اِخْتِبَارُ شهادة التَّعْلِيم المتوسّط (تجريبيٌّ) فِي مَادَّة الرِّيَاضِيَّات.

ملاحظة هامة!!! : التركيز و عدم التسرّع أساس كل نجاح. **التاريخ : الثلاثاء 16 ماي 2023.**

الجزء الأوَّل : (12 نقطة)

التمرين الأوَّل : (03 نقاط)

◁ x وَ y عددان طبيعيان غير معدوميْن، حيث : $539x = 396y$.

1. أَوْجد الكسر $\frac{x}{y}$ ثُمَّ اكتبه على أبْسط شكل مُمكن.
2. بَيِّن أَنَّ : $\sqrt{\frac{x}{y}+\frac{1}{7}}$ عدد طبيعي.
3. أُكْتب العدد $B=\sqrt{539}+\sqrt{396}-3\sqrt{11}$ على شكل $a\sqrt{11}$، حيث : a عدد طبيعي يُطْلب تعْيِينه.

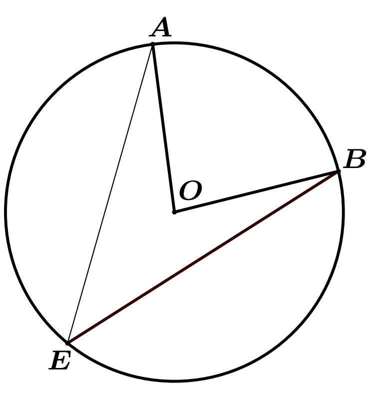
التمرين الثاني : (03 نقاط)

1. تحقَّق من المساواة الآتية : $(1-x)(2x+1) = -2x^2+x+1$.
2. حَلِّل العبارة E إلى جداء عامليْن من الدرجة الأولى، حيث : $E=-2x^2+x+1+(2x+1)^2$.
3. حل المتراجحة التالية : $E \leqslant 2x^2$ ومَثِّلْ مَجْمُوعة حلول هذه المتراجحة على مستقيم مدرّج.

التمرين الثالث : (03 نقاط)

. المستوي المزوَّد بمعلم متعامد ومتجانس $\left(O;\vec{i},\vec{j}\right)$، حيث **وحدة الطول هي السنتيمتر** (cm).

1. عَلِّم النقط : $A\,(3;1)$; $B\,(2;-3)$ وَ $C\,(-1;-2)$.
2. أُحسب مركبتي الشعاع $\overrightarrow{BC}$، ثُمَّ اِستنتج الطول BC.
3. أُحسب إحداثيتي النقطة M منتصف القطعة $[AC]$.
4. أُحسب إحداثيتي النقطة D بحيث : $\overrightarrow{BM}=\overrightarrow{MD}$، ثُمَّ اِستنتج نوع الرُّباعي $ABCD$.



التمرين الرَّابع : (03 نقاط)

◁ الشكل المقابل غير مرسوم بأطواله الحقيقية.

$(\mathcal{C})$ دائرة مركزها النقطة O. نفرض أَنَّ : $\widehat{AEB}=30°$.

1. بَيِّن أَنَّ A صورة B بدوران يُطلب تعيّين عناصره المُمَيّزة.
2. ما نوع المثلّث OAB ؟ عَلِّل.

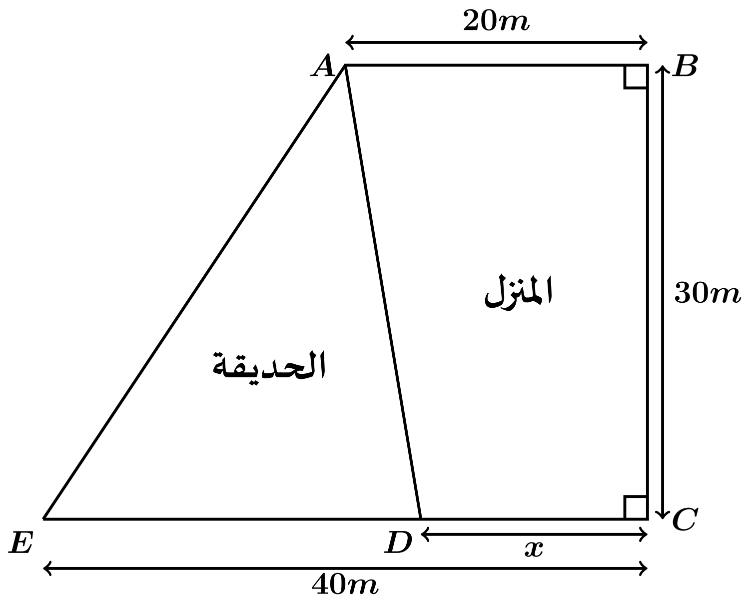
■ **الجزء الثاني : (08 نقاط)**

○ **الوضعيَّة الإدماجيَّة :**

■ اِشْترى إبراهيم أرض مستطيلة الشكل مساحتها $1200m^2$، حيثُ أَنَّ عرضها ثلاثة أرباع طولها.

