 و $-\frac{4}{5}$		

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

الأول

4) تبيين نوع المثلث PSA :

(0,5) $P \in (\mathcal{C})$ و PSA و $[AS]$ قطر الدائرة $(\mathcal{C})$ هو أحد أضلاع المثلث

إذن : حسب خاصية الدائرة المحيطة بالمثلث القائم

فإن : PSA مثلث قائم في النقطة P .

• حساب الطول AP :

بما أن : P S A مثلث قائم في النقطة P فإنه حسب خاصية

فيثاغورث نجد : $AS^2 = AP^2 + PS^2$ بالتعويض نجد : $(7,5)^2 = AP^2 + (4,5)^2$

(0,75) أي : $AP^2 = 56,25 - 20,25$ ومنه : $AP^2 = 36$

معناه : إما : $AP = \sqrt{36} = 6$ أو $AP = -\sqrt{36} = -6$ مرفوض لأنه سالب .

إذن : $\boxed{AP = 6\ cm}$

(ن 03) 5) حساب القيس $P\hat{A}S$:

في المثلث PSA القائم P ، نعلم أن، $\cos P\hat{A}S = \frac{\text{المجاور لـ } P\hat{A}S}{\text{الوتر}}$

(0,5) أي : $\cos P\hat{A}S = \frac{AP}{AS}$ بالتعويض نجد : $\cos P\hat{A}S = \frac{6}{7,5}$ أي $\cos P\hat{A}S = 0,8$

باستعمال الحاسبة نجد : $\boxed{P\hat{A}S \simeq 37°}$

• استنتاج قيس الزاوية $P\hat{O}S$:

الزاوية المركزية $P\hat{O}S$ والزاوية $P\hat{A}S$ محيطية تحصران نفس القوس $\overset{\frown}{PS}$

(0,5) معناه : $P\hat{O}S = 2 \times P\hat{A}S$ أي $P\hat{O}S = 2 \times 37$ ،

إذن : $\boxed{POS = 74°}$

3) تبيين أن $(AP) // (RT)$: لدينا النقط R ، S ، P والنقط T ، S ، A

على استقامة واحدة وبنفس الترتيب .

(0,75) $\frac{SP}{SR} = \frac{4,5}{3} = 1,5$ ؛ $\frac{SA}{ST} = \frac{7,5}{5} = 1,5$

نلاحظ أن : $\frac{SA}{ST} = \frac{SP}{SR}$ إذن : حسب الخاصية العكسية لطالس

نجد : $(AP) // (RT)$

الرابع

(01) الرسم

(ن 03) 1) تبيين أن ABC قائم :

(0,25) $AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2} = \sqrt{(-1-1)^2 + (-1-3)^2} = \sqrt{4+16} = 2\sqrt{5}$

(0,5) $AB^2 + AC^2 = (2\sqrt{5})^2 + (\sqrt{5})^2 = 20 + 5 = 25$ ؛ $BC^2 = 5^2 = 25$

نلاحظ أن : $BC^2 = AB^2 + AC^2$ إذن : حسب الخاصية العكسية لفيثاغورث فإن ABC قائم في النقطة A .

2) حساب احداثيتي E منتصف $[BC]$

(0,5) $E(1; \frac{1}{2})$: إذن $y_E = \frac{y_B + y_C}{2} = \frac{-1+2}{2} = \frac{1}{2}$ ؛ $x_E = \frac{x_B + x_C}{2} = \frac{-1+3}{2} = 1$

(0,25) 3) إنشاء D صورة A بالدوران ذو المركز E والزاوية $180°$ لاستنتاج $D(1; -2)$

(0,25 x2) 4) تبيين أن ABCD مستطيل : $[AD]$ و $[BC]$ متناصفان إذن : ABCD متوازي أضلاع

فإن $B\hat{A}C = 90°$ إذن : ABCD مستطيل .

