رابط الاجابة النموذجية لهذا الموضوع سيعمل بعد إجراء الاختبار

الجزء الأول : (12 نقطة)

التمرين الأول : (03 نقاط)

1/ أحسب القاسم المشترك الأكبر للعددين 112 و 567

2/ أكتب العدد $\frac{112}{567}$ على شكل كسر غير قابل للاختزال .

3/ أكتب العدد N على أبسط شكل ممكن حيث : $N = 3\sqrt{112} - \sqrt{567}$.

4/ بيّن أن : $\frac{9}{N} - \frac{N}{7} = 0$.

التمرين الثاني : (03 نقاط)

لتكن العبارة الجبرية M حيث :

$$M = 11^2 - (2x-3)^2 - (2x+8)$$

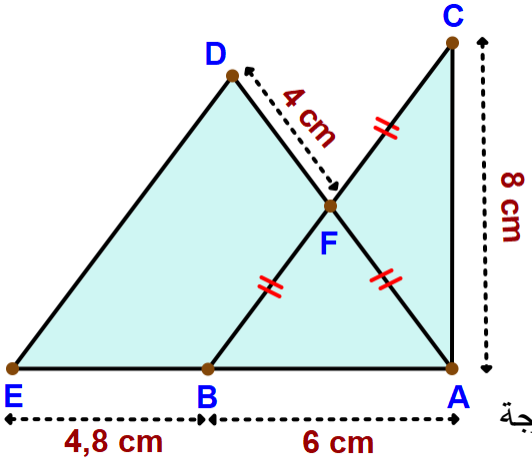
1/ أنشر ثم بسط العبارة M .

2/ حلل العبارة $11^2 - (2x-3)^2$ ثم استنتج تحليلا للعبارة الجبرية M .

3/ حل المعادلة : $(2x+8)(-2x+13) = 0$.

التمرين الثالث : (03 نقاط)

الشكل المقابل مرسوم بأبعاد غير حقيقية



1/ بيّن أن المثلث ABC قائم ثم أحسب الطول BC .

2/ بيّن أن المستقيمين (BF) و (ED) متوازيان .

3/ أحسب الطول ED .

4/ أحسب $Tan\,\widehat{ACB}$ ثم استنتج قيس الزاوية $\widehat{ACB}$ بالتدوير إلى الدرجة

التمرين الرابع : (03 نقاط)

المستوي مزود بمعلم متعامد و متجانس $(O, \vec{i}, \vec{j})$ حيث وحدة الطول هي السنتيمتر .

1/ علم النقط : $G(-5;0)$; $F(3;-1)$; $E(1;3)$

2/ أحسب الطول EF ثم بيّن طبيعة المثلث EFG علما أن $EG = 3\sqrt{5}\ cm$ و $FG = \sqrt{65}\ cm$

3/ أنشئ النقطة I حيث : $\overrightarrow{GI} = \overrightarrow{IF}$ ثم أحسب إحداثيتي النقطة I .

4/ أنشئ النقطة H صورة النقطة E بالدوران الذي مركزه I و زاويته 180^o , ثم حدد طبيعة الرباعي $EFHG$

الجزء الثاني : (**08 نقاط**)

المسألة

أيوب وعبد الرحمان يعملان كتجار بالتجزئة في مجال الهواتف الذكية وملحقاتها، وقد توجّه الاثنان إلى محل البيع بالجملة لشراء كميات من نفس النوع من الهواتف الذكية و من حافظات الهاتف (Phone Cover) حيث :
قام أيوب بشراء **18** هاتفًا و**20** حافظة للهاتف بمبلغ $542\,000\ DA$ ، بينما اشترى عبد الرحمان **6** هواتف و**10** حافظات للهاتف بمبلغ $181\,000\ DA$.