. أُحسب بُعْدَي **(طول وعرض)** هذه القطعة التي اِشْتراها إبراهيم.

■ تنازل إبراهيم لأخيه على جزء من هذه القطعة $300m^2$، وقَسَّم الباقي إلى : جزء لبناء منزل، وجزء للحديقة كما هو مُبَيَّن في الشكل التالي :



■ لتكن $f\,(x)$ مساحة شبه المنحرف $ABCD$ وَ $g\,(x)$ مساحة المثلث ADE.

◃ في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $\left(O;\vec{i},\vec{j}\right)$.

. قارن **(بيانيًا)** بَيْن مساحَتَيْ القطعتيْن $ABCD$ وَ ADE حسب موضع النقطة D.

◂ **يُمكنك أخذ :** $1cm$ على محور الفواصل يُمثل $2m$ وَ $1cm$ على محور التراتيب يُمثل $100m^2$.

☜ **مساعدة :**

$$\text{مساحة شبه المنحرف} = \frac{(\text{القاعدة الصغرى} + \text{القاعدة الكبرى}) \times \text{الارتفاع}}{2}$$

***

" النجاح هو الفشل عدة مرات دون فُقْدان شغف المحاولة مرة أخرى ".

***

• تُثمّن كل الحلول الصحيحة غير الواردة في هذا التصحيح التفصيلي.
• حالة ما إذا اختصر التلميذ حله دون إهمال الخطوات الأساسية، تُعطى له علامة السؤال كاملة.

○ حل التمرين الأوّل : (03 نقاط)

1. إيجاد الكسر $\frac{x}{y}$: لدينا :

(00,50)

$$539x = 396y \qquad y \neq 0$$
$$\frac{539x}{y} = \frac{396y}{y}$$
$$\frac{x}{y} = \frac{396}{539}$$

كتابة الكسر $\frac{x}{y}$: على أبْسَطِ شكل مُمْكن :

لنحسب $PGCD\,(539;396)$. بتطبيق خوارزميّة إقليدس، نجد أنّ:

(00,50)

$$539 = 396 \times 1 + 143$$
$$396 = 143 \times 2 + 110$$
$$143 = 110 \times 1 + 33$$
$$110 = 33 \times 3 + 11$$
$$33 = 11 \times 3 + 0$$

وبما أنّ 11 هو آخر باقٍ غير معْدوم، فإنّ :
$PGCD\,(539;396) = 11$. للاختزال هذا الكسر $\frac{x}{y}$، نقسم البسط والمقام على القاسم المشترك الأكبر لهُما. وعليه :

$$\frac{x}{y} = \frac{396}{539} = \frac{396 \div 11}{539 \div 11} = \frac{36}{49}$$

إذن :

$$\frac{x}{y} = \frac{36}{49}$$

2. تبيّن أنَّ $\sqrt{\frac{x}{y}} + \frac{1}{7}$ عددٌ طبيعيٌّ :

(01)
$$\sqrt{\frac{x}{y}} + \frac{1}{7} = \sqrt{\left(\frac{6}{7}\right)^2} + \frac{1}{7} = \frac{6}{7} + \frac{1}{7} = \frac{6+1}{7} = \frac{7}{7} = 1$$

بما أنَّ 1 عددٌ طبيعيٌّ، فَإنَّ : $\sqrt{\frac{x}{y}} + \frac{1}{7}$ عددٌ طبيعيٌّ.

3. كتابة B على الشكل $a\sqrt{11}$: لدينا :

(01)

$$B = \sqrt{539} + \sqrt{396} - 3\sqrt{11}$$
$$= \sqrt{49 \times 11} + \sqrt{36 \times 11} - 3\sqrt{11}$$
$$= \sqrt{49} \times \sqrt{11} + \sqrt{36} \times \sqrt{11} - 3\sqrt{11}$$
$$= 7\sqrt{11} + 6\sqrt{11} - 3\sqrt{11}$$
$$= 10\sqrt{11}$$

حيث : $a = 10$. (10 عدد طبيعي).

○ حل التمرين الثاني : (03 نقاط)

1. التحقّق من المساواة $(1-x)(2x+1) = -2x^2 + x + 1$:

(01)

$$(1-x)(2x+1) = 1(2x+1) - x(2x+1)$$
$$= 2x + 1 - 2x^2 - x$$
$$= -2x^2 + x + 1$$

2. تحليل العبارة E إلى جداء عامليْن من الدرجة الأولى :

(01)

$$E = -2x^2 + x + 1 + (2x+1)^2$$
$$= (1-x)(2x+1) + (2x+1)^2$$
$$= (2x+1)\left[(1-x) + (2x+1)\right]$$
$$= (2x+1)(x+2)$$

2. حل المتراجحة $E \leqslant 2x^2$:

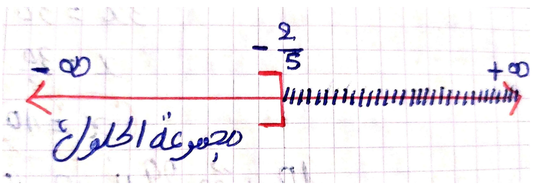
(00,50)

$$E \le 2x^2$$
$$-2x^2 + x + 1 + (2x+1)^2 \le 2x^2$$
$$-2x^2 + x + 1 + (2x)^2 + 2(2x)(1) + (1)^2 \le 2x^2$$
$$-2x^2 + x + 1 + 4x^2 + 4x + 1 \le 2x^2$$
$$-2x^2 - 2x^2 + 4x^2 + x + 4x \le -1 - 1$$
$$5x \le -2$$
$$x \le -\frac{2}{5}$$

كل قيم x الأصغر أو تساوي $-\frac{2}{5}$، هي : حلول للمتراجحة $E \leqslant 2x^2$.

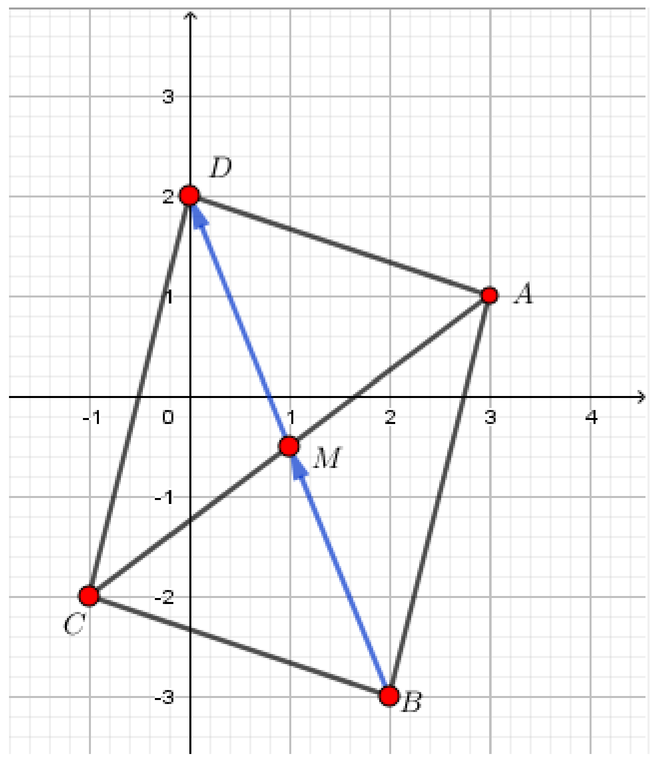
تمثيل مجموعة حلول لهذه المتراجحة على مستقيم مدرّج:

(00,50)



○ حل التمرين الثالث : (03 نقاط)

1. التعليم : **(00,50)**



2. حساب مركبتي الشعاع $\overrightarrow{BC}$:

$$\overrightarrow{BC}\begin{pmatrix}x_C-x_B\\ y_C-y_B\end{pmatrix} \qquad \overrightarrow{BC}\begin{pmatrix}-1-2\\ -2-(-3)\end{pmatrix} \qquad \overrightarrow{BC}\begin{pmatrix}-3\\ 1\end{pmatrix}$$

(00,50)

إستنتاج الطول BC :

$BC=\sqrt{(-3)^2+1^2}=\sqrt{10}$ ، إذن : $BC=\sqrt{10}cm$. **(00,50)**

3. حساب إحداثيتي M :

نعلم أنَّ :

$$M\left(\frac{x_A+x_C}{2};\frac{y_A+y_C}{2}\right)$$

$$x_M=\frac{x_A+x_C}{2}=\frac{3-1}{2}=1$$
$$y_M=\frac{y_A+y_C}{2}=\frac{1-2}{2}=-\frac{1}{2}$$

إذن : $M\left(1;-\frac{1}{2}\right)$. **(00,50)**

4. حساب إحداثيتي D :

$$\overrightarrow{MD}\begin{pmatrix}x_D-x_M\\ y_D-y_M\end{pmatrix} \qquad \overrightarrow{MD}\begin{pmatrix}x_D-1\\ y_D-\left(-\frac{1}{2}\right)\end{pmatrix}$$

$$\overrightarrow{BM}\begin{pmatrix}x_M-x_B\\ y_M-y_B\end{pmatrix} \qquad \overrightarrow{BM}\begin{pmatrix}1-2\\ -\frac{1}{2}-(-3)\end{pmatrix} \qquad \overrightarrow{BM}\begin{pmatrix}-1\\ \frac{5}{2}\end{pmatrix}$$

(00,50)

وبما أنَّ : $\overrightarrow{BM}=\overrightarrow{MD}$ ، فإنَّ :

$$\begin{cases}x_D-1=-1\\ y_D+\frac{1}{2}=\frac{5}{2}\end{cases} \Rightarrow \begin{cases}x_D=0\\ y_D=2\end{cases}$$

إذن : $D(0;2)$.

إستنتاج نوع الرّباعي $ABCD$:

لدينا : M منتصف $[AC]$ (حسب السؤال 3.) وأيضًا M منتصف $[BD]$ (حسب $\overrightarrow{BM}=\overrightarrow{MD}$) . إذن، القُطران متناصفان، فالرُّباعي $ABCD$ متوازي أضلاع. **(00,50)**

○ حل التمرين الرّابع : (03 نقاط)

1. تبْيّين أنَّ A صورة B بدوران يُطلب تعيّين عناصره المُميّزة :

لدينا : $OA=OB$ (أنصاف أقْطار للدائرة (C))

ولدينا : $\widehat{AOB}$ زاوية مركزيَّة $\widehat{AEB}$ زاوية محيطيّة تحصران نفس القوس $\overset{\frown}{AB}$ ، فإنَّ :

$$\widehat{AOB}=2\times\widehat{AEB}$$
$$=2\times30^\circ$$
$$=60^\circ$$

A صورة B بالدوران الذي مركزه O وزاويته $\widehat{AOB}=60^\circ$ في اتّجاه الموجب. **(02)**

2. نوع المثلّث OAB :

لدينا : $OA=OB$ (أنصاف أقْطار للدائرة (C))

إذن، المثلّث OAB متساوي الساقيْن. وعليه : $\widehat{OAB}=\widehat{ABO}$

نفرض أنَّ : $\alpha=\widehat{OAB}$

إذن :

$$\alpha+\alpha+\widehat{AOB}=180^\circ$$
$$2\alpha=180^\circ-60^\circ$$
$$\alpha=60^\circ$$

ممّا سبق، نستنتج أنَّ : $\widehat{OAB}=\widehat{ABO}=\widehat{AOB}$.

إذن، المثلّث OAB متقايس الأضْلاع. **(01)**

○ حل الوضعيَّة الإدماجيَّة : (08 نقاط)

حساب بُعديْ هذه القطعة الذي اشتراها إبراهيم :

نرمز لطول هذه القطعة : a، فيكون العرض : $\frac{3}{4}a$.

◁ ونعلم أنَّ : مساحة المستطيل = الطول × العرض.

$$a \times \frac{3}{4}a = 1200 \qquad \frac{3}{4}a^2 = 1200 \qquad a^2 = \frac{1200}{\frac{3}{4}}$$

$$a^2 = \frac{4800}{3} \qquad a^2 = 1600 \qquad a = \pm\sqrt{1600} \qquad a = \pm 40$$

بما أنَّ الطول، عددٌ موجب، فإنَّ : $a = 40m$ ونُعوِّض a بـ : 40 في $\frac{3}{4}a$، فنجد : $\frac{3}{4} \times 40 = 30$.

إذن، طول هذه القطعة $40m$ وعرضها $30m$. **(03)**

المقارنة بيانيًا بيْن مساحتَيْ القطعتيْن $ABCD$ وَ ADE :

لنحسب $f(x) = S_{ABCD}$:

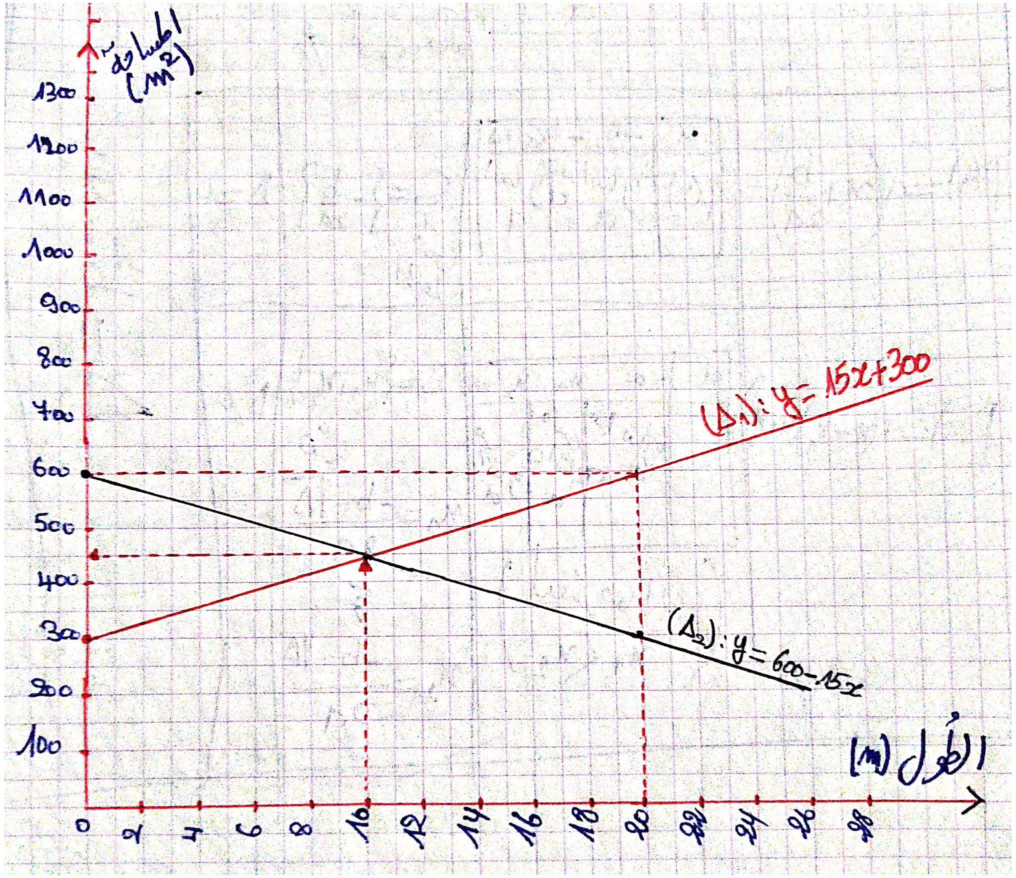
$$g(x) = S_{ADE} = \frac{30(40-x)}{2} = \frac{1200-30x}{2} = 600-15x \qquad \textbf{(01)}$$

$$f(x) = S_{ABCD} = \frac{30(x+20)}{2} = \frac{30x+600}{2} = 15x+300 \qquad \textbf{(01)}$$

لنُمثّل بيانيًّا الدالتيْن : f وَ g :

	$y = 15x+300$	
x	0	20
y	300	600
$(x;y)$	(0;300)	(20;600)

	$y = 600-15x$	
x	0	20
y	600	300
$(x;y)$	(0,600)	(20;300)



المقارنة : **(02)**

- إذا كان : $0 \leqslant x < 10$ المستقيم (Δ_2) يقطع فوق المستقيم (Δ_1)، إذن : $S_{ADE} > S_{ABCD}$.
- إذا كان : $x = 10$ المستقيمان (Δ_1) وَ (Δ_2)، إذن : $S_{ADE} = S_{ABCD}$.
- إذا كان : $10 < x \leqslant 40$ المستقيم (Δ_2) يقطع تحت المستقيم (Δ_1)، إذن : $S_{ADE} < S_{ABCD}$.

لاحظ :

■ (Δ_1) التمثيل البياني للدالة f. (Δ_2) التمثيل البياني للدالة g.

✧✦✧
بالتوفيق والنجاح في شهادة التعليم المتوسط دورة جوان 2023
✧✦✧