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

المجموع	المقسط	* الإجابة * الجزء الثاني *	الجزء
			I
	(0,25) x2	1) حساب تكلفة كراء آلة الحصاد لمدة 7 ساعات حسب العرضين: • العرض الأول: $5000 \times 7 = 35000\,DA$ • العرض الثاني: $3000 \times 7 + 10000 = 31000\,DA$	
		2) إعطاء أفضل العرضين حسب عدد ساعات الحصاد.	
	(0,25) x2	أولاً • التعبير عن $f(x)$ و $g(x)$ بدلالة x: $g(x) = 3000x + 10000$ ؛ $f(x) = 5000x$	
	(0,25) x2	ثانياً • تمثيل الدالتين f و g بيانياً: f دالة خطية تمثيلها البياني خط مستقيم يمر بالمبدأ O ويشمل النقطة $(7 ; 35000)$ معادلته: $y = 5000x$	
	(0,25) x2	g دالة تآلفية تمثيلها البياني خط مستقيم لا يمر بالمبدأ O ويشمل النقطتين $(0 ; 10000)$ و $(7 ; 31000)$ معادلته: $y = 3000x + 10000$ الرسم	
(0,75)	(01)	ثالثاً • الدراسة البيانية:	
	(0,25)	نلاحظ أن تمثيلي الدالتين f و g يتقاطعان في النقطة $(5 ; 25000)$	
	(0,25) x3	لما: $x < 5$ يكون العرض الأول هو الأفضل لأن تمثيل f تحت تمثيل g لما: $x = 5$ يكون للعرضين نفس التكلفة. لما: $x > 5$ يكون العرض الثاني هو الأفضل لأن تمثيل g تحت تمثيل f	
			II
	(0,25)	• مساعدة الحاج محمد علو) حساب عدد أكياس القمح وأكياس الشعير	
		نرمز بـ x لعدد أكياس القمح وبـ y لعدد أكياس الشعير	
	(0,25)	$300q = 30000kg$ التحويل: $\begin{cases} x + y = 800 \quad \dots\dots (1) \\ 50x + 25y = 30000 \dots (2) \end{cases}$	
	(0,75)	لنكتب x بدلالة y من المعادلة (1): $x = 800 - y \dots (3)$ بتعويض x بقيمته في المعادلة (2) نجد:	
	(0,25)	$50x(800 - y) + 25y = 30000$	

المسوحة ضوئيا بـ CamScanner

$40000 - 50y + 25y = 30000$: ومنه

$-25y = -40000 + 30000$: أي

$-25y = -10000$: ومنه

$y = \frac{-10000}{-25}$: معناه

$\boxed{y = 400}$: إذن

بتعويض y بقيمته في المعادلة (3) نجد:

$x = 800 - 400$

$\boxed{x = 400}$: إذن

وبالتالي: ومنه حل الجملة: $(400 ; 400)$

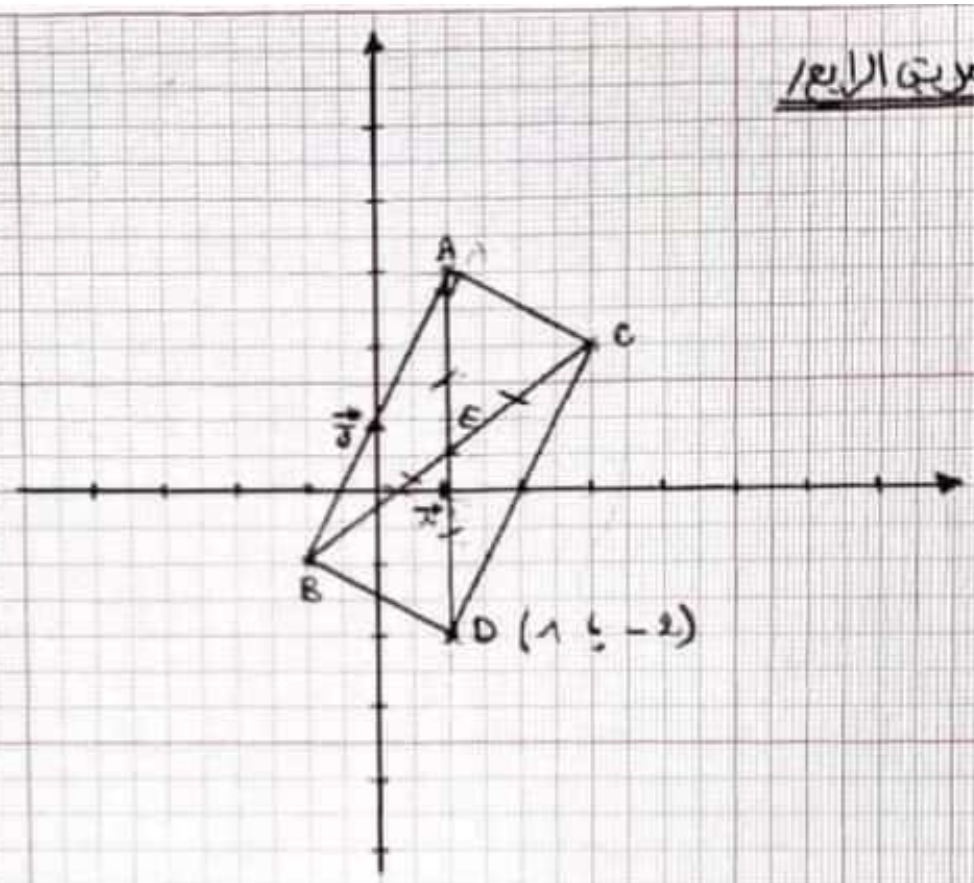
عدد أكياس القمح هو 400 كيس.