1/ ما هو ثمن الهاتف الواحد وثمن الحافظة الواحدة ؟

يُعرض في محل البيع بالجملة سماعات لاسلكية تعمل بتقنية البلوتوت بسعر $800\ DA$ للسماعة الواحدة و ذلك عند الدفع نقدًا في المحل ، وعند شرائه من الموقع الإلكتروني الخاص بالمحل عبر بطاقة الدفع البنكي ، يتم تخفيض سعر السماعة الواحدة بنسبة $25\ \%$ ، مع إضافة تكاليف التوصيل وهي $2\,000\ DA$ ، مهما كان عدد السماعات المشتراة .
يريد أيوب شراء **5** سماعات لاسلكية بينما يريد عبد الرحمان شراء **15** سماعة لاسلكية

2/ فما هو الخيار الأفضل لكل منهما : شراء السماعات اللاسلكية من المحل نقداً أم الشراء من الموقع الإلكتروني ؟ علل؟

3/ باعتبار x عدد السماعات اللاسلكية المشتراة و بالاستعانة بتمثيل بياني ، ابتداءً من أي قيمة ل x يكون الشراء عبر الموقع الإلكتروني أفضل من الشراء في المحل نقداً .
(نأخذ 1 cm على محور الفواصل يمثل سماعتين لاسلكيتين و 1 cm على محور التراتيب يمثل $1\,000\ DA$)

تمنياتي لكم النجاح في شهادة التعليم المتوسط

حل التمرين الأول :

1/ حساب القاسم المشترك الأكبر للعددين 112 و 567

$$567 = 112 \times 5 + 7$$
$$112 = 7 \times 16 + 0$$

إذن : $PGCD(567;112) = 7$

2/ كتابة العدد $\frac{112}{567}$ على شكل كسر غير قابل للاختزال

$$\frac{112}{567} = \frac{112 \div 7}{567 \div 7} = \frac{16}{81}$$

3/ كتابة العدد N على أبسط شكل ممكن

$$\begin{aligned} N &= 3\sqrt{112} - \sqrt{567} = 3\sqrt{16 \times 7} - \sqrt{81 \times 7} \\ &= 3 \times 4\sqrt{7} - 9\sqrt{7} \\ &= 12\sqrt{7} - 9\sqrt{7} \\ &= (12-9)\sqrt{7} \\ &= 3\sqrt{7} \end{aligned}$$

4/ إثبات أن $\frac{9}{N} - \frac{N}{7} = 0$

$$\begin{aligned} \frac{9}{N} - \frac{N}{7} &= \frac{9}{3\sqrt{7}} - \frac{3\sqrt{7}}{7} = \frac{9 \times \sqrt{7}}{3\sqrt{7} \times \sqrt{7}} - \frac{3\sqrt{7}}{7} \\ &= \frac{9\sqrt{7}}{3 \times 7} - \frac{3\sqrt{7}}{7} \\ &= \frac{3\sqrt{7}}{7} - \frac{3\sqrt{7}}{7} = 0 \end{aligned}$$

حل التمرين الثاني :

1/ نشر و تبسيط العبارة M .

$$\begin{aligned} M &= 11^2 - (2x-3)^2 - (2x+8) \\ M &= 121 - [(2x)^2 + 3^2 - 2 \times 2x \times 3] - 2x - 8 \\ M &= 121 - (4x^2 + 9 - 12x) - 2x - 8 \\ M &= 121 - 4x^2 - 9 + 12x - 2x - 8 \\ M &= -4x^2 + 10x + 104 \end{aligned}$$

2/ تحليل العبارة $11^2 - (2x-3)^2$ ثم استنتاج تحليل العبارة M

$$\begin{aligned} 11^2 - (2x-3)^2 &= [11 - (2x-3)][11 + (2x-3)] \\ &= (11 - 2x + 3)(11 + 2x - 3) \\ &= (-2x + 14)(2x + 8) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} M &= 11^2 - (2x-3)^2 - (2x+8) \\ M &= (-2x+14)(2x+8) - (2x+8) \\ M &= (2x+8)[(-2x+14) - 1] \\ M &= (2x+8)(-2x+13) \end{aligned}$$

3/ حل المعادلة : $(2x+8)(-2x+13) = 0$

$$(2x+8)(-2x+13) = 0$$
$$2x + 8 = 0 \quad \text{أو} \quad -2x + 13 = 0$$
$$2x = -8 \quad \text{أو} \quad -2x = -13$$
$$x = \frac{-8}{2} \quad \text{أو} \quad x = \frac{-13}{-2}$$
$$x = -4 \quad \text{أو} \quad x = 6,5$$

للمعادلة حلين هما $6,5$ و -4

حل التمرين الثالث :

1/ إثبات أن المثلث ABC قائم و حساب الطول BC

- من الشكل نلاحظ أن في المثلث ABC لدينا :

$AF = FC = FB$ أي $AF = \frac{1}{2}BC$

أي طول المتوسط [AF] يساوي نصف طول الضلع [BC] وبالتالي المثلث ABC قائم في A حسب الخاصية العكسية للمتوسط المتعلق بالوتر

- بما أن المثلث ABC قائم في A فإن حسب نظرية فيتاغورس

$$BC^2 = AB^2 + AC^2$$
$$BC^2 = 6^2 + 8^2$$
$$BC^2 = 36 + 64$$
$$BC^2 = 100$$
$$BC = \sqrt{100} = 10\ cm$$

2/ إثبات أن المستقيمين (BF) و (ED) متوازيان

بما أن :

$$\left.\begin{aligned} \frac{AD}{AF} &= \frac{5+4}{5} = \frac{9}{5} = 1,8 \\ \frac{AE}{AB} &= \frac{6+4,8}{6} = \frac{10,8}{6} = 1,8 \end{aligned}\right\} \quad \frac{AD}{AF} = \frac{AE}{AB}$$

و النقط A,F,D و A,B,E في استقامية و بنفس الترتيب فإن حسب الخاصية العكسية لخاصية طالس المستقيمين (BF) و (ED) متوازيان

3/ حساب الطول ED

بما أن (ED) // (BF) فإن حسب خاصية طالس

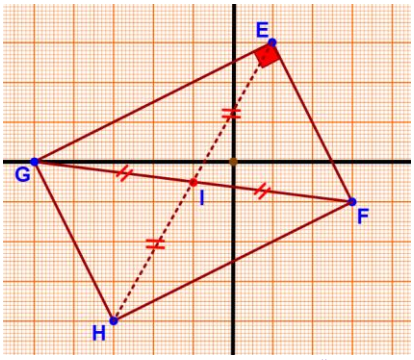
$$\frac{AD}{AF} = \frac{AE}{AB} = \frac{ED}{BF}$$
$$\frac{9}{5} = \frac{10,8}{6} = \frac{ED}{5}$$
$$ED = \frac{5 \times 9}{5} = 9\ cm$$

4/ حساب $Tan\ \widehat{ACB}$ ثم استنتاج قيس الزاوية $\widehat{ACB}$

$$Tan\ \widehat{ACB} = \frac{AB}{AC} = \frac{6}{8} = 0,75$$

باستعمال الآلة الحاسبة و بالتدوير إلى الدرجة نجد : $\widehat{ACB} = 37^o$

حل التمرين الرابع :



1/ تعليم النقط

2/ حساب الطول EF و تحديد طبيعة المثلث EFG

$$EF = \sqrt{(x_F - x_E)^2 + (y_F - y_E)^2}$$
$$EF = \sqrt{(3-1)^2 + (-1-3)^2}$$
$$EF = \sqrt{2^2 + (-4)^2}$$
$$EF = \sqrt{4+16} = \sqrt{20} = \sqrt{4 \times 5} = 2\sqrt{5}$$

نوع المثلث EFG .

لدينا $FG^2 = \left(\sqrt{65}\right)^2 = 65$

$$EG^2 + EF^2 = \left(3\sqrt{5}\right)^2 + \left(\sqrt{20}\right)^2 = 9 \times 5 + 20 = 65$$

بما أن $FG^2 = EG^2 + EF^2$ فإن حسب خاصية فيتاغورس العكسية المثلث EFG قائم في E

3/ حساب احداثيي النقطة I

لدينا : $\overrightarrow{GI} = \overrightarrow{IF}$ معناه أن النقطة I منتصف القطعة [GF]

و بالتالي : $I\left(\frac{x_G+x_F}{2};\frac{y_G+y_F}{2}\right)$

$$I\left(\frac{-5+3}{2};\frac{0+(-1)}{2}\right)$$

$$I\left(\frac{-2}{2};\frac{-1}{2}\right)$$

$$I(-1;-0,5)$$

4/ تحديد طبيعة الرباعي EFHG

لدينا : حسب ما سبق النقطة I منتصف [GF] 1

و النقطة I منتصف [HE] (من خواص الدوران) 2

من 1 و 2 نستنتج أن الرباعي EFHG قطراه [GF] و[HE] متناصفان و متقايسان و بالتالي هو مستطيل

ملاحظة : يوجد طرق أخرى لتحديد طبيعة الرباعي .

حل المسألة :

1/ حساب ثمن الهاتف الواحد وثمن الحافظة الواحدة

نرمز لثمن الهاتف الواحد ب : x

و لثمن حافظة الهاتف الواحدة ب : y

فنتحصل على جملة المعادلتين التالية :

$$\begin{cases} 18x+20y=542\,000 & \dots\dots\dots 1 \\ 6x+10y=181\,000 & \dots\dots\dots 2 \end{cases}$$

- حساب x

نضرب المعادلة 2 في : -2

$$\begin{cases} 18x+20y=542\,000 & \dots\dots\dots 1 \\ -12x-20y=-362\,000 & \dots\dots\dots 3 \end{cases}$$

نجمع المعادلتين 1 و 3 طرفا لطرف فنجد :

$$18x+20y-12x-20y=542\,000-362\,000$$

$$6x=180\,000$$

$$x=\frac{180\,000}{6}=30\,000$$

- حساب y

نعوض قيمة x ب 30 000 في المعادلة 2 فنجد :

$$6\times 30\,000+10y=181\,000$$

$$180\,000+10y=181\,000$$

$$10y=181\,000-180\,000$$

$$10y=1\,000$$

$$y=\frac{1\,000}{10}=100$$

حل هذه الجملة هي الثنائية : $(30\,000\,;100)$

و بالتالي : ثمن الهاتف الواحد هو : $30\,000\ DA$

و ثمن حافظة الهاتف الواحدة هو : $100\ DA$

2/ تحديد الخيار الأفضل لكل من أيوب و عبد الرحمان

لدينا سعر السماعة الواحدة هو 800 DA عند الدفع نقدا من المحل

و عند الشراء من الموقع الإلكتروني يتم تخفيض سعر السماعة الواحدة بنسبة 25%

- نبحث أولا عن سعر السماعة الواحدة بعد التخفيض

$$800\times(1-25\%)=800\times 0,75=600$$

إذن سعر السماعة الواحدة بعد التخفيض هو 600 DA بالإضافة إلى تكاليف التوصيل 2 000 DA

ملاحظة : يمكنكم حساب مقدار التخفيض أولا ثم استنتاج سعر السماعة الواحدة بعد التخفيض

- حساب ثمن شراء 5 سماعات لاسلكية

$$800\times 5=4\,000$$

ثمن شراء 5 سماعات من المحل نقدا هو : 4 000 DA

$$600\times 5+2\,000=3000+5\,000=8\,000$$

ثمن شراء 5 سماعات من الموقع الإلكتروني هو : 8 000 DA

✓ إذن الخيار الأفضل لأيوب هو الشراء من المحل نقدا

- حساب ثمن شراء 15 سماعة لاسلكية

$$800\times 15=12\,000$$

ثمن شراء 15 سماعة من المحل نقدا هو : 12 000 DA

$$600\times 15+2\,000=9\,000+2\,000=11\,000$$

ثمن شراء 15 سماعة من الموقع الإلكتروني هو : 11 000 DA

✓ إذن الخيار الأفضل لعبد الرحمان هو الشراء من الموقع الإلكتروني

3/ بالاستعانة بالتمثيل البياني نقوم بتحديد قيمة x التي ابتداءً منها يكون الشراء من الموقع الإلكتروني أفضل من الشراء نقدا من المحل

ليكن x عدد السماعات اللاسلكية المشتراة

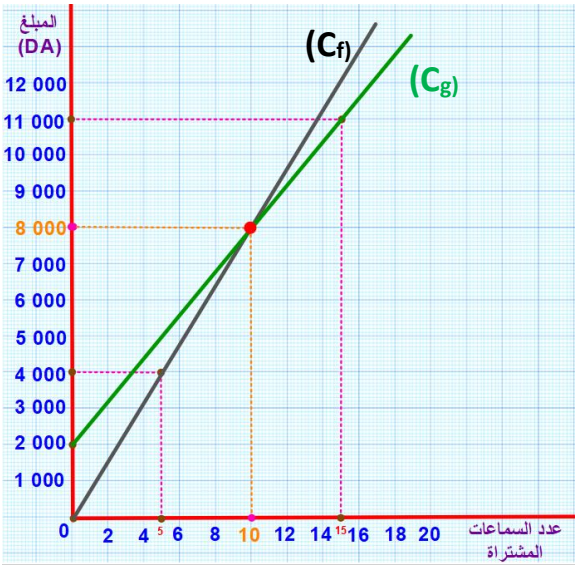
$f(x)$ مبلغ شراء السماعات اللاسلكية من المحل نقدا

$g(x)$ مبلغ شراء السماعات اللاسلكية من الموقع الإلكتروني

إذن : $f(x)=800x$ و $g(x)=600x+2\,000$

x	0	15
$g(x)$	2 000	11 000

x	0	5
$f(x)$	0	4 000



بقراءة بيانية نلاحظ أن :

التمثيلان البيانيان للدالتين f و g يتقاطعان في النقطة التي فاصلتها 10 و التمثيل البياني للدالة g يقع تحت التمثيل البياني للدالة f عندما يكون x أكبر من 10

و عليه يكون الشراء من الموقع الالكتروني أفضل من الشراء نقدا من المحل إذا كان عدد السماعات المشتراة أكبر من 10

تمنياتي لكم النجاح في شهادة التعليم المتوسط

شبكة تصحيح المسألة

السؤال	المعيار	المؤشرات	سلم التنقيط	العلامة النهائية
1	م1	• توظيف الترميز بحرفين و ترجمة المعطيات بدلالة هذين الحرفين • معرفة كتابة جملة معادلتين • معرفة حل جملة معادلتين • استخلاص الإجابة لغويا	0,25 إن وفق في مؤشر واحد 0,5 إن وفق في مؤشرين 1 إن وفق في ثلاث مؤشرات على الأقل	2
	م2	• المعطيات مترجمة بدلالة x و y بشكل صحيح • كتابة جملة معادتين بشكل صحيح • حل جملة معادلتين بشكل صحيح حتى و ان كانت كتابة الجملة خاطئة • التعليق على الحل بشكل صحيح	0,25 إن وفق في مؤشر واحد 0,5 إن وفق في مؤشرين 1 إن وفق في ثلاث مؤشرات على الأقل	
2	م1	• كتابة عبارة مناسبة لحساب سعر السماعة الواحدة بعد التخفيض • كتابة عبارة مناسبة لحساب المبلغ الذي يدفعه أيوب و عبد الرحمان عند شرائهما للسماعات اللاسلكية من المحل نقدا • كتابة عبارة مناسبة لحساب المبلغ الذي يدفعه أيوب و عبد الرحمان عند شرائهما للسماعات اللاسلكية من الموقع الإلكتروني • كتابة الخيار الأفضل لكل من أيوب و عبد الرحمان	0,25 إن وفق في مؤشر واحد 0,5 إن وفق في مؤشرين 1 إن وفق في ثلاث مؤشرات على الأقل	2
	م2	• حساب سعر السماعة الواحدة بعد التخفيض صحيح وفق العبارة المكتوبة و ان كانت خاطئة • الحساب الصحيح للمبلغ الذي يدفعه أيوب و عبد الرحمان عند شرائهما السماعات من المحل نقدا و من الموقع الإلكتروني وفق العبارتين المكتوبتين و ان كانتا خاطئتان • الإجابة بالخيار الأفضل لكل من أيوب و عبد الرحمان وفق العبارتين المكتوبتين و ان كانتا خاطئتان	0,5 إن وفق في مؤشر واحد 1 إن وفق في مؤشرين على الأقل	
3	م1	• ترميز المبلغ المدفوع لشراء السماعات نقدا من المحل ب $f(x), y_1, \dots$ • ترميز المبلغ المدفوع لشراء السماعات من الموقع الإلكتروني ب $g(x), y_2, \dots$ • التعبير الصحيح عن المبلغ المدفوع لشراء السماعات نقدا من المحل بدلالة x • التعبير الصحيح عن المبلغ المدفوع لشراء السماعات من الموقع الإلكتروني بدلالة x • إنشاء المعلم المناسب • اختيار نقطتين لتمثيل الدالة الأولى و نقطتين لتمثيل الدالة الثانية • القراءة البيانية للتمثيلين البيانيين للدالتين و تحديد ابتداءا من أي قيمة ل x يكون الشراء من الموقع الالكتروني أفضل من الشراء نقدا في المحل	0,25 إن وفق في مؤشر واحد 0,5 إن وفق في مؤشرين أو ثلاثة 1 إن وفق في 4 أو 5 مؤشرات 1,5 إن وفق في 6 مؤشرات على الأقل	3
	م2	• كتابة صحيحة لعبارتي كل من الدالتين الخطية و التآلفية • تعليم النقط المختارة بشكل صحيح • التمثيل الصحيح للدالتين وفق العبارتين المكتوبتين حتى و ان كانتا خاطئتان • بقراءة بيانية , تحديد ابتداءا من أي قيمة ل x يكون الشراء من الموقع الالكتروني أفضل من الشراء نقدا من المحل حتى و ان كانت التمثيلين البيانيين للدالتين غير صحيح • ترجمة القراءة البيانية وفق سياق المشكلة ترجمة صحيحة	0,25 إن وفق في مؤشر واحد 0,5 إن وفق في مؤشرين 1 إن وفق في ثلاث مؤشرات 1,5 ان وفق في أربع مؤشرات على الأقل	
كل المسألة	م3	• معقولية النتائج (العدد و المبالغ) محترمة • وحدات القياس (عدد السماعات و المبالغ) معطاة • الأجوبة على الأسئلة المطروحة مصاغة بوضوح • اجراء الحسابات دقيق	0,25 إن وفق في مؤشر واحد 0,5 إن وفق في مؤشرين على الأقل	0,5
	م4	• عدم التشطيب و المقروئية • التمثيلات البيانية دقيقة • التصريح بالاجابة بشكل موجز	0,25 إن وفق في مؤشر واحد 0,5 إن وفق في مؤشرين على الأقل	0,5

م1 : التفسير السليم للوضعية | م2 : الإستعمال السليم للأدوات | م3 : الإنسجام | م4 : الإتقان