عدد أكياس الشعير هو 400 كيس.

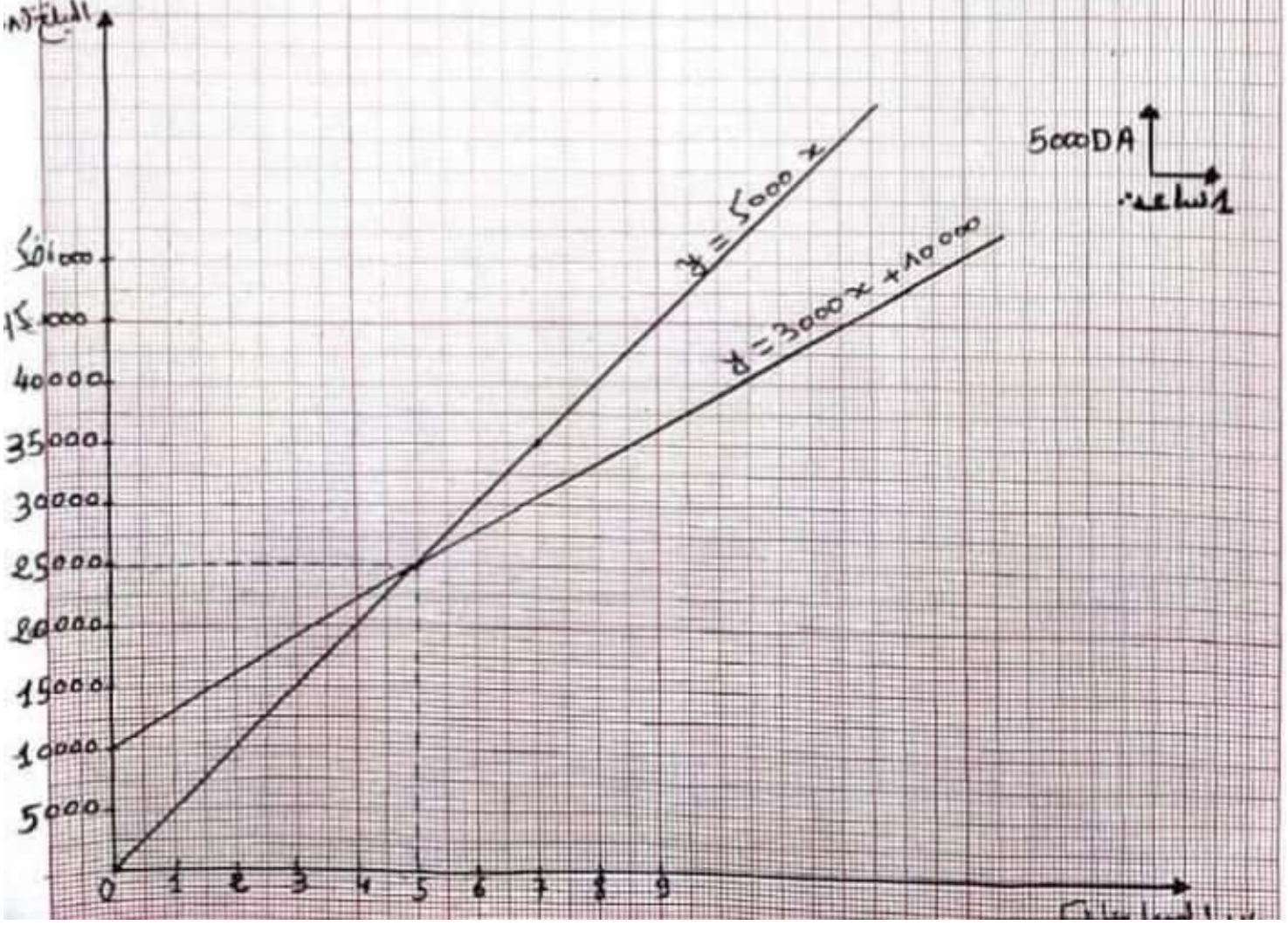
المنهجية + الاتقان + تنظيم ورقة الاجابة

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

★ التمرين الرابع/



★ المسألة/



الